ATTI

DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA

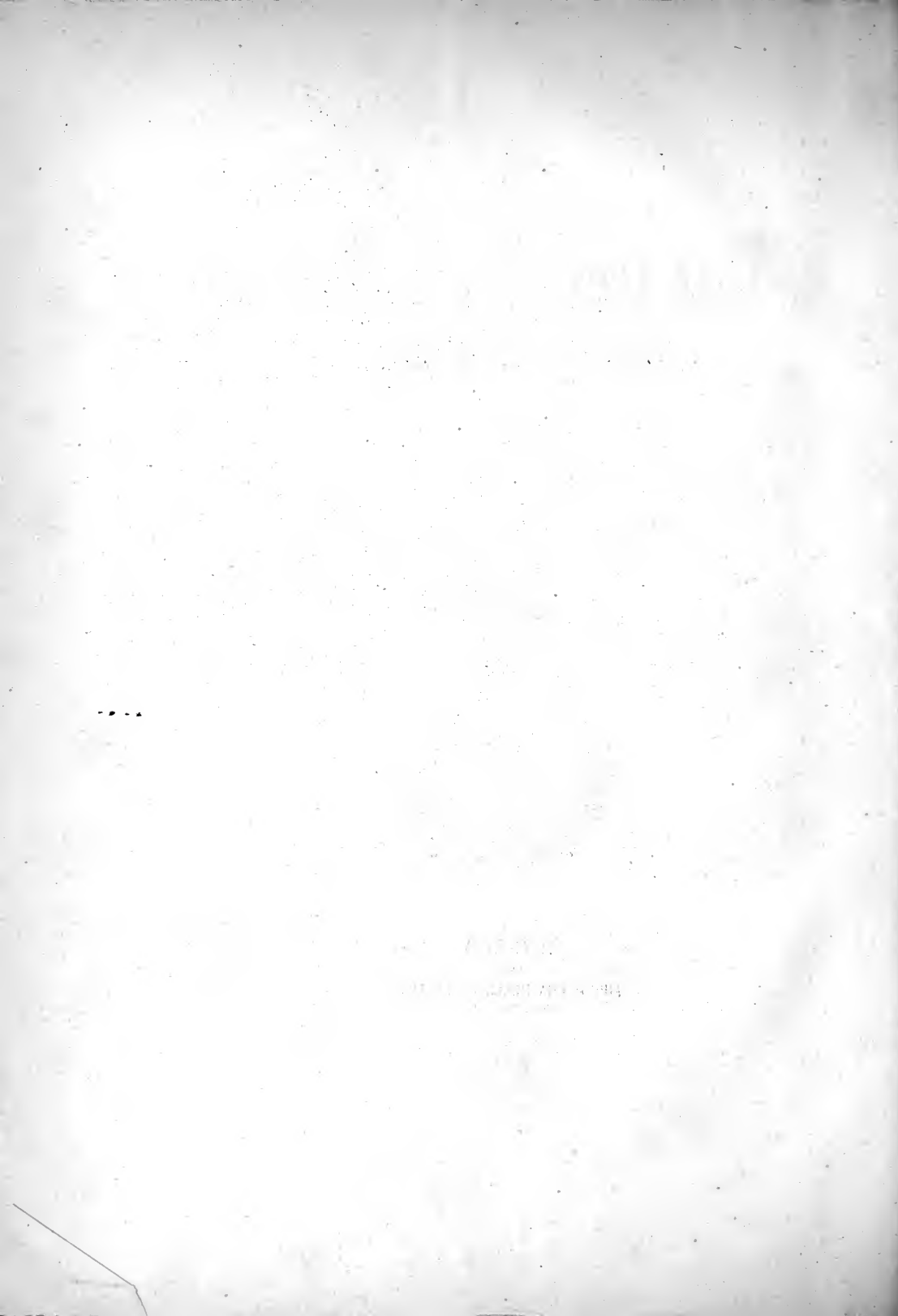
DE' NUOVI LINCEI

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

PUBBLICATI
CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA
del 22 dicembre 1850
E COMPILATI DAL SEGRETARIO

TOMO XX. – ANNO XX.

(1866-67)

ROMA
1867
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
Piazza Poli n. 91.

ELENCO DEI SOCI ATTUALI
DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

DAL 3 LUGLIO 1847, EPOCA DEL SUO RISORGIMENTO, FINO A TUTTO DICEMBRE DEL 1866.

SOCI ORDINARI

EPOCA DELLA ELEZIONE	
9 *gennaio* 1853	ASTOLFI abate OTTAVIANO, professore d'introduzione al calcolo sublime nella università di Roma, e di fisico-matematica nel collegio Urbano.
2 *febbraio* 1862	AZZARELLI cav. MATTIA, professore di meccanica e idraulica nella università di Roma.
3 *luglio* 1847	BONCOMPAGNI D. BALDASSARRE dei principi di PIOMBINO.
4 *gennaio* 1863	CADET dott. SOCRATE, professore di fisiologia umana nell'università di Roma.
3 *luglio* 1847	CAVALIERI SAN BERTOLO, Comm. NICOLA, professore emerito di architettura statica e idraulica nell'università di Roma. *defunto*
» »	CHELINI rev. p. DOMENICO delle Scuole Pie, già professore di meccanica e idraulica nell'università di Bologna.
5 *gennaio* 1862	CIALDI Comm. ALESSANDRO.
3 *luglio* 1847	COPPI cav. ANTONIO.
1 *febbraio* 1863	DIORIO dott. cav. VINCENZO, professore di zoologia nell'università di Roma.
2 *marzo* 1856	FIORINI-MAZZANTI contessa ELISABETTA, botanica.

EPOCA DELLA ELEZIONE	
7 *maggio* 1863	FOLCHI comm. CLEMENTE, ispettore d'acque e strade, e membro emerito del consiglio d'arte.
3 *giugno* 1866	GUGLIELMOTTI rev. p. ALBERTO, de' predicatori, teologo della biblioteca Casanatense.
3 *aprile* 1864	JACOBINI LUIGI, professore di agraria nella università di Roma.
3 *luglio* 1847	MASSIMO duca D. MARIO.
6 *febbraio* 1859	NARDI monsignor FRANCESCO, geografo fisico.
3 *luglio* 1847	PIERI dott. GIULIANO, professore emerito d' introduzione al calcolo sublime nell'università di Roma.
3 *aprile* 1864	POLETTI comm. LUIGI, ispettore di acque e strade, e membro del consiglio d'arte.
11 *maggio* 1848	PONZI dott. cav. GIUSEPPE, professore di geologia, e mineralogia nell'università di Roma.
22 *aprile* 1849	PROJA D. SALVATORE, nominato professore di elementi di matematica nell' università di Roma.
4 *febbraio* 1866	RESPIGHI cav. LORENZO, professore di ottica e di astronomia nell'università di Roma.
3 *aprile* 1864	ROLLI dottor ETTORE, direttore del giardino botanico dell'università di Roma.
22 *febbraio* 1852	SANGUINETTI dott. PIETRO, professore di botanica nell'università di Roma.
30 *giugno* 1850	SECCHI rev. p. ANGELO, d. C. d. G., direttore dell'osservatorio astronomico nel collegio romano.

EPOCA DELLA ELEZIONE	
3 *luglio* 1847	SERENI Comm. CARLO, professore di geometria descrittiva, e d' idrometria nell'università di Roma.
» »	TORTOLINI canonico D. BARNABA, professore di calcolo sublime nell'università di Roma.
3 *dicembre* 1854	VIALE dott. cav. BENEDETTO, professore emerito di clinica medica nell' università di Roma.
3 *luglio* 1847	VOLPICELLI dott. PAOLO, professore di fisica sperimentale nell'università di Roma.

PRESIDENTE

4 *gennaio* 1863 Comm. prof. NICOLA CAVALIERI SAN BERTOLO.

TESORIERE

1 *febbraio* 1863 Duca D. MARIO MASSIMO.

EPOCA DELLA ELEZIONE

MEMBRI DEL COMITATO ACCADEMICO

7 *Gennaro* 1866	Dott. SOCRATE CADET.
» »	R. P. DOMENICO CHELINI.
» »	Prof. dott. VINCENZO cav. DIORIO.
» »	Prof. dott. GIUSEPPE cav. PONZI.

MEMBRI DELLA COMMISSIONE DI CENSURA

8 *Aprile* 1866	Principe Don B. BONCOMPAGNI.
10 *dicembre* 1864	Prof. dott. GIUSEPPE cav. PONZI.
» »	Prof. CARLO Comm. SERENI.
» »	Prof. D. SALVATORE PROJA.

SEGRETARIO

3 *luglio* 1847 — Prof. PAOLO dott. VOLPICELLI. (*Confermato nella carica di segretario pel secondo decennio, nel* 7 *giugno* 1857).

VICE-SEGRETARIO

7 *giugno* 1857 — Prof. GIUSEPPE dott. cav. PONZI.

EPOCA DELLA ELEZIONE

BIBLIOTECARIO, ED ARCHIVISTA,

3 *luglio* 1847	Principe D. BALDASSARRE BONCOMPAGNI.

DIRETTORE DELLA SPECOLA ASTRONOMICA

4 *febbraio* 1866	Prof. cav. LORENZO RESPIGHI.

SOCI CORRISPONDENTI ITALIANI

EPOCA DELLA ELEZIONE	
3 *dicembre* 1854	**BELLAVITIS GIUSTO**, professore di matematiche superiori nell'università di Padova.
» »	**BERTOLONI** cav. **ANTONIO**, professore di botanica nell'università di Bologna.
11 *maggio* 1851	**BETTI ENRICO**, professore di matematica nel Liceo di Firenze.
5 *ottobre* 1848	**BIANCHI** cav. **GIUSEPPE**, già direttore del R. osservatorio astronomico di Modena.
4 *febbraio* 1849	**BRIGHENTI MAURIZIO**, giá professore di geometria descrittiva nella scuola degl' ingegneri di Roma, ispettore emerito di acque, e strade, ec. in Bologna.
2 *maggio* 1858	**DE-GASPARIS** professore **ANNIBALE**, astronomo a Napoli.
6 *maggio* 1860	**LOMBARDINI ELIA**, ingegnere idraulico in Milano.
11 *maggio* 1851	**MAINARDI GASPARE**, professore di calcolo sublime nella R. università di Pavia.
5 *ottobre* 1848	**MARIANINI** cav. **STEFANO**, professore di fisica sperimentale nella università di Modena.
4 *febbraio* 1849	**MATTEUCCI** comm. **CARLO**, professore di fisica nella R. università di Pisa.
» »	**MENABREA LUIGI FEDERICO**, membro della R. accademia delle scienze di Torino.
1 *aprile* 1860	**MENEGHINI GIUSEPPE** geologo in Pisa.

EPOCA DELLA ELEZIONE	
11 *maggio* 1851	MINICH SERAFINO, professore di matematiche superiori nell'università di Padova.
4 *febbraio* 1849	PARLATORE FILIPPO , professore di botanica , e di fisiologia vegetale, nel museo di fisica e storia naturale in Firenze.
4 *febbraio* 1849	PURGOTTI dott. SEBASTIANO , professore di chimica nell'università di Perugia.
» »	SANTINI comm. GIOVANNI, direttore dell' I. R. osservatorio astronomico di Padova.
6 *maggio* 1860	SAVI PAOLO geologo in Pisa.
4 *febbraio* 1849	SCACCHI ARCANGELO, professore di mineralogia nella R. università di Napoli.
» »	SISMONDA cav. ANGELO, professore di geologia , e di mineralogia nella R. università di Torino.
6 *maggio* 1860	SISMONDA EUGENIO, geologo in Torino.
4 *febbraio* 1849	TARDY PLACIDO, professore di matematiche in Genova.
1 *aprile* 1860	VILLA ANTONIO, geologo in Milano.
4 *febbraio* 1849	ZANTEDESCHI abate cav. D. FRANCESCO, già professore di fisica nell' I. R. università di Padova.

EPOCA DELLA ELEZIONE

SOCI CORRISPONDENTI STRANIERI

10 *luglio* 1853 — AGASSIZ L., professore di storia naturale a Boston.

17 *novembre* 1850 — AIRY G. B., direttore del R. osservatorio astronomico di Greenwich.

2 *febbrajo* 1862 — BECQUEREL ANTONIO CESARE, membro dell' accademia delle scienze dell' I. Istituto di Francia.

8 *aprile* 1866 — BERTRAND GIUSEPPE LUIGI, matematico, membro dell'accademia delle scienze in Parigi.

17 *novembre* 1850 — CHASLES MICHELE, membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.

4 *marzo* 1866 — DAUSSE BATTISTA, ingegnere idraulico, in Parigi.

11 *giugno* 1865 — DE CALIGNY marchese ANATOLIO.

10 *giugno* 1860 — DE CANDOLLE ALFONSO, botanico in Ginevra.

11 *giugno* 1865 — DE HAUER prof. FRANCESCO in Vienna.

17 *novembre* 1850 — DE LA RIVE AUGUSTO, professore di fisica in Ginevra.

4 *marzo* 1866 — DE SAINT VENANT, ingegnere idraulico, in Parigi.

11 *giugno* 1865 — DE WALTHERSHAUSEN bar. SARTORIUS in Gottinga.

10 *luglio* 1853 — DU BOIS REYMOND E., fisiologo in Berlino.

EPOCA DELLA ELEZIONE	
8 *aprile* 1866	**DUHAMEL GIAMMARIA**, matematico, membro dell'accademia delle scienze in Parigi.
10 *luglio* 1853	**ÉLIE DE BEAUMONT GIAMBATTISTA**, segretario perpetuo dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
17 *novembre* 1850	**FARADAY MICHELE**, membro della R. società di Londra.
8 *aprile* 1866	**FIZEAU ARMANDO IPPOLITO**, membro dell'accademia delle scienze in Parigi.
17 *novembre* 1850	**FLOURENS, G. P.**, segretario perpetuo dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
» »	**FORBES G.**, professore di fisica in Edimburgo.
» »	**FOUCAULT LEONE**, fisico nell' osservatorio astronomico di Parigi.
» »	**FRIES ELIAS**, segretario della R. accademia delle scienze di Upsala.
» »	**GROVE G. R.**, professore di fisica in Londra.
» »	**HANSEN P. A.**, direttore dell' osservatorio astronomico di Gotha.
» «	**HENRY**, segretario dell' istituto Smitsoniano in Washington.
10 *luglio* 1853	**IACOBI**, professore di chimica in Pietroburgo.
» »	**KUMMER**, professore di matematica nell'università di Breslavia.
17 *novembre* 1850	**LAMÉ G.**, membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
4 *marzo* 1866	**LE JOLI AUGUSTO**, naturalista a Cherbourg.
1 *dicembre* 1861	**LE VERRIER U. G.**, direttore dell' I. osservatorio di Parigi.

EPOCA DELLA ELEZIONE	
10 *luglio* 1853	**LIAIS E.**, già nell' I. osservatorio di Parigi astronomo aggiunto.
» »	**LIEBIG barone GIUSTO**, professore di chimica in Monaco.
» »	**LITROW**, direttore dell' I. e R. osservatorio astronomico in Vienna.
4 *febbraio* 1849	**MALAGUTI M. J.**, professore di chimica in Rennes.
10 *luglio* 1853	**MALMSTEN** dott. C. G., professore di matematica nell'università di Upsala.
30 *luglio* 1865	**MORIN**, generale, **ARTURO GIULIO**, membro dell' accademia delle scienze dell' I. Istituto di Francia.
10 *luglio* 1853	**MURCHISON** cav. R., presidente della società geologica in Londra.
» »	**NEUMANN**, dott. professore di matematiche, e fisica nell'università di Könisberg.
» »	**OHM** dott. M., professore di matematiche nell'università di Berlino.
» »	**POUILLET C.**, membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
17 *novembre* 1850	**QUETELET** cav. A., segretario perpetuo della R. accademia delle scienze, lettere, e belle arti del Belgio in Brusselle.
10 *luglio* 1853	**REGNAULT V.**, membro dell'accademia delle scienze dell' I. istituto di Francia.
» »	**REMON ZARCO DEL VALLE** dott. **ANTONIO**, presidente della R. accademia delle scienze in Madrid.

EPOCA DELLA ELEZIONE

10 *luglio* 1853	ROBERTS G. , professore di matematica nel collegio della Trinità in Dublino.
2 *maggio* 1858	SABINE, fisico e membro della R. Società di Londra.
3 *aprile* 1864	SALDANHA (Duca di).
10 *giugno* 1860	SORET LUIGI, fisico in Ginevra.
2 *maggio* 1858	THOMSON G., professore di filosofia naturale nell'università di Glasgow.
30 *luglio* 1865	VAILLANT , maresciallo conte GIOVANNI BATTISTA FILIBERTO membro dell'accademia delle scienze dell'I. Istituto di Francia.
2 *maggio* 1858	WEHLBERG , segretario della R. accademia delle scienze di Stockolm.
17 *novembre* 1850	WHEATSTONE, membro della R. società di Londra.

SOCI ONORARI

12 *gennaio* 1849	CAETANI D. MICHELANGELO , duca di Sermoneta.
3 *luglio* 1847	GRIFI commend. LUIGI, segretario della commissione generale consultiva di antichitá e belle arti.
16 *gennaio* 1856	RATTI dott. FRANCESCO, professore di chimica, e di farmacia nell'università romana.

EPOCA DELLA ELEZIONE

SOCI AGGIUNTI

25 *maggio* 1848	**BETOCCHI ALESSANDRO**, ingegnere.
» »	**CUGNONI IGNAZIO**, ingegnere.
1 *aprile* 1855	**DELLA PORTA** conte **AUGUSTO**.
3 *luglio* 1847	**DES-JARDINS** dott. **FELICE MARIA**.
1 *aprile* 1855	**FABRI** dott. **RUGGIERO**.
25 *maggio* 1848	**PALOMBA** dott. **CLEMENTE**.
» »	**VESPASIANI** abate **D. SALVATORE**, già supplente alla cattedra di fisico-chimica nel seminario romano.

MACCHINISTA

. . . .

SOCI DEFUNTI

FORCHHAMMER GIORGIO, nel 14 di dicembre del 1865.
CALANDRELLI D. IGNAZIO, nel 12 di febbraio del 1866.
MAZZANI canonico **D. TOMMASO**, nel 7 di ottobre del 1866.

ATTI
DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE Iª DEL 2 DICEMBRE 1866.

PRESIDENZA DEL SIG. COM. N. PROF. CAVALIERI SAN BERTOLO

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Note sur un problème d'analyse indéterminée par M. Eugène Catalan, professeur a l'Université de Liége.

PROBLÈME – *Trouver plusieurs cubes entiers, consécutifs, dont la somme soit un carré* (*).

I.

A cause de la relation

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2,$$

on a

$$x^3 + (x+1)^3 + \ldots + (x+y-1)^3 = \frac{y}{8}(2x+y-1)\left[4x^2 + 4(y-1)x + 2y(y-1)\right];$$

ou, en représentant par s la somme des y cubes, et en posant

$$2x + y - 1 = z \qquad (1):$$

$$16s = 2yz(y^2 + z^2 - 1) \qquad (2).$$

(*) Cette question m'a été suggérée par la lecture d'un beau Mémoire de M. Angelo Genocchi (*Note sur quelques sommations de cubes*). Bien que ce savant Géomètre y donne les solutions *rationnelles* de l'équation *générale*

$$x^3 + (x+r)^3 + (x+2r)^3 + \ldots + (x+nr-r)^3 = y^2,$$

il m'a semblé intéressant de chercher les solutions *entières* de l'équation *particulière*

$$x^3 + (x+1)^3 + \ldots + (x+n-1)^3 = y^2.$$

D' après l'égalité (1), y et z sont de *parités différentes*. Par suite, $2yz$ et y^2+z^2-1 sont divisibles par 4. Donc s sera un carré si le second membre de l'équation (2) est un carré.

Soient

$$2yz = \alpha, \quad y^2+z^2+1 = \beta, \quad y+z = \lambda, \quad z-y = \mu, \quad s = t^2 \qquad (3);$$

nous aurons

$$\alpha\beta = 16t^2, \quad \alpha+\beta+1 = \lambda^2, \quad \beta-\alpha+1 = \mu^2 \qquad (4).$$

Ainsi, la question se réduit à *trouver deux multiples de* 4, α, β, *tels que* $\alpha\beta$, $\alpha+\beta+1$, $\beta-\alpha+1$ *soient des carrés*.

II.

L'élimination de β, entre la première et la troisième des équations (4), conduit à

$$64t^2 + (\mu^2-1)^2 = (2\alpha+\mu^2-1)^2 \qquad (5).$$

Les solutions entières de cette équation sont données par les deux systèmes de formules :

$$2\alpha+\mu^2-1 = u^2+v^2, \quad \mu^2-1 = u^2-v^2, \quad 4t = uv \qquad (6),$$

$$2\alpha+\mu^2-1 = u^2+v^2, \quad \mu^2-1 = 2uv, \quad 8t = u^2-v^2 \qquad (6');$$

d'où l'on tire, soit

$$\alpha = v^2, \quad \beta^2 = u^2 \qquad (7),$$

soit

$$2\alpha = (u-v)^2, \quad 2\beta = (u+v)^2 \qquad (7').$$

Ainsi α, β, *ou leurs doubles, sont des carrés*.

III.

Les équations (7) équivalent à

$$2yz = v^2, \quad y^2+z^2-1 = u^2 \qquad (8).$$

Soit $y = \frac{p}{q}z$, $\frac{p}{q}$ étant irréductible. On déduit de là

$$y = p\gamma, \quad z = q\gamma \qquad (9),$$

γ étant un nombre entier. De plus, y et z étant de *parités différentes*, il en est de même pour p et q ; en outre, γ *est impair*. Enfin, à cause de $2yz = v^2$, $2pq$ *est un carré;* ce pui prouve que, *des deux nombre* p, q, *l'un est un carré, et l'autre, le double d'un carré*.

Au moyen des valeurs (9), la seconde équation (8) devient

$$(p^2+q^2)\gamma^2 - u^2 = 1 \qquad (10).$$

Dans chaque cas particulier, l'équation (10) fera connaître les valeurs de γ et

de u. On aura ensuite

$$y = p\gamma, \quad x = \frac{(q-p)\gamma - 1}{2}, \quad s = 2pq\,\frac{\gamma^2 u^2}{16} \qquad (11).$$

IV.

Si l'on répète, sur les formules (7'), des calculs analogues aux précédents, on trouve

$$4yz = (u-v)^2, \qquad 2(y^2 + z^2 - 1) = (u+v)^2 = 4u'^2 \qquad (8'),$$

$$y = p\gamma, \qquad z = q\gamma \qquad (9'),$$

$$(p^2 + q^2)\gamma^2 - 2u'^2 = 1 \qquad (10'),$$

$$y = p\gamma, \quad x = \frac{(q-p)\gamma + 1}{2}, \quad s = pq\,\frac{\gamma^2 u'^2}{4} \qquad (11'):$$

cette fois, *p et q sont des carrés, l'un pair, l'autre impair* (*).

V. Applications.

1° $p = 8$, $q = 9$. L'équation (10) devient

$$145\,\gamma^2 - u^2 = 1.$$

Elle est vérifiée par $\gamma = 1$, $u = 12$; d'où $x = 1$. En laissant de côté cette solution connue, on en trouve une infinité au moyen de la relation

$$u + \gamma\sqrt{145} = (12 + \sqrt{145})^{2n+1}.$$

Par exemple, $n = 1$ donne

$$u = 6\,948, \quad \gamma = 577;$$

puis

$$y = 4\,616, \quad x = 289, \quad s = (3.\ 577.\ 6948)^2.$$

Ainsi

$$289^3 + 290^3 + \ldots + 4\,904^3 = (3.\ 577.\ 6\,948)^2.$$

2° $p = 2$, $q = 25$. L'équation (10) est

$$629\,\gamma^2 - u^2 = 1.$$

Les valeurs les plus simples sont

$$\gamma = 313, \quad u = 7\,850 \quad (**);$$

d'où

$$y = 626, \quad x = 3\,600, \quad s = (5.\ 313.\ 3\,925)^2.$$

(*) Il ne m'a pas été possible de trouver une solution de l'équation (10'). Pourrait-on démontrer qu'elle n'en admet aucune ?

(**) La table X de Legendre (*Théorie des Nombres*, tome I) renferme une faute typographique: au lieu de 1850, on doit lire 7 850.

On a donc

$$3\,600^3 + 3\,601^3 + \ldots + 4\,225^3 = (5.\,313.\,3\,925)^2$$

3° Si, dans la relation

$$u + \gamma\sqrt{629} = (7\,850 + 313\sqrt{629})^{2n+1},$$

on suppose $n = 1$, on trouve :

$$u = 7\,850^3 + 3.\,7\,850.\,313^2.\,629 = 7\,850(7\,850^2 + 3.\,313^2.\,629),$$

$$\gamma = 3.\,7\,850^2.\,313 + 313^3.\,629 = 313(3.\,7\,850^2 + 313^2.\,629).$$

Or :

$7\,850^2 = 61\;622\;500,\quad 313^2 = 97\;969\,,\quad 3.\,313^2.\,629 = 184\;867\;503\,,\quad 313^2.\,629 = 61\;622\;501;$

donc

$$u = 7\,850(61\;622\;500 + 184\;867\;503) = 7\,850.\,246\;490\;003$$
$$= 1\;934\;946\;523\;550\,,$$
$$\gamma = 313(184\;867\;500 + 61\;622\;501) = 313.\,246\;490\;001$$
$$= 77\;151\;370\;313.$$

Si ces valeurs sont exactes, on doit avoir

$$629.\,77\;151\;370\;313^2 - 1\;934\;946\;523\;550^2 = 1.$$

En effet :

$$77\;151\;370\;313^2 = 5\;952\;331\;941\;173\;657\;717\;969\,,$$
$$629.\,77\;151\;370\;313^2 = 3\;744\;018\;048\;998\;230\;704\;602\;501\,,$$
$$1\;934\;946\;523\;550^2 = 3\;744\;018\;048\;998\;230\;704\;602\;500\,;$$

ec.

Des valeurs précédentes de γ et de u, on tire

$$y = 2\gamma = 154\;302\;740\;626\,,\quad x = \frac{23\gamma + 1}{2} = 887\;240\;758\;600\,,$$
$$x + y - 1 = 1\;041\;543\;499\;225\,,$$
$$s = \left[\frac{u\gamma}{2}\right]^2 = (967\;473\;261\;775.\,77\;151\;370\;313)^2.$$

Ainsi

$$887\;240\;758\;600^3 + 887\;240\;758\;601^3 + \ldots + 1\;041\;543\;499\;225^3 =$$
$$(967\;473\;261\;775.\,77\;151\;370\;313)^2.$$

Liége, 21 Octobre 1866.

Ricerche sulle macchie solari e i loro movimenti,
del P. A. Secchi.

Una questione della massima importanza è sorta in questi ultimi tempi nella scienza sulla vera origine di certi movimenti delle macchie solari che mi è sembrata degna di più squisite ricerche che non sono state fatte finora. Essa è la séguente :

Confrontando l'andamento in longitudine di una macchia, si trova sovente che essa varia, e che queste variazioni sono più sensibili quando essa è presso all'orlo del disco che quando è vicina al centro. I movimenti sono opposti presso ai due orli del disco: all'orlo orientale la macchia sembra accostarsi al centro e aumentare la longitudine , e all'occidentale torna pure ad accostarsi al centro, ma diminuisce la longitudine: onde avviene che gli archi diurni sono diminuiti in ambedue i casi presso gli orli.

Questo fatto mi colpì da prima esaminando i risultati del sig. Carrington, e ovvii ne sono gli esempi nella sua insigne opera , specialmente in quelle macchie che si osservano per lungo periodo e nelle vicinanze dell'orlo.

Investigando quale potesse esser la causa di queste variazioni, mi venne in mente che essa poteva derivare dalla refrazione dell'atmosfera solare. Infatti l' esistenza di questa atmosfera è messa fuor di dubbio dall' assorbimento de' raggi di ogni specie che essa produce , e dai fenomeni dalle nubi rosate osservate nelle ecclissi. Inoltre se essa esiste, deve effettivamente produrre rapporto all'orlo del sole due effetti singolari. Il primo è un aumento del diametro e il secondo una anticipazione nel nascere e un ritardo nel tramontare della macchia, considerando queste fasi del movimento rapporto al circolo terminatore del disco come un orizzonte. Limitandosi poi alle distanze abituali a cui si possono misurare le macchie, dall'orlo, e che sono per lo più di 10 in 8° eliocentrici, si può applicare a tale fenomeno la legge delle refrazioni terrestri, e considerarne l'effetto come proporzionale alla tangente della distanza eliocentrica ρ della macchia dalla terra; ossia essa ha il valore

$$r \text{ tang.} \rho \, .$$

Al sig. Faye non piacque tale spiegazione del fenomeno, e invece ne pro-

pose un'altra, cioè che esso provenisse dalla profondità delle macchie stesse. Egli stabiliva pertanto, che ammesso ciò che ora sembra incontrastabile, che le macchie siano cavità nella fotosfera solare, ne risultava una correzione della forma

$$\frac{p}{R} \text{tang.}\rho \, .$$

Ove R è il semidiametro solare, è p la profondità. La profondità deve certo influire, ma ridotta la questione a questi termini era impossibile decidere qual delle due cause fosse la più efficace, perchè l'argomento ρ essendo lo stesso, era impossibile separare ciò che si dovea a una parte o all'altra del coefficiente.

Dopo aver fatto molte osservazioni al modo comune, cioè mirando al centro della macchia, e verificato il movimento suddetto, riconobbi che era possibile eliminare la profondità dirigendo le misure al contorno degli orli della penombra. Favorito dalla presenza di varie macchie ben decise, ho intrapreso questo nuovo genere di misure del quale do quì un saggio.

Il metodo di misurare da me adoperato è di due specie: uno è per proiezione grafica all' Equatoriale di Cauchoix, l' altro per misure micrometriche all' Equatoriale di Merz. Il primo non deve considerarsi che come un abozzo approssimato e incapace di risolvere questo delicato problema, specialmente per le distanze al centro. Tuttavia ne do i risultati per far notare una cosa importante e di cui finora non si è tenuto conto: vale a dire la deformazione dell' immagine prodotta colla proiezione. È inutile che io dia quì la teoria di questa correzione, avendola già esposta nel *Bullettino meteorologico del Collegio Romano* num. 7, pag. 67 del 1866.

Solo dirò che alle misure fatte con questo mezzo avendo applicata la correzione dovuta alla deformazione, il confronto fra queste osservazioni, e quelle del sig. Spoerer è riuscito così soddisfacente che ho giudicato non inopportuno il pubblicarle, tanto più che questo può incoraggire altri a usare questo sistema di osservazioni facile e commodo. Di più avendone noi 7 anni continui ho rilevato che potremo trarne un partito non indifferente per la teoria solare. Siccome poi l'angolo di posizione non è mutato da questa deformazione, quindi esso può servire per correggere le osservazioni micrometriche fatte molto vicino all'orlo, in cui riesce alquanto incerto.

Queste misure grafiche formano la prima serie dal 1.° gennaio al 1.° marzo. Da questo dì, se altro non è avvisato nelle note, sottentrano le misure

micrometriche per posizione e distanza. Ove solo avverto che quando la macchia è assai vicina all'orlo, ho preferito di usare l'angolo dedotto dalla osservazione di proiezione, perchè l'esperienza mostra che è assai difficile il prenderlo bene col micrometro in tale estremo.

Finalmente la terza serie mostra le misure prese col nuovo metodo di misurare agli orli della penombra , e così dare una eliminazione diretta alla profondità. Queste si distinguono facilmente delle altre, perchè allora le due colonne delle distanze sono piene, mentre se si è misurato dal centro del nucleo , è piena solo la prima. Riportate che siano le osservazioni dirò de' risultati che ne discendono.

Qui credo però necessario avvertire che la riduzione di tutte le osservazioni è stata fatta partendo dagli ipotetici elementi della rotazione del sole dati dal sig. Carrington nell'opera sua, e usando il metodo di calcolo stesso da lui usata. Quindi le divergenze che si notassero sono da considerarsi come errori da cui con discussione più completa si potranno dedurre le correzioni agli elementi stessi della rotazione solare e la diversa durata nei varii paralleli. Gli elementi assunti sono i seguenti :

$\Omega = 73.^\circ 40'$ pel 1850

$I = 7. 15$

ξ moto diurno $= 14.^\circ 11.'$

Rotazione $= 25.^{giorni} 38.$

Nelle seguenti tavole la prima colonna dà il numero d' ordine progressivo delle macchie osservate dal primo dell' anno 1866 in poi. Questo numero è un poco arbitrario quando sono a gruppi, ma in pratica poco conclude; dalla descrizione si capisce sempre quale sia il punto preso di mira. — La 2.ª dà la data civile per commodo di ritrovarle. — La 3.ª il giorno dell'anno contato dal mezzodì 31 dicembre 1865, e perciò è il numero simile dell'Almanacco nautico accresciuto di una unità. — La 4.ª l' angolo di posizione contato al modo solito come per le stelle doppie. — La 5.ª la distanza dall'orlo, che è data in secondi di arco, e se vi è una colonna sola quella è la distanza del centro del nucleo della macchia, se due sono i rispettivi orli. — La 7.ª il valore di ρ ossia la distanza della terra dalla macchia veduta dal centro del Sole. Ove sono due misure, ρ è il medio che risulta dalle due, e si riferisce

al centro eliocentrico della macchia: la differenza de' due valori dà la grandezza della macchia, e il loro andamento serve di controllo. La colonna 8.ª e 9.ª dànno λ e Λ che sono la latitudine e longitudine eliografica della macchia contata dal meridiano solare mobile che passava per la terra all' istante $0.^g\ 0.^{or}\ 0.^m\ 0.^s$ del 1866, ossia al mezzodì del 31 dicembre 1865. Le note sono scarse, ma molte altre relative alla struttura fisica che si sono fatte saranno discusse in altra occasione.

Le conclusioni principali che per ora risultano da questo lavoro sono le seguenti.

1.° Esiste realmente un moto apparente delle macchie nella pluralità de' casi da noi contemplati e che ha la legge indicata.

2.° Però esso è mascherato da molti salti evidenti che non sono effetto di errore di osservazione, come taluno potrebbe credere, perchè si sostengono per più giorni consecutivi. Di più si rileva che le variazioni principali sono sempre d'accordo con le mutate forme della macchia.

3.° Le misure prese sui due orli lasciano affatto indecisa la correzione di refrazione e di profondità, e fanno con ciò vedere che la profondità è causa molto influente, ma ciò non distrugge, come si è creduto, la refrazione, perchè con tal metodo di misura s' introduce un'altra irregolarità che è la parallasse di *altezza* , essendo ben noto che l' orlo delle macchie è più rilevato del resto della fotosfera.

4.° Ulteriori osservazioni sono pertanto necessarie, e io mi propongo di farle per l'avvenire, prima di passare a una più minuta discussione. Intanto pubblico le presenti per commodo degli astronomi.

Roma 3 Giugno 1866.

P.S. Il ritardo di questa pubblicazione mi giova per aggiungervi qualche serie importante, e dare gli elementi della rotazione solare che sulle sue e le nostre osservazioni ha trovato il sig. Spörer, e sono i seguenti

$$\Omega = 74.^\circ\ 47.'\ 46.''$$
$$i = 6.\ 58.\ 5$$
$$\xi = 14.2521$$
$$T = 25.^g\ 6.^h\ 13.^m$$

Combinando questi, dopo applicatovi il debito peso, coi suoi antecedentemente

trovati, esso dà come definitivi i seguenti:

$$☊ = 74.^\circ 36.'$$
$$i = 6.\ 57.$$
$$\xi = 14.2664$$
$$T = 25.2340 = 25.^g 5.^h 37.^m$$

Questi elementi sono molto diversi da quelli del sig. Carrington onde si vede che non è inutile uno studio più sostenuto di queste macchie.

Quì, però devo osservare: 1.° che in genere sono sempre preferibili i risultati dedotti da una gran massa di osservazioni, e perciò quelli del Carrington non doversi ancora rigettare. 2.° Che non è impossibile che vi siano delle fluttuazioni notabili e persistenti molto tempo in questi valori. Perchè ci dobbiamo ricordare che noi non *misuriamo la rotazione del corpo solare*, ma solamente i moti delle correnti della sua fotosfera. Inoltre 3.° possono farsi diverse domande. 1.ª È ben provato , che il sole sia ridotto ad avere un asse di rotazione permanente ? 2.ª È ben certo che nei periodi di quiete come ora, si abbia la stessa durata di rotazione che in quelli di agitazione ? Quest'ultimo punto mi pare molto poco sicuro, quindi io mi limito per ora a dare fatti riserbando ad altro tempo la loro discussione.

MACCHIE SOLARI OSSERVATE AL COLLEGIO ROMANO NEL 1866

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
					Num. 1.				
1	1 Gen.	0.967	103° 42′	694.″ 42	....	16° 47′ 26″	— 6° 27′ 3	356.°351	Soli disegni. Macchie comparse il 27 Decembre 1865.
2	2	2.002	132 2	897. 56	....	4 42 24	6 20 5	355. 060	
3	3	2.927	245 40	844. 35	....	7 49 7	6 42 8	353. 474	
4	4	3.938	260 33	624. 96	....	21 4 3	6 49 3	354. 034	
5	5	4.927	263 48	414. 51	....	35 1 26	6 28 0	355. 169	
6	7	6.993	262 9	120. 95	....	60 58 13	7 47 0	354. 594	
7	8	8.004	261 3	40. 32	....	73 12 22	8 13 3	353. 168	
					Num. 2.				
8	1 Gen.	1.967	131°30′	637. 19	....	20 18 29	—15 35 0	356. 425	
9	2	2.002	170 29	754. 80	....	13 8 12	16 10 9	356. 090	
10	3	2.927	214 25	724. 20	....	14 58 46	15 49 2	354. 982	
11	4	3.938	238 40	569. 34	....	24 35 35	15 55 7	354. 734	
12	5	4.927	247 22	393. 54	....	36 32 30	16 8 5	355. 084	
13	7	6.993	251 1	111. 28	....	62 12 53	17 37 0	355. 474	
14	8	8.004	250 58	36. 29	....	74 5 8	17 51 5	354. 212	
					Num. 3.				
15	3 Gen.	2.927	80 42	35. 48	....	74 15 27	+ 8 50 8	272. 076	
16	4	3.938	78 30	109. 78	....	62 22 1	8 50 7	271. 814	
17	5	4.927	74 12	232. 25	....	49 29 4	9 33 0	272. 104	
18	7	6.993	57 57	582. 20	....	23 45 59	8 20 6	272. 959	Svanita il giorno 8.
					Num. 4.				
19	8 Gen.	8.0042	80 14	20. 076	....	78 6 19	+ 7 9 9	202. 297	
20	10	9.9673	75 30	197. 535	....	52 43 30	6 54 2	202. 090	

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
21	14Gen.	14.0000	350°48'	797."085	....	10°35' 55"	+5° 57' 6	202. 519	È mutata molto nelle lingue: misura inesatta.
22	15	14.9896	305 19	680. 280	....	17 37 40	6 40 3	202. 053	
23	16	16.0000	287 15	490. 01	....	29 46 57	6 48 7	202. 273	
24	18	18.0000	275 21	185. 645	....	54 4 1	6 29 8	203. 140	
25	19	19.0000	272 29	66. 02	....	68 36 2	6 42 7	202. 485	* La divergenza non è certamente error di calcolo, forse di misura.
26	20	20.0000	270 51	25. 88	....	76 31 39	6 37 10	197. 41*	

Num. 5. ai 14 Gen.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
26	14Gen.	14.0000	271 00	290. 20	....	44 29 32	+ 0 31 2	244. 89	Comparsa oggi, svanita domani, piccolo gruppetto.

Num. 6 nucleo precedente dal 15 al 26 Gen.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
27	15Gen.	14.9860	93 15	60. 04	....	69 33 42	— 9 16 8	117. 673	
28	16	16.0000	92 51	163. 47	....	56 9 36	9 35 3	117. 85	La macchia si allarga assai e si fa doppia.
29	18	18.0000	94 15	520. 31	....	27 45 3	9 19 4	120. 36	La macchia è doppia anche in questo nucleo. Si mira alla precedente.
30	19	19.0000	99 18	721. 73	....	15 5 34	9 3 0	120. 13	
31	20	20.0000	151 30	905. 30	....	4 12 18	9 5 2	120. 09	
32	21	21.0000	244 59	759. 58	....	12 48 32	8 58 7	120. 51	
33	22	22.0000	251 21	555. 69	....	25 25 59	9 19 8	120. 64	
34	23	23.0138	253 40	375. 26	....	37 51 5	9 2 0	119. 93	
35	25	25.0000	252 27	104. 31	....	63 2 38	9 43 3	119. 367	
36	26	25.9895	250 51	38. 00	....	73 42 21	10 26 8	117. 709	La 6 finisce oggi, domani vi sono solo le facole.

Num. 6a nucleo seguente dal 16 al 23 Gen.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
37	16	16.0000	93 55	89. 02	....	65 6 41	—10 32 6	108. 76	
38	18	18.0000	92 55	352. 58	....	41 6 5	9 49 5	106. 803	Divergono sempre più.
39	19	19.0000	93 12	517. 02	....	27 58 30	9 9 3	106. 91	
40	20	20.0000	98 12	714. 40	....	15 30 27	9 4 4	106. 508	
41	21	21.0000	157 25	922. 31	....	3 12 20	8 21 3	107. 63	* La macchia è ridotta a un punto e vi si vede moto notabile. L'altro nucleo finisce più tardi.
42	22	22.0000	243 39	772. 45	....	12 2 00	8 58 5	106. 868	
43	23	23.0138	252 40	579. 07	....	23 55 32	8 30 3	105. 807*	

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
				Num. 7 dal 25 al 26 Gen.					
44	25Gen.	25.0000	274°58′	80.″ 05	....	66° 19′ 43″	+10° 50′ 5	120.°372	Comparso oggi. Gruppetto incerto.
45	26	25.9895	272 0	8. 08	....	82 21 41	10 58 1	124. 40	Il punto d'oggi non è certamente quello di ieri, essendo tutto variato.
				Num. 8. 25 Gen.					
46	25	25.0000	97 30	115. 62	....	61 35 59	—17 34 5	353. 87	Si scioglie subito lasciando solo facole.
				Num. 9 dal 27 Gen. al 7 Febr. Nucleo precedente (a).					
47	27	26.9805	91 41	22. 63	....	77 22 46	—12 56 7	310. 743	È doppia.
48	29	29.0083	90 30	167. 30	....	55 44 11	12 36 0	306. 822	Apparisce un altro nucleo vicino.
49	30	29.9965	91 12	314. 32	....	42 30 8	12 22 8	307. 206	*a* Acquistano penombra comune i due nuclei, quindi un salto.
50	4Feb.	34.9972	238 33	544. 97	....	26 3 50	13 26 8	309. 64	
51	5	36.0035	241 19	369. 06	....	38 15 54	14 4 0	309. 08	*b* Stanno per sparire si sciolgono fisicamente. Sono superficiali, quindi i moti forti e strani.
52	6	36.9965	243 54	225. 06	....	50 4 20	13 5 3	308. 32*a*	
53	7	37.9965	243 30	97. 22	....	63 57 12	13 21 2	305. 24*b*	
				Num. 9 nucleo b del 27 Gennaio al 7 Febr.					
54	27Gen.	26.9805	93 3 0	13. 74	....	80 6 57	—14 7 6	308. 523	Altro nucleo.
55	29	29.0083	90 0 0	195. 60	....	52 52 49	12 16 5	309. 775	Latitudine variata?
56	30	29.9965	91 42	347. 45	....	39 55 11	12 28 7	310. 065	
57	4Feb.	34.9972	240 45	565. 97	....	24 42 1	12 49 0	308. 71	
58	5	36.0035	243 00	385. 12	....	37 4 30	12 53 0	308. 00	
59	6	36.9965	245 2	230. 84	....	49 32 46	12 12 2	307. 81	
60	7	37.9965	244 33	104. 47	....	62 59 30	12 27 5	304. 24	Si trova sparita ai 9.
				Num. 10 dal 27 al 30 Genn.					
61	27Gen.	26.9805	67 48	150. 35	....	57 33 14	+ 6 46 8	333. 560	Puntino entro molte facole seguenti.
62	29	29.0083	51 50	469. 56	....	31 6 53	8 20 2	335. 29	È superficiale e muta posto.
63	30	29.9965	35 55	646. 42	....	19 39 00	7 19 8	335. 538	Si trova svanito il punto ai 4 febr.

N.º d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
				Num. 11, 29 Genn.					
64	29	29.0083	282°24'	190." 00	....	53°25' 54"	+7° 3' 0	55.°197	Dura un giorno solo. È un puntino con facole e svanisce.
				Num. 12 dal 4 al 16 Febbraio					
65	4 Feb.	34.9972	67 6 0	16. 913	....	79 1 53	+7 50 4	206.129	Le differenze sono prese dal mezzo dell'area sturbata.
66	6	36.0035	64 2 0	80. 422	....	66 20 42	8 15 7	205.734	
67	7	36.9965	60 33 0	189. 70	....	53 24 55	8 3 3	206.635	
68	8	37.9965	54 45 0	335. 64	....	40 47 49	8 7 1	206.502	
69	10	39.9930	24 27 0	656. 623	....	18 57 00	7 56 9	206.236	
70	11	40.9951	338 12 0	724. 68	....	14 46 31	8 2 2	206.798	a Mutata un poco la macchia, ma anche l'osservazione è fatta in fretta e poco sicura.
71	12	42.9826	280 46 0	470. 048	....	31 0 54	7 16 1a	206.763	
72	13	43.9374	273 42 0	330. 74	....	41 9 46	8 8 4	204.538b	
73	16	46.9826	260 6 0	17. 678	....	78 47 47	6 30 4	204.185	b Salto manifesto, e sicuro.
				Num. 13 dal 10 al 12 Febr.					
74	10	40.9951	273 36 0	281. 50	....	45 7 57	+ 8 48 7	247. 73	Il gruppetto ha formato un nucleo, ma non pare nello stesso sito.
75	12	42.9826	270 30 0	66. 11	....	68 31 2	12 49 3	245. 11	
				Num. 14 dal 10 al 20 Febr.					
76	10	40.9951	61 45 0	12. 90	....	80 24 00	+10 57 5	126. 36	
77	12	42 9826	56 00 0	161. 24	....	56 19 57	11 54 8	128. 23	Osservazione fra le nubi, però sicura.
78	13	43.9374	50 00 0	299. 17	....	44 23 36	10 47 8	125. 41	
79	16	46.9826	346 39 0	687. 14	....	17 0 34	10 2 6	124. 99	
80	18	48.0034	307 12 0	634. 61	....	20 15 12	9 44 8	124. 40	Moto progressivo evidente.
81	19	49 0034	285 45 0	469. 43	....	30 56 57	10 35 0	125. 33	a Mancano le ultime osservazioni presso l'orlo pel tempo cattivo.
82	20	50.9583	268 12 0	180. 28	....	54 19 18	9 50 0	125. 84a	

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
					Num. 15 dal 12 al 24 Febbr.				
83	12	42.9826	60°33′ 0	24.″ 06	....	76°58′ 40	+ 9° 27′ 8	103.°86	Grup. all'orlo. Si prende il punto più largo.
84	13	43.9374	62 6 0	62. 51	....	69 6 29	7 42 2	98. 72	Si è chiuso quello di ieri e aperto altro foro.
85	16	46.9826	43 30 0	468. 94	....	31 3 48	7 54 0	99. 116	Ingrandita enormemente ! V. dis.
86	18	48.0034	25 21 0	626. 19	....	20 46 48	8 7 8	98. 599	Seguono le mutazioni: in lunghezza è 14°, 9 e in latitudine varia ai capi di 2° 7.
87	19	49.0034	344 30 0	708. 41	....	15 41 45	8 40 4	98. 87	
88	20	50.9583	281 15 0	490. 91	....	29 32 24	8 8 9	99. 40	Molto mutata.
89	24	54.9443	259 20 0	12. 80	....	80 25 32	7 19 9	100. 835	Di questa macchia vastissima vi sono disegni grandi.
					Num. 16, 1 Marzo				
90	1 Mar.	60.0000	190 00	901. 90	....	4 1 4	—10 38 7	317. 06	Gruppetto che svanisce subito.
					Num. 17 dal 1 al 5 Marzo				
91	1	60.0000	51 6 0	126. 89	....	60 7 57	+10 25 2	257. 50	Piccolo nucleo, facole appresso.
92	2	60.9214	45 45 0	245. 69	....	48 0 46	11 11 8	258. 20	
93	3	61.9000	39 48 0	390. 17	....	36 32 40	10 7 6	257. 58	È ridotta a due puntini.
94	4	62.8784	23 45 0	540. 14	....	26 10 00	10 55 5	258. 07	Appena sono sensibili i puntini.
95	5	63.9027	348 50 0	652. 27	....	18 58 53	11 21 0	259. 67	Ridotta a un puntino, e svanisce.
					Num. 18 dal 3 al 15 Marzo. Riap. del n. 4 e 12.				
96	3	61.8863	58 19 48″	5. 511	....	83 37 35	+ 8 28 3	208. 31	Misure micrometriche : bella nucleare.
97	4	62.8839	55 43 00	48. 581	....	71 31 47	8 47 5	207. 58	
98	5	63.8824	51 48 00	138. 84	....	58 43 22	9 16 9	207. 216	
99	6	64.8934	47 33 00	266. 29	....	46 17 6	8 46 8	206. 86	Compariscono due punti vicini.
100	7	65.9074	37 48 24	424. 338	....	34 1 20	9 30 3	207. 35	
101	8	66.9301	22 18 00	585. 771	....	23 11 29	9 3 0	207. 23	Compariscono altri puntini.
102	9	69.8530	283 24 00	529. 053	....	26 49 57	9 10 6	206. 410	
103	10	70.8850	271 6 00	367. 836	....	38 7 20	9 20 2	205. 960	
104	12	72,8641	260 36 00	114. 037	....	61 39 19	9 14 5	204. 655	

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
105	13	73.8964	256° 54' 30"	30".376	....	75° 20' 28"	+ 9° 24' 3	205.°420	
106	15	74.2088	255 48 00	15. 913	....	79 19 26	9 50 3	205. 525	Osservazione della sera del 15 marzo.
Num. 19 dall' 11 al 20 Marzo. 2ª Rotazione probabile della 15.									
107	11	69.8689	53 27 00	33. 909	....	74 31 37	+10 7 3	112. 060	Tutte al micrometro.
108	12	70.9158	49 57 00	118. 210	....	61 8 35	10 15 9	112. 214	Sempre bella nucleare.
109	14	72.9272	37 25 00	400. 144	....	35 47 3	9 55 6	112. 991	
110	15	73.8816	23 52 45	553. 123	....	25 12 39	9 39 0	113. 084	
111	18	77.1146	179 42 48	489. 192	....	29 26 3	9 43 3	113. 556	
112	19	77.8808	271 2 24	374. 871	....	37 31 5	9 47 3	112. 921	Piccolina tonda.
113	20	79.0520	263 13 48	206. 091	....	51 38 41	9 55 1	112. 898	Sparita nell'intervallo di tempo nuvoloso.
Num. 20 dal 14 al 26 Marzo. (Vedi macchia 28)									
114	14Mar.	72.9234	51 5 24	11. 770	....	80 47 5	+12 58 5	65. 835	Misure micrometriche.
115	15	73.8885	50 12 00	63. 554	....	68 51 23	11 24 0	64. 462	
116	16	74.8890	46 19 48	162. 484	....	56 10 17	12 13 5	64. 655	La figura ha un nucleo solo.
117	18	77.1554	28 42 00	490. 546	....	29 35 37	11 52 7	65. 427	La fig. ha 2 nuclei, si prende il più basso.
118	19	77.8877	12 30 36	591. 738	....	22 40 3	10 56 2	65. 290	I due nuclei son fusi in uno.
119	20	79.0596	331 19 36	662. 300	....	18 12 11	11 11 8	64. 716	Impiccolita.
120	22	80.8712	278 54 00	459. 695	....	31 25 32	10 56 2	65. 799	
121	23	81.8696	269 50 12	307. 392	....	42 46 25	11 39 3	65. 479	
122	24	82.8755	263 37 12	176. 921	....	54 30 53	11 28 3	64. 983	
123	25	83.9014	260 7 48	73. 690	....	67 12 8	11 53 8	64. 782	
124	26	84.8778	256 50 10	15. 249	....	79 31 45	11 12 8	64. 679	Veggasi il ritorno al num. 28: è regolare negli ultimi giorni.
Num. 21a dal 23 al 31 Marzo. Nucleo a) precedente.									
125	23Mar.	81.899	36 55 0	390. 40	....	36 21 56	+ 9 57 3	353. 915	a) Disegni. Gruppetto di 3 nuclei comparsi improvvisi, forse da ieri.
126	24	82.882	22 30 0	557. 82	....	24 48 24	9 43 2	354. 758	b) Oggi cinque nuclei.
127	25	83.8923	345 40 0	656. 63	....	18 29 53	11 18 3	356. 29	c) Molto variata, almeno dieci nuclei; si prendono i principali.
128	26	84.8923	302 50 0	634. 88	....	19 51 00	10 13 2	357. 10	d) Si staccano meglio i nuclei.
129	27	85.8819	279 00 0	504. 72	....	28 17 51	9 36 7	356. 94	e) Meglio deciso di ieri primo nucleo.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
130	28Mar.	86.9131	267° 48' 0	337." 17	....	40° 21' 24"	+ 9° 53' 3	357.° 08	
131	29	87.9583	261 48 0	192. 86	....	52 53 10	10 3 6	356. 75	
132	30	88.8715	257 50 0	80. 46	....	66 9 8	10 29 3	358. 44	Mutata la macchia. Facole comuni.
133	31	89.9485	257 24 0	23. 90	....	76 56 52	11 43 5	355. 74	Non vi resta che un nucleo e non si sa qual sia, e non è il seguente, ma un intermedio.

Num. 21b Nucleo seguente dal 23 al 30 Marzo. (Da soli disegni).

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
133	23Mar.	81.899	39 40 0	298. 11	....	43 30 54	+11 16 3	341. 53	Vedi le note al nucleo precedente.
134	24	82.882	31 25 0	451. 68	....	31 58 38	10 34 8	346. 363	Probabilmente non è lo stessa punto di ieri molto mutata.
135	25	83.8923	2 47 0	622. 31	....	20 39 19	12 4 3	351. 66	
136	26	84.8923	320 44 0	647. 64	....	19 2 54	11 45 7	351. 20	I nuclei si pronunziano e acquistano stabilità, fatto da notare.
137	27	85.8819	290 1 0	557. 35	....	24 48 24	11 9 7	351. 01	
138	28	86.9131	275 46 0	402. 53	....	35 26 00	12 4 8	350. 38	La stabilità è in ragione della nettezza de'nuclei.
139	29	87.9583	266 16 0	240. 68	....	48 23 28	11 55 8	351. 30	
140	30	88.8715	261 45 0	136. 55	....	58 52 44	11 43 0	351. 61	

Num. 22 dal 24 al 29 Marzo. (Disegni).

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
141	24Mar.	82. 882	72 9 0	430. 92	....	33 25 27	—10 4 2	339. 63	Piccolo gruppetto. Comparso oggi.
142	25	83. 892	70 50 0	534. 56	....	26 19 41	9 4 3	333. 51	Ridotta a un puntino. Ha mutato posto.
143	26	84. 892	78 34 0	758. 51	....	12 13 35	9 40 2	334. 81	Piccola e confusa.
144	27	85. 882	201 42 0	868. 33	....	5 37 35	10 29 6	337. 98	Piccola, con altre nuove vicine.
145	28	86. 913	229 45 0	660. 00	....	18 15 07	10 45 0	337. 97	Rimane un solo gruppetto.
146	29	87. 958	234 20 0	452. 70	....	31 50 50	10 38 3	337. 125	Svanita il dì appresso. Oggi è sfumatissima.

Num. 23 dal 24 al 26 Marzo.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
147	24Mar.	82. 882	46 6 0	150. 03	....	57 17 26	+11 24 5	318. 70	Puntini sfumati superficiali.
148	26	84. 892	43 45 0	462. 85	....	31 10 59	4 26 6	316. 65	Manca al 25. Moti strani e forse non è la stessa affatto. Svanita il dì seguente.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
					Num. 24.				
149	28Mar.	86. 913	50° 1′ 0″	39.″ 85	....	73° 12′ 7″	+11° 19′ 3	248.° 73	Sfumata assai, facole larghe sfumatissime
150	29	87. 958	46 46 0	134. 69	....	60 14 2	11 35 0	248. 87	non si trova più il dì seguente.
					Num. 25 dal 31 Marzo (civ.) al 10 Aprile.				
151	31Mar.	89.960	51 50 24	30. 898	....	75 9 58	+ 9 44 6	206. 153	
152	1Apr.	90.933	50 15 36	103. 973	....	62 52 33	8 51 4	205. 909	Enormi facole.
153	7	96.904	283 54 12	607. 120	....	21 28 50	7 51 4	204. 420	Molto impiccolita.
154	8	97.9567	266 24 00	432. 594	....	33 12 15	7 44 4	204. 989	Rifatto il calcolo.
155	10	99.924	256 58 24	147. 007	....	57 38 12	7 59 8	205. 540	Agli 11 sole facole.
					Num. 26 dal 7 all' 11 Aprile.				
156	7Apr.	96.9166	9 18 0	483. 33	....	29 38 54	+17 16 5	170. 53	Soli disegni.
157	8	97.9242	344 33 0	580. 13	....	23 12 20	16 40 5	169. 95	Mutata da ieri.
158	9	98.9443	309 35 0	563. 87	....	24 14 14	16 9 3	170. 39	
159	10	99.9131	291 30 0	470. 95	....	30 28 12	16 36 0	169. 43	
160	11	100.9325	277 21 0	327. 10	....	41 2 48	16 38 2	169. 89	Svanita il dì appresso.
					Num. 27 dal 10 al 14 Aprile.				
161	10Apr.	99.9131	66 9 0	173. 93	....	54 44 15	— 5 27 3	93. 61	a) Soli disegni.
162	11	100.9325	65 51 0	343. 68	....	39 44 45	5 53 0	95. 18	b) 3 piccoli puntini sviluppati in linea retta da ieri.
163	12	101.9007	65 41 0	550. 04	....	25 7 21	6 2 8	97. 11	
164	13	102.915	64 57 0	779. 90	....	10 41 7	5 44 5	98. 176	c) Mutata visibilmente. — È piccola.
165	14	103.875	239 12 0	935. 99	....	1 19 18	5 41 8	98. 57	d) Quasi svanita — si è formato un'altro nucleo appresso.
									e) È quasi svanita, e domani non c'è più.
					Num. 28 dall' 11 al 23 Aprile. (Seconda rotaz. della 20).				
166	11Apr.	100.9325	48 34 48	14. 647	....	79 42 41	+13 39 6	57. 68	Misure microm. Nucleare.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
167	12 Apr.	101.9007	46° 18' 00"	70."706	....	67° 36' 43"	+13° 41' 7	57.°09	
168	13	102.8950	41 42 00	165. 066	....	55 39 5	14 37 3	56. 947	
169	14	103.8588	36 18 00	289. 925	....	44 2 7	14 25 2	57. 959	Si rivede — Macchia allungata.
170	16	105.9965	4 30 7	595. 293	....	22 8 7	13 37 3	56. 629	La macchia s' è divisa in due.
171	17	106.8948	332 48 0	645. 989	....	18 48 24	13 29 6	56. 884	
172	18	107.9211	298 18 0	572. 965	....	23 33 35	13 49 2	56. 769	
173	19	108.9108	280 8 24	432. 046	....	33 7 4	14 9 2	57. 812	Altro salto.
174	20	109.8897	270 15 36	284. 590	....	44 26 37	14 2 5	57. 291	
175	21	110.9031	264 49 18	156. 023	....	56 35 17	14 4 5	57. 206	
176	23	112.8796	258 52 48	9. 352	....	78 11 19	13 38 4	54. 219	
				Num. 29 dal 23 al 27 Apr.					
177	23	112.879	52 50	252. 43	....	47 11 17	+ 5 15 3	291. 19	Soli disegni.
178	24	113.906	49 15	385. 59	....	36 28 50	5 15 3	288. 51	
179	26	115.906	359 25	801. 00	....	9 14 46	3 52 0	292. 93	Mutata enorm. Il nucleo princ. pare rotato.
180	27	116.955	282 10	721. 71	....	14 5 12	4 4 8	294. 72	Assai sfumata. — Si ha l' osservazione del 29 ma evidentemente non è identica con oggi.
				Num. 30.					
181	4 Mag.	123.8854	261 10	51. 29	....	70 52 18	+12 41 2	261. 33	Disegni.
182	5	124.8819	259 28	19. 72	....	78 3 37	11 53 0	255. 72	Stando molto vicina all'orlo vi è irregolarità. Il moto diurno è solo approssimato. Pare che sia la 35 che si vide poi.
				Num. 31.					
183	8	127.9097	231 50	701. 70	....	15 3 58	— 7 9 3	153. 32	Svanita presto.
				Num. 32 dall'8 al 17 Maggio. Nucleo precedente.					
184	8 Mag.	127.9097	69 6	455. 70	....	31 17 43	— 3 48 3	107. 24	Gruppetto irregolare.
185	10	129.8819	83 28	698. 16	....	15 23 26	7 9 0	97. 73	Disegno. — Molto mutata.
186	11	130.8923	146 9	895. 53	....	3 22 4	6 16 3	98. 457	È divisa in due nuclei. Disegno.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
187	12 ser.	132.0833	235°24′	648.″89	....	18°27′ 17″	—6° 43′ 9	101. 911	Disegno.
188	13	132.8888	240 48	484. 20	....	29 16 39	6 7 9	101. 637	* Dal dis. Λ=5°41′27″.
189	15 ser.	135.1891	243 48	111. 239	134. 303	60 21 48	5 24 6*	102. 979	Fatta agli orli della penombra: diametro =2°59′ cliografici.
190	16	135.9851	243 15	49. 87	....	71 6 34	6 28 9	103. 235	Micrometro; vicinissimo all'orlo.
191	17 ser.	137.0694	242 54	1. 064	....	87 1 36	6 47 9	104. 725	Vedi le note fisiche su questa macchia ai 15 maggio. Importante.

La stessa 32. Nucleo seguente.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
192	10 Mag	129.8819	77 5	598. 87	....	21 40 31	— 6 22 2	91. 14	* La macchia era grande con strascico di piccole, molto variabili.
193	11	130.8923	87 15	805. 06	....	8 49 22	5 51 3	90. 882	
194	12 ser.	132.0833	218 30	816. 57	....	8 6 54	6 50 2	90. 581	
195	13	132.0833	235 6	643. 30	....	18 48 19	6 52 6	91. 253*	

Num. 33.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
196	17	137.0000	81 36 0	90. 48	....	64 35 10	—11 49 1	314. 082	a) Disegno. Vi è anche la misura micrometrica fatta dopo ma non calcolata.
197	18	137.9593	85 22 12	185. 764	199. 831	52 39 7	13 54 3	313. 98	b) Mis. micr. Diam. clioc. = 1° 24′.
198	19	138.8855	87 13 12	323. 409	....	41 5 13	12 45 0	313. 44	c) Molto mutata e divisa in due.
199	20	139.971	94 28 0	518. 23	....	26 53 8	12 21 5	314. 14	d) Disegno. Quasi svanita.

Num. 34.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
200	18 Mag	137.9597	235 20 00	237. 58	....	48 23 27	—12 19 0	53. 91	Comparsa oggi, e svanita subito.

Num. 35. (forse è la 30).

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
201	21 Mag	141.0686	56 54 6	109. 030	120. 531	61 19 32	+11 14 9	264. 380	Diametro = 1° 28.′2 clioc.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
202	23Mag	142.8703	49°54' 0''	355.''689	371. 918	37° 56' 10''	+11° 9' 6	265.° 137	Diam. = 1°13.' 0 elioc.
203	24	143.8765	41 00 0	517. 072	539. 332	26 13 6	11 35 6	265. 620	1 29. 5
204	27	146.8901	290 5 24	605. 016	625. 159	20 30 3	10 58 4	263. 790	1 17. 6
205	28	147.9170	277 24 0	438. 387	453. 877	31 51 1	11 45 2	263. 401	1 5. 9
206	29	148.8862	271 4 12	275. 333	292. 969	44 16 50	11 35 0	263. 984	1 29. 3
207	1 Giug.	151.9186	266 15 0	6. 824	....	82 51 38	11 55 3	263. 470	

Num. 36.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
208	1 Giu.	151.9336	79 52 48	32. 231	46. 808	73 12 55	—5 13 6	107. 673	Mis. Micr. diam. della macchia 3° 5' 11''
209	2	152.9012	81 16 30	114. 378	134. 319	59 59 05	5 41 7	108. 193	Colla pos. del micr. 2 41 31
210	3	153.8905	81 46 48	227. 828	256. 008	47 57 30	4 59 1	107. 171	2 32
211	4	154.8681	84 15 36	402. 200	433. 433	33 51 20	4 53 9*	108. 461	* Non si capisce questo grado! 2 16 1
212	5	155.8876	90 31 12	602. 202	632. 889	20 17 43	5 5 8	108. 243	1 59 16
213	8	158.9048	240 39 00	595. 293	628. 777	20 38 27	5 29 9	108. 386	Aria cattiva. 2 9 2
214	9	159.8463	248 28 12	416. 176	441. 078	33 3 18	4 38 4	108. 834	Mis. del p. Ferrari al 1 47 4
215	10	160.9174	250 0 6	232. 435	250. 690	47 55 5	4 49 8	109. 726	nucleo, ma corrette 1 39
216	11	161.9004	252 48 12	110. 899	124. 487	61 6 32	4 40 9	109. 870	e ridotte all'orlo. 1 42
217	12	162.9033	253 54 0	26. 882	39. 249	74 37 35	4 39 6	110. 135	2 52 0

Macchia importante ma sulla quale sono varie irregolarità e dubbi.
Sarebbe bene calcolare tutti i disegni.

Num. 37.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
218	16 Giu.	166.9066	106 46 12	475.937*	....	29 40 54	—11 26 4	315. 607	* Gruppetto comparso al più ieri. Si mi-
219	17	167.9023	123 20 48	647.513	....	18 19 36	10 51 5	315. 632	ra al centro dell'area sturbata col micr.
220	18	168.9791	177 00 0	738.26*	....	12 38 48	11 1 8	316. 461	* Dal disegno solo.
221	19	169.8819	219 15 0	661.02*	....	17 28 8	10 9 3	316. 259	* Disegno solo.
222	20	170.8787	237 44 20	476.995	497. 977	28 52 39	10 3 6	316. 616	Diam. 1 28
223	21	171.8598	245 19 12	313.407	335. 481	40 55 17	9 55 9	316. 474	1 45
224	22	172.8826	249 42 0	173.799	187. 175	53 49 24	9 44 5	316. 245	Ponte con superbe facole. 1 24
225	23	173.8521	252 4 48	76.256	82. 331	66 8 18	9 46 5	316. 103	Diminuita assai. 0 55
226	24	174.8826	254 7 24	14.082	17. 436	79 11 4	9 27 7	315. 755	0 59

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note

Num. 38.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
227	17 Giu.	167.903	183°23'	846." 10	....	6° 3' 20"	— 4° 30' 7	342.° 70	Semplice poro tondo e netto senza penombra, è svanito oggi, come era venuto.

Num. 39. Nucleo precedente (a).

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
228	25	173.8603	246 18 36"	408. 452	....	34 28 51	— 8 0 3	283. 694	Micr. al centro.
229	24	174.8943	251 22 48	231. 271	....	48 52 30	8 9 9	284. 828	id.
230	23	175.8751	254 49 12	99. 675	114. 240	61 19 16	7 35 1	285. 600	Nucleo irreg. ma più reg.
231	26	176.8800	256 49 36	22. 305	30. 652	75 7 15	7 26 4	286. 416	

Num. 39 Nucleo seguente (b).

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
232	23	173.8603	243 4 12	464. 829	....	30 26 35	— 8 27 3	279. 241	
233	24	174.8899	249 40 48	282. 551	310. 747	43 10 51	8 13 7	279. 012	diametro 2° 21
234	25	175.8682	252 28 12	150. 117	174. 124	55 45 49	8 43 6	278. 886	Ai 27 è visibile ancora un poco 2 35½
235	26	176.8851	255 7 48	55. 480	73. 767	66 58 53	8 20 2	278. 776	ma è sparita la precedente. 3 3

Num. 40 dal 28 Giugno. Ritorno della 36, che fu 32.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. del lato interno o centro	Dist. dall'orlo sol. lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
236	28	178.8717	92 10 12	29. 447	37. 996	74 25 31	— 3 12 2	110. 247	Diam. elioc. 1° 56' 19"
237	29	179.9227	94 9 26	111: 486	123. 345	60 55 41	5 29 9	119. 913	1 39 7
238	30	180.9003	96 58 48	233. 485	245. 712	48 6 51	5 31 0	110. 019	Aria poco buona. 1 6 35
239	1 Lugl.	181.9240	101 58 48	397. 071	416. 333	34 36 33	5 39 9	110. 351	1 24 54
240	2	182.8973	110 12 12	572. 945	593. 282	22 27 27	5 27 4	110. 134	1 19 44
241	4	184.8958	213 18 8	767. 38	789. 88	10 8 41	5 1 6	111. 086	Soli disegni 1 22 44
242	5	185.8517	245 49 48	604. 590	617. 747	20 38 11	4 37 3	110. 857	È molto impiccolita e dal dise- 0 50 54
243	6	186.8632	255 48 48	420. 562	431. 110	33 13 18	4 31 9	110. 781	gno λ è minore. 0 56 53
244	7	187.8667	260 48 0	256. 212	268. 035	46 6 28	4 8 2	110. 724	Sono salti veri! 1 2 0
245	8	188.9280	263 42 12	120. 607	128. 374	60 3 18	4 3 8	110. 792	0 57 24
246	9 m.	189.8462	665 16 12	41. 691	45. 205	72 21 4	4 16 4	111. 006	Aria cattiva. 0 43 52
247	9 s.	190.2472	266 15 00	28. 998	23. 619	77 34 39	3 57 5	110. 980	Secondo il solito. 1 19 75 Le dim. all'orlo vengono esagerate.

N.° d'ordine	Data civile	Giorno dell'anno e frazione	Angolo di Posizione	Dist. dall'orlo sol. Del lato interno o centro	lato esterno	ρ	λ	Λ	Note
									Num. 41, 28 Giug.
248	28 Giu.	178.972	75° 3'	245.° 90	....	47°32' 30"	+11°21' 0	137.° 14	
249	29	179.923	70 51	417. 40	....	33 49 31	10 57 5	137. 30	Soli disegni.
250	30	180.900	62 48	607. 70	....	20 51 42	11 4 8	138. 13	Piccolo gruppetto si prende il nucleo precedente.
251	1 Lugl.	....	....	....	....	....	....	....	
252	2	....	....	....	....	....	....	....	
253	4	....	....	....	....	....	....	....	
									Num. 42.
254	29 Giu.	....	....	....	....	....	....	....	Non ancora calcolata.
255	30	....	....	....	....	....	....	....	
									Num. 43 che fu 39. Nucleo precedente.
256	11 m.	191.8981	99 42 0	9. 862	5. 569	82 13 19	—7 6 8	290. 265	Diam. della macchia 1°31½
257	12 Lug.	192.8906	101 24 0	60. 705	52. 605	69 48 34	7 17 5	289. 748	1 23
258	13	193.8748	104 5 1	155. 574	141. 059	57 16 19	7 7 2	289. 489	1 38
259	14	194.8494	108 18 4	285. 791	266. 186	44 55 12	7 24 8	289. 418	1 40½
260	15	195.9250	115 48 0	470. 556	448. 836	30 48 56	7 11 8	290. 015	1 31½
261	16	196.8930	128 39 6	639. 422	613. 740	19 39 51	6 37 51	289. 625	1 39
262	17	197.8924	172 23 0	750. 594	777.*789	11 3 33	6 10 8	290. 203	Solo disegno. 1 41½
263	18	198.8854	229 30 0	717. 255	686. 173	14 55 22	5 56 9	289. 868	Disegno dopo il micrometro. 1 56*
264	19	199.8850	251 25 2	545. 553	521. 387	25 45 53	5 48 3	289. 704	* Concorda il microm. col disegno nella grandezza. 1 37
265	20	200.8790	259 34 8	372. 890	351. 785	37 57 31	6 1 6	289. 460	1 38
266	21	201.8651	264 44 2	221. 435	205. 119	50 34 54	5 43 2	289. 509	1 33½
267	22	202.8876	267 6 0	101. 922	90. 241	63 44 22	6 22 3	289. 308	1 36½
268	23 m.	203.8956	269 55 2	26. 510	20. 759	76 56 21	5 54 4	289. 411	Macchia importante per la stabilità in longitudine. 1 34½
269	23 s.	204.1935	270 9 6	14. 035	10. 217	80 35 22	6 12 4	289. 126	1 27

(*Continua*)

Sul Parassitismo considerato come causa di Morbi miasmatici e contagiosi. Ragionamento del prof. S. Cadet. (*)

XXXIX. Mi sono allargato nel parlare di tal Morbo de' Buoi, studiato dal Delafond nella Beauche (Eure et Loire), dacchè fu considerato già come identico alla così detta Malattia del sangue o Sangue di milza de' Buoi della medesima contrada (1), per non essermi venuto di trovare alcuna Monografia della Febbre carbonchiosa delle Pecore. E mi ha confortato a parlarne il vedere che l' Hurtel di Arboval, toccando le generalità di questa Malattia rispetto ad ogni natura di quadrupedi domestici, notava che in quelli che ne son colti, « la membrana mucosa del naso d' ordinario è rossa o paonazza e » talora con piccole ulcerazioni qua e colà; e che qualche traccia d' infiam» mazione si vede eziandio su la membrana mucosa dello stomaco di essi. » Ma i caratteri d'infiammazione la più acuta, appaiono distintissimi in molti » punti della mucosa, del condotto intestinale e degli stomachi, la quale fu » trovata rossa, grossa, infiltrata di sangue, di sierosità, disorganizzata, de» composta e, spesso, con tanto poca aderenza, da rompersi fra le mani di » chi la toccava... i ganglj mesenterici neri con enchimosi e rammolliti. Il » fegato e più specialmente la milza furono da molti veduti » in que' cadaveri « di gran volume, e i grossi vasi iniettati di sangue nero » (2). E nell'Articolo *Antrace degli Animali lanuti*, ricordava « come sintomi generali di esso: una » ostinata costipazione, il meteorismo e violenti coliche » aggiungendo: « Si » è creduto notare, che quello trasmesso per contagio è men difficile a gua» rire che l' altro che nasce spontaneo. Nell' opera del Gasparin su le Ma» lattie contagiose dei Lanuti » (che io non ho potuto trovare) v' è che in una ricorrenza di questo Tifo fra le Pecore, « nell' autossia cadaverica trova» vansi punti cangrenosi sui visceri del basso ventre, specialmente su gl'inte» stini tenui e sul mesenterio » di esse (3).

XL. Ora, quantunque le interessantissime investigazioni di Casimiro Davaine, che gli han fatto conseguire in quest' anno un premio dall' Acca-

---

(*) Vedi Sessione VII. dell' 11 Giugno 1865. p. 360, 364.

(1) Compt. rend. cit. T. LXI. p. 300.

(2) Dizionario di Medicina, Chirurgia ed Igiene veterinaria, tradotto... ed accresciuto di aggiunte e di note da Tommaso Tamberlicchi. Forlì 1839. Articolo Tifo carbocchioso p. 417.

(3) Ivi p. 167.

demia delle scienze di Parigi (1) svelassero differenze tra la Febbre carbonchiosa de'Buoi della Beauce e la Febbre carbonchiosa delle Pecore della medesima contrada (2), non perciò è men vero che in ambidue queste nature di Morbi occorrono vizj primitivi e manifesti del canale digestivo; che in essi occorrono quindi vizj dei ganglj chiliferi e che occorrono da ultimo vizj del sangue. Oltre le quali cose, se non venne fatto al commendato discoprire pel Microscopio gli Organici produttori della Febbre carbonchiosa de' Buoi, gli venne fatto discoprire quelli della Febbre carbonchiosa delle Pecore in certi Vibrionidi, ch' ebbe chiamato *Batteridj*, a fine di distinguerli dai Batterj delle comuni infusioni, per differenze ch' ebbe avvertito fra essi (3). E gli avvenne anche discoprire ciò, che per noi è di sommo interesse, che la *Pustola maligna* dell' Uomo, procedente dalla Febbre carbonchiosa delle Pecore (almeno della Beauce anzidetta), risulta appunto, dalla introduzione dentro l'epidermide e dalla moltiplicazione dei succennati Batteridj, irreparabilmente mortiferi, se col tratto della cute da essi viziata, non vengano essi medesimi tolti via pel ferro, o distrutti per uno dei così detti caustici, potenziale o attuale, immediatamente, cioè a dire prima che sian riusciti a pervenire ne' vasi capillari cutanei, perocchè da questo pervenirvi segue la moltiplicazione loro indefinita nel sangue dell' invaso.

XLI. Adunque: un Corpo accademico celebre, qual è l' Istituto di Francia, ha solennemente, com' io poco innanzi accennava, sanzionato e suggellato: che un Morbo acuto trasmissivo degli Animali e dell'Uomo, qual è la Pustola maligna della Beauce, che si converte in Febbre carbonchiosa, inevitabilmente mortifera per l' Uomo, sia prodotto da Parassiti. Ed ecco in conseguenza dischiusa la via per legalmente riconoscere e a suo tempo proclamare: che i Morbi pestilenziali, non solo dei Vegetabili, come fu legalmente riconosciuto e proclamato rispetto all' Ampelopatia Tucheriana, alla Rubigine, al Carbone ec. ec. (4), ma anche degli Animali e dell' Uomo siano prodotti da Parassiti.

---

(1) Compt. rend. cit. T. LXII. Adunanza del 5 Marzo 1866 p. 538.

(2) Compt. rend. cit. T. LVII *p.* 220, 351 *e* 386. T. LIX. *p.* 338, 393, 429, 629, e T. LXI. p. 332, 368 *e* 523.

(3) A parere di J. P. Megnin, l'Affezione tifoide dei Cavalli, lieve in generale, prodotta parimenti da Batteridj, è anch' essa un Morbo carbonchioso. Se non che, stando a quello che ne accenna il menzionato, differirebbe meno dal Morbo carbonchioso delle Pecore che dal Morbo carbonchioso de' Buoi. (Compt. rend. cit. T. LXII. p. 1005).

(4) Guida allo studio de' Contagj e simili Morbi specifici, di Giulio Sandri §. 275 *e* 366. Verona 1853 *p.* 89 *e* 125.

XLII. Nella notizia data dal dott. Andrea Verga intorno al *Trattato dello Spedalsked, ossia Elefantiasi de' Greci di D. G. Danielssen, medico in capo degli Spedali de' Lebbrosi in Bergen e di G. Boeck, professore della Facoltà di Medicina in Cristiania* (*Parigi* 1848) è detto: che i citati Autori trovarono certi Acari su la cute di quelli che sono travagliati dalla Lebbra anestetica ma più particolarmente, e a migliaia, e in tutti gli stadj del loro sviluppo, su la cute di quelli che sono travagliati dalla Lebbra tubercolare, albergantì sotto certi nodi coperti di croste grosse e brune. Senonchè il Danielssen col Boeck e il Verga notavano che: assai di frequente coi detti Morbi va consociata la Scabbia (1). Tuttavolta a me pare meriti speciale attenzione ciò che avverte l' onorandissimo veronese Giulio Sandri, in tal proposito, cioè: che al Congresso scientifico tenuto in Venezia il settembre del 1841, fu rappresentata la forma dell' *Acaro elefantiaco*, manifestamente diversa da quella del *Sarcotto della scabbia* (2). La qual cosa a parer mio, ben merita che i Micrografi prendano ad occuparsene. Stantechè, se fosse vera tal differenza, non parrebbe irragionevole attribuire all' aracnide menzionato, se non la forma d'ogni Lebbra, almeno le forme di quelle, di che si occuparono in Norvegia gli autori precitati.

XLIII. L' osservazione aveva condotto parecchi medici a riconoscere la natura appiccaticcia della Tisichezza polmonare tubercolosa. Donde venne la legge in parecchi Stati d' Italia, di distruggere quanto poteva esser creduto infetto dagli Etici, e in questo, di disinfettare le camere abitate da essi e gli oggetti contenutivi e quelli ch' ebbero usati. E. I. A. Villemin e appresso l'Herard e il Cornil, da non molto concorsero a convalidare: essere la Tubercolosi diffusiva, mediante inoculazioni istituite ne' Conigli. Ma il Tigri avea scoperto dal 1850, che i Tubercoli risultano di Granellini o Zoospore, probabilmente di natura vegetabile.

XLIV. Il Tigri e il Fedi, avendo preso ad investigare col Microscopio il contenuto delle vescichette della Febbre migliare, il 10 Ottobre 1850 af-

---

(1) Annali Universali di Medicina Luglio, Agosto e Settembre del 1848 p. 313 e 322 e Atti dell' Istituto Lombardo di Scienze, Lettere e Arti vol. II, fascicolo X e XI. Milano 1861 *p*. 204.

(2) Su la inoculazione della Lebbra, toccando prima di altri Morbi inoculabili. Memoria del M. E. Giulio Sandri §. 28 *nelle* Memorie dell' i. r. Istituto Veneto. Vol. XII (1864) *p*. 49 *e* 61.

fermarono: avere scoperto in ciascuna di esse un Corpuscolo, che considerarono come monadico (1).

XLV. Il naturalista Beauperthuy, già inviato dalla Direzione del Museo di Storia naturale di Parigi a raccogliere per esso oggetti, avendo nel dicembre del 1853 atteso a studiare la Febbre gialla ne' dintorni di Cumana e in Cumana (dello stato dl Venezuela nell'America meridionale), trovò, che la materia del vomito in tal Morbo, risulta anch' essa di Forme monadiche somiglianti i globuli pigmentarj della coroide (2).

XLVI. Ricorrendo la Rosalia in uno degli Stati Uniti di America, il sommamente industrioso J. H. Salisbury, sospettando potesse derivare dalla inalazione delle spore di certa Mucedine della segala e del frumento, avvisò inocularle a 28 fanciulli dei 175 d' una scuola, di cui 58 ne venivano incòlti; e trovò che durante l' epidemia, nessuno degli inoculati ne venne preso; se non che, dopo l' epidemia, ne furono presi tre soli ma, o senza sintomi o con sintomi di poco momento (3).

XLVII. Nell' agosto 1862 un dottor Jousseaume, come leggo nell' Ippocratico di Fano (4), avrebbe sostenuto innanzi la Facoltà medica di Parigi: che la Blenorragia sia effetto d' un Alga ch' ebbe chiamato *Genitalia*, vegetante sotto la membrana mucosa dell' uretra o della vagina, e che non ne verrebbe travolta nel pus uretrale o vaginale; laddove l' avrebbe egli sempre riconosciuta, distruggendo l' una o l' altra delle membrane anzidette con qualche soluzione leggermente caustica.

XLVIII. Finalmente: In proposito della cura d' un Rabbioso fatta con l' elettricità nello Spedale Maggiore di Milano, il sommamente benemerito dott. Giovanni Polli è tornato a proporre ciò che dai Medici greci in poi era stato proposto di tratto in tratto, vale a dire: che la causa di questo Morbo possa essere un Parassita (5).

XLIX. Ma per render questo cenno meno imperfetto, mi corre il debito di ricordarvi tre Socj della nostra Accademia, due dei quali furono miei ono-

---

(1) Intorno al Parassitismo nella Migliare. Lettera negli Annali Universali cit vol. CLVIII. Fascicolo di Novembre 1856 e Lettera del Settembre 1864 *inedita*.

(2) Compt. rend. cit T. XLII. p. 692.

(3) *Journal de Physiologie publié sous la direction du doct. E. Brown - S'equard. Paris. T. VI Ianvier* 1863 *p.* 167.

(4) Fascicolo del 15-31 Luglio 1863 p. 68, dagli *Archives de Médecine*.

(5) Annali di Chimica applicata alla Medicina: fascicolo di Settembre 1866, p. 177.

randi maestri, cioè i professori Giuseppe de Matthaeis da Frosinone (1) e Luigi Metaxà romano (2) e così, il dottor Agostino Cappello da Accumuli (3). I quali, speculando, sostennero le opinioni dei nostri antichi, o intorno la natura de'Morbi appiccaticci, o anche intorno quella dei miasmatici. E, rispetto all'ultimo; monumento suo di gloria imperitura è, di avere sostenuto scientificamente e nobilmente: che dovessero essere usate cautele rigorose, ad impedire la diffusione del Colera indiano, della Febbre gialla e della Peste bubbonica, nel *Congresso sanitario internazionale* tenuto in Parigi nel 1851 (4).

E così, quantunque a penne migliori sia serbato il ricordare coloro che attualmente fra noi propugnano l'eziologia parassitica de' morbi anzidetti con la speculazione, o con questa convalidata da risultamenti sperimentali, oltre i già commendati, non posso tenermi dal ricordare un Francesco Puccinotti, professore in Pisa (5), un Giuseppe Baruffi, professore in Padova (6), un Giovanni Franceschi, professore in Bologna (7), un Giovanni Polli, direttore degli Annali di Chimica applicata alla Medicina, in Milano (8), un Giovanni Domenico Nardo, in Venezia (9), un P. Lioy, in Firenze (10) e un Giulio Sandri da Verona, cui il solo nominarlo corrisponde al fargli un elogio (11).

---

(1) Atti della nostra Accademia, anno XI, (1857-58), pag 65 e Album di Roma anno XXIV (1857), pag. 409.

(2) Atti della nostra Accademia, anno I (1847-48), pag. 42, 56, 57 e 59. L'Antrace i Contagi, le Intermittenti, lettere. Roma 1837, pag. 168. Alcuni articoli negli Annali Medico Chirurgici per cura di Telemaco Metaxà. Roma 1840 e seg., e Dizionario Biografico universale. Firenze, pel Passigli. T. III.

(3) Atti della nostra Accademia, anno XII (1858-59), pag. 105. Storia Medica del Colera indiano, osservato in Parigi nell'anno 1832. Roma 1833, pag. 104. Memorie Storiche. Roma 1848, pag. 210.

(4) Giornale Arcadico T. CXXVI. Roma 1852.

(5) Patologia induttiva. Lib. II, cap. VIII, § IV, nelle Opere Mediche. Milano 1856. T. I. P. II, pag. 818.

(6) Bullettino delle Scienze Mediche di Bologna, fascicolo del luglio 1855.

(7) Articoli nel Raccoglitore medico di Fano e nel successivo Ippocratico.

(8) Varj articoli in essi.

(9) Annali di Chimica ec., fascicolo di Agosto dell'anno corrente, pag. 126.

(10) Negli stessi Annali, fascicolo di Ottobre seguente, pag. 263.

(11) Nota alla Memoria su le macchie nelle foglie del Gelso. Verona 1844. Su la Golpe del Frumento. Verona 1847. Su l' Idrofobia e su i Contagj in generale. Verona 1849. Intorno all' influenza dell'aria su le Malattie de' Viventi. Verona 1850. Intorno al Morbo apparso recentemente su l'Uva. Verona 1852. Guida allo studio de' Contagj e simili Morbi specifici. Verona 1853. La stessa con un Appendice su la Pellagra. Milano 1857. Perchè lo studio dei

L. Ora, quantunque la condizione mia non m'abbia consentito raccogliere tutti i documenti registrati, i quali con maggiore o con minore autorità concorrono a comprovare, come alcuni Corpuscoli organati furono, altri possono, altri debbono essere tenuti in conto di produttori dei Morbi miasmatici e degli appiccaticci dell'uomo, parmi nonostante che gli innanzi ricordati sieno più che bastevoli a tal uopo.

LI. Cominciando dai primi Morbi , cioè dai miasmatici. Da quando ho intrapreso questo lavoro è stata fatta una comunicazione ed è stata annunciata una scoperta , per le quali mi sembra oggimai pienamente comprovato ciò che pensarono intorno la natura di tali Morbi, Varrone, Vitruvio, Columella. Palladio (§ II), il Lancisi, il Rasori (§ XIV), Luigi Metaxà, Giulio Sandri (§ XLIX) ed altri.

LII. Essendochè negli *Annali di Chimica applicata alla Medicina* , del ch. dott. Giovanni Polli, si legge: che un Carlo Morren, professore di Botanica in Liegi ed altri, aveano avvertito dal 1843: essere pericoloso il dimorare presso le minime Alghe quando ricorre la fruttificazione loro ; dacchè l' inspirare le spore di esse produce la Febbre di periodo. E di questo fece noiosa sperienza l' Hannon , che fornisce così notabile documento (1). E si legge nella *Union médicale* di Parigi un articolo di P. Garnier, in che narra come il già commendato Salisbury trovasse vicino a Lankaster nello Stato degli Uniti dell' Ohio, certe Alghe microscopiche, unicellulari con nocciuolo e nocciolino , ch'ebbe chiamate *Gemiasma*, procedenti dal suolo limaccioso , nella saliva di chi lo traversava , di chi vi dimorava dappresso e di chi era sorpreso dalla Febbre di periodo; ed ebbe sperimentato che, trasportate convenientemente, sono capaci di suscitare la stessissima Febbre anche in paese saluberrimo dove per lo innanzi non erano occorse giammai (2). Intorno a che

---

Morbi specifici non progredisca in proporzione di altri naturali, e conseguenze di ciò. Venezia 1857. Su la natura dei Contagj, Memoria. Venezia 1859. La Logica applicata allo studio dei Contagj nelle Memorie della Società italiana delle Scienze. Modena 1862, pag. 263. Intorno al Miasma, memoria estratta dal Vol. VII, degli Atti dell' Istituto Veneto. Venezia 1862. Su l'Inoculazione della Lebbra, toccando prima di altri Morbi incurabili, memoria nelle Memorie dell' Istituto Veneto. Vol. VII, P. I (1864), p. 49. Su le somiglianze e le differenze tra le Fermentazioni di sostanze morte e quelle che si dice avvenire ne' Viventi, memoria nelle Memorie dell' Istituto Veneto. Vol. XII, P. II. Venezia 1865, pag. 247, ec.

(1) Fascicolo del Luglio 1866. Milano, pag. 21.

(2) Num. 54. 22 Marzo 1866, pag. 534.

mi accertava il dott. Giovambattista de Lacaille , dell' Isola della Riunione : essersi fatte in America non una, ma ben parecchie altre sperienze, che tornarono sempre confermatrici.

LIII. Sembra da credere che le sporule di tali Alghe, pervenute a maturità, acquistino volume, in proporzione alquanto notabile , senza che crescano in proporzione i loro elementi costitutivi ; donde, divenute leggere, si trovino spinte ad ascendere nell'atmosfera, in cui prendano a notare per un tratto.

LIV. Conosciuta la causa delle Febbri miasmatiche, sembra giusto il credere che nessuna specie di Gemiasma vegeti nella Nuova Caledonia, che sta ad oriente dell' Oceanica, mentre vi concorrebbero tutte le condizioni estrinseche cui venivano generalmente attribuite le Febbri di tal natura, che il Bourgarel, con sua molta meraviglia, notava esservi al tutto sconosciute, quali sono: clima caldo, umido, molto variabile, aria viziata da emanazioni paludose e da quelle dei cadaveri umani non mai seppelliti , ma invece , o deposti su la terra, o sovrapposti sui rami degli alberi delle foreste sacre; nudità o intera o pressochè intera della persona ; capo degli uomini di grado inferiore raso ; vitto di vegetabili, di molluschi e di pesci, non accompagnato da alcuna bevanda fermentata; da ultimo abitazioni, risultanti da miserabilissime capanne (1). E così penso sia da tenere, che l'acqua estratta da una palude presso Bona, cagione di Febbre periodica semplice o perniciosa in quanti ne bevvero (§ XIV), contenesse qualche specie di *Gemiasma* (2).

LV. Per le cose poc' anzi ricordate possiamo intendere come le Febbri di periodo occorrano più di frequente nelle regioni temperate e più particolarmente nelle calde, perciò che in queste è maggior numero di Vegetabili, conseguentemente anche di Alghe; e perchè le dette Febbri ricorrano piuttosto in una stagione che nelle altre.

LVI. Possiamo intendere come i Germi dei Morbi miasmatici penetrino nell' organamento *per os et nares* come già Varrone ebbe insegnato (§ II) e durino dentro da esso senza dar sospetto di se , per appalesarsi poi in chi ebbe lasciato, talvolta anche da qualche tempo una contrada palustre, o tale che il vento porti sopra essa qualche palustre Corpicciuolo.

(1) Comptes Rendus, cit. T. 52, pag. 774.

(2) Da ciò che ho letto recentemente nel Repertorio di Chimica e Farmacia compilato dal prof. G. B. Fasoli in Firenze (1866, anno II, vol. II, pag. 82), sembra che F. Bechi nelle sue sperienze su l'aria delle Maremme Toscane (Compt. rend. cit. T. LII, p. 852), abbia studiato col microscopio i corpuscoli palustri almeno dal 1851.

LVII. E possiamo intendere come in taluni casi, certo rarissimi, i Germi della Febbre di periodo possano, mediante il sudore, essere passati dalla organazione degli infermi a quella dei sani (1).

LVIII. Venendo ora ai sintomi delle nostre Malattie miasmatiche più frequenti che sono le Intermittanti, com'è noto, d'ordinario febbrili, troviamo che in queste s'appalesa sempre più o meno qualche cosa d'innormale nell'apparecchio digestivo; un impaniamento della lingua, un alito disgustoso; e l'accessione di esse, d'ordinario mattutina, suole appalesarsi con freddo e con senso di molestia allo stomaco, talvolta con tendenza a vomitare o anche con vomito. E fra le così chiamate Perniciose, occorrono più sovente l'emetica, la cardialgica, la colica, la colerica, la dissenterica e la suberuenta o atrabiliare che le altre.

LIX. Nell'accessione febbrile, la milza e il fegato si gonfiano di sangue, mentre la fibrina di questo, quando venga estratto, anche nella stessa accessione di apparenza infiammativa, non suole appalesarsi fermamente rappresa.

LX. All'esaltamento febbrile che suol succedere al freddo, succede la diminuzione de' sintomi che si risolvono per l'uscita del sudore e pel sedimento dell'urina.

LXI. Ma l'accessione della Febbre intermittente ritorna anticipando più o meno, in generale nel terzo o nel quarto giorno, o con altri tipi di doppia, di duplicata e così dicendo, che non interessa qui ricordare (2). Ora gli antichi, i quali per non possedere argomenti di efficacia speciale antiperiodica, osservavano meglio che non costumiamo far noi, il corso di questi mali, lasciarono scritto che: se la Febbre terzana finisce da per se, ciò accade il nono, il decimoterzo o il decimottavo giorno; e che la quartana, se finisce da per se, ciò non accade prima del quarantesimo giorno dalla invasione (3).

---

(1) Io: Theodori Eller Observationes de cognoscendis et curandis Morbis, praesertim acutis. Venetiis 1767, sect. II, p. 64. Acerbi op. cit. p. 357. Dizion. class. cit. T. VIII, p 15. T. XVIII, p. 578 e 638. Metaxà, lettere cit. p. 173. Sandri Memoria intorno al Miasma, cit. p. 38, ec.

(2) Può darsi che m'inganni, ma credo col Sydenham (*Opera omnia Venetiis* 1762. *De Morbis epidemicis ab anno* 1675 *ad annum* 1760, p. 40), che non si diano vere Febbri intermittenti quotidiane, e che quelle così chiamate, siano piuttosto terzane doppie con accessi poco o nulla diversi fra loro per estensione e per intensità.

(3) *Institutionum Medicinae practicae quas Auditorib. suis praelegebat. Io. Baptista Burserius de Kanifeld. Venetiis* 1817. T. I, p. 219 et 249. Sandri, Guida cit. cap. XIII, § 480, nota p. 290.

LXII. E quando avviene che le Febbri periodiche travaglino a lungo la persona, succedono l'induramento della milza e del fegato, donde la tendenza all'idropisia, in ispecie del ventre e l'abito cachettico tutto particolare, caratteristico di coloro che abitano le contrade infestate dal Miasma.

LXIII. Dalle quali cose parmi ragionevole credere, che in certe condizioni dello stomaco o delle intestina, le Sporule gemiasmiche ingollate con la saliva, con le bevande e col cibo, riescano primitivamente ad irritare lo stomaco, ovvero questo o quel tratto delle intestina, quando esse dal contenuto di quel canale procedono per giungere dentro i vasi chiliferi o dentro i vasi sanguigni del medesimo canale. Quindi è facile intendere come; laddove nei parossismi delle Febbri periodiche , eziandio semplici , occorre frequente la turbazione dello stomaco, nei parossismi di molte perniciose, il sintomo che le costituisce tali, proceda dalla funzione turbata assai gravemente di qualche tratto del canale digestivo.

LXIV. Ma poichè le Sporule anzidette furono, o mediatamente pei vasi chiliferi o immediatamente pe' venosi, pervenute nel sangue, è manifesto che debbano adoperare a viziarlo , quando, per condizione a noi ignota, trovino l'opportunità di svolgervisi, e di crescervi a divenirvi anch'esse alghe, pel respirarvi che fanno gli elementi dell'aria, accompagnanti questo principalissimo umore, e per suggerne i principj ad esse necessarj, ricambiandoli con quelli che per esse sono escrementizj, vale a dire, inopportuni al loro svolgimento, al loro incremento e appresso alla loro fruttificazione. Adunque, anche indipendentemente dal crederle contenitrici di principj venefici , apparisce come tornino dannose, in ispecie pel loro moltiplicarsi, al nostro organamento. Dacchè, se lo svolgimento e l'incremento di tali Sporule si può credere capace di produrre un parossismo febbrile, segue che la riproduzione di esse, e così di mano in mano, delle seguenti, sia causa de' parossismi successivi.

LXV. L' occorrere delle accessioni piuttosto nelle ore mattutine che in altre, proviene forse dalla condizione del sangue, divenuta più opportuna allo svolgimento e all' incremento delle sporule, ovvero alla riproduzione delle alghe che ne derivano, e ciò pel sèguìto processo della sanguificazione durante le ore della notte, e perchè il sangue si fu sceverato mediante le urine rese dopo il sonno, di molta parte de' suoi principj escretivi.

LXVI. E possiam credere, che l'irritazione provata dai nervi centripeti dei vasi per la insolita modificazione della crasi sanguigna, induca, per moto riflesso, i loro corrispondenti a costringere i vasi e in ispecie quelli che precedono i ca-

pillari de'reni e quelli che precedono gli innumerevoli capillari periferici; donde segua la soppressione dell'urina e l'abbassamento della temperatura della superficie del corpo, stante la diminuita circolazione del sangue in essi. Risulta quindi a mio avviso, che questo, trovandosi ristrette le vie, in ispecie della periferia, si debba raccogliere in quelle del centro, e di conseguenza anche negli organi sanguificatori. Da ciò l' ingrandimento molesto della milza, che d'altra parte, inturgidisce normalmente nel processo digestivo e nel seguente sanguificativo, e l'ingrandimento del fegato, viscere vastissimo, straricchissimo di vasi, in cui il sangue provegnente da una grossa vena, qual è quella delle porte e da una piccola arteria, qual è l' epatica, procede con lentezza, per concorrervi in moltiplici funzioni.

LXVII. Per le cose considerate possiamo intendere come sia, che la protrazione e le recidive di queste Febbri danneggino più o meno la nutrizione di tutto il corpo, in ispecie quando pel prolungato e rinnovato ristare del sangue nella milza e nel fegato, questi organi provino la vicenda della così detta ostruzione, da vegetazione morbosa, per la quale non possono più attendere debitamente alle funzioni loro, solenni per la salute e per la durazione della vita, quali sono le sanguificatrici.

LXVIII. Da ultimo, per le cose proposte ci vien fatto immaginare come sia che i parossismi delle Febbri periodiche si risolvano, in parte pel sudore, in parte pel sedimento dell' urina. Essendochè, l' aumento della temperatura interna, proceduta dall'accumulazione del sangue nei vasi maggiori e nei visceri, sembra che adoperi ad allenire l' irritazione succennata di quei nervi che chiamano vasomotori; donde accade che il sangue, trovandosi riaperti i capillari della cute e dei reni, vi affluisce in copia, sceverandosi per essi di più o di meno di ciò che adoperava a viziarlo. Il che, uscendone, modifica la composizione, tanto del sudore quanto delle urine.

LXIX. Le forme delle altre perniciose diverse delle ricordate (§ LVIII) procedenti da condizione viziata dall'apparecchio digestivo, procedono da condizione viziata di qualche altro apparecchio o vegetativo o animale.

LXX. Il mio collega prof. Giuseppe de Rossi volle una volta cimentare le correnti elettriche nelle Febbri di periodo, ed afferma averne conseguito buoni effetti (1). Le quali Febbri cessano talvolta per un purgante salino amaro, come è il solfato di soda o di magnesia, men di rado per gli eme-

(1) Corrispond. Scientif. cit. vol. III p. 433.

tici (1). Sono meglio combattute dal liquore arsenicale del Fowler (arsenito di potassa) e dai solfiti di magnesia e di soda (2). Ma in generale vengono trionfate da sali di cinconina e meglio da quelli di chinina.

Ora, a che vorremo attribuire i buoni effetti che seguono per l'uso di questi argomenti?

LXXI. Considerando che il danno prodotto dalle correnti elettriche in noi, negli Animali, nei Fitozoidi e nei Vegetabili è in ragione della forza di esse rispetto alla natura degli Organici in cui vanno o sono mandate, io tengo che, nelle sperienze del de Rossi, senza avere prodotto grave molestia nel corpo dell' invaso, riuscissero a distruggere, o per lo meno a far avvizzire i Gemiasmi invadenti. Così, a mio avviso, le commozioni morali subitanee e forti, come talvolta misero la vita in grave pericolo, o la spensero a un tratto per vicenda dell' imponderabile nerveo, così, in altri casi, poterono vincere Febbri periodiche, tanto terzanarie quanto quartanarie, che non erano state potute vincere con le medicine antiperiodiche più efficaci (3).

LXXII. Stando alla eziologia parassitica proposta, parmi che i sali amari anzidetti tornino profittevoli, come quelli che per l'efficacia loro alquanto costrettiva molestino, e per l'efficacia loro espulsiva, espellano dal canale digestivo le Gemiasme piretogene.

LXXIII. Parmi che gli emetici giovino perchè anch' essi costrettori e perchè anch'essi sono espulsori dal corpo delle infeste Gemiasme, se non che parmi possano giovare di vantaggio per le scosse che fan provare a tutto il corpo, le quali, se si può supporre che possano modificare la crasi del sangue in guisa da renderla inopportuna alla riproduzione del Gemiasma pervenuto dentro esso, è da credere che ne affrettino l' uscita dal corpo specialmente per la cute.

LXXIV. L'arsenito di potassa e i solfiti sono argomenti che, mentre in

---

(1) *Materiae Medicae compendium auctore I. Folchi Romae* 1833 *vol. III p.* 203. Avvertimenti su la cura della Febbre intermittente. Chieti 1861. E L' ipecacuana nella cura delle Febbri intermittenti del dott. Gennaro Finamore nella Corrispondenza Scientifica citata vol. VII p. 293.

(2) Su le malattie da Fermento morbifico e sul loro trattamento. Memoria seconda (Parte Clinica del dott. Giovanni Polli. Milano 1864 p. 35.

(3) *C. Plinii secundi Natur. Hist. libri XXXVII lib. VII cap. IV Venetiis* 1525, *p.* 41, *b. Miscellanae curiosae naturae Curiosorum dec.* 1, *a.* 1 *obs. CL, a III, obs. XCIII a. VI, obs. CCCLXX. Dec. III. a. II. obs. CII, Ambros. Paraei op. lib. I. c. XXIII, Nic. de Blegny Zodiacus Medico Gallicus. Genevae ann. II.* 1682 *quaestio XVII p.* 24 *ec.*

proporzione o minima o piccola non tornano dannosi a noi, tornano sommamente dannosi a parecchi nostri Endoparassiti, riuscendo a spegnerli o per lo meno a farli avvizzire.

LXXV. Rispetto agli alcaloidi sunnominati. Nell'articolo IV. § X. d'un mio scritto, che l'Accademia delle Scienze di Parigi ebbe accolto il 22 Novembre del 1856, io ricordava come, per un osservazione del cavaliere Quesne, scabino di Londra, la carne di vitella cospersa con la polvere di china sarebbe durata inalterata per più di dieci giorni, se la sperienza fosse stata protratta, ma che, quella cospersa contemporaneamente con la segatura di pino, spandeva odore infetto dalla fine del terzo giorno. Io ricordava che, dalla scoperta fatta dal chirurgo Rushworth nel 1715, la china viene adoperata quale solenne medicina anticangrenosa; che i medici napolitani e lo stesso Rushworth ebbero la china in conto di solenne farmaco antipestilenziale (1); che Marco Antonio Plenciz avvisò: la china essere sommamente profittevole nelle Febbri maligne, appunto perchè antelmintica (2); che la considerarono come antelmintica, Francesco Redi (3), Bernardino Ramazzini (4), Giuseppe Lanzoni (5), Michele Bernardo Valentini (6), Giovanni Pietro Frank (7), e il nostro Lancisi, che io rammento in ultimo luogo, per far avvertire una espressione di presagio nel suo brano che segue, relativo alla cura d'una epidemìa ricorrente fra noi nel 1695. *Peruvianus cortex suo* ALCALI AMARO ATQUE AUSTERO, *mutatis quoque particulis balsamico oleosis volatilibus ab oleo Matthioli, se praebuit pharmacum simul febrifugum, anthelminticum, stomachicum et vulnerarium* (8).

LXXVI. Carlo Pavesi da Mortara notò che, la carne di bue, l'urina, il sangue, l'albume delle uova e il burro immersi in una soluzione di persolfato di chinina o allungati da essa, non provano vicende scomponitive. E

---

(1) *Transaction philosophiques de la Société royale de Londres, année* 1732, *Paris p.* 260 *et* 268.

(2) *Opera omnia Vindobonae* 1762. *Tract. I. sect. II. cap. XX,* § *III, p.* 84.

(3) *Miscellanea cariosa* cit. *Centuria III et IV, Observ. CLXX.*

(4) Nel volume delle opere del *Sydenham* cit. p. 49.

(5) *Miscellanea curiosa* cit. *dec. II ann.* X, obs. CXI.

(6) *Miscell. curios.* cit. *dec. III. obs. CXX.*

(7) Della maniera di curare le Malattie umane compendio traduz. del dott. Ranieri Comandoli. Cl. VI, Ord. VI gen. I, § DCCCCVI. Pisa 1815 T. VIII P. IV pag. 187.

(8) *Op. cit. Lib. II. Epidem. I. C. VIII. sect. II.* § *II. p.* 217. *Compt. rend. cit. T. XLIII p.* 1158.

notò, che i semi di alcuni cereali, di qualche legume ecc. bagnati con la detta soluzione prima d'essere messi in terra, perdono totalmente la facoltà di germinare (1). Ma già nell'articolo I §. VI di un altro mio scritto, che la commendata Accademia s'era piaciuta accogliere il 27 agosto 1855, io aveva ricordato come, non riesce conseguire minimi Organici dalle infusioni dei Vegetabili, se con questi occorra qualche frammento di china (2). Finalmente il, da poco defunto Reveil scoprì che, mentre l' atropina giova alla vegetazione delle Piante e le tornano indifferenti i sali di nicotina di morfina di codeina di narcotina e di stricnina, le tornano avversi quelli di cinconina e di chinina (3).

LXXVII. Adunque ; se la cinconina e la chinina nuocono alla vegetazione delle Piante, se impediscono lo svolgimento dei minimi Organici delle infusioni, della putrefazione e della cangrena, e se hanno efficacia antelmintica; se il persolfato di chinina impedisce la germinazione di parecchi Semi e di parecchi Organici adoperanti nei processi fermentativi e putrefattivi, ne segue essere ragionevole credere che i sali di chinina combattano le Malattie periodiche intermittenti, o spegnendo, o rendendo vizze le Alghe che le producono.

LXXVIII. Alcune Febbri di periodo, che furon dovute combattere coi sali di chinina , furono talvolta attribuite a Vermi, a ferite ecc. (4). Ma è ben probabile che tali Febbri occorrano solo, quando nel corpo s'annidano poche Sporule di Gemiasma, le quali hanno opportunità di svolgersi, di crescere e di moltiplicarsi appunto nella condizione in che venne l'organamento per le cause menzionate.

LXXIX. Dalle quali cose tutte, cioè, dalla natura delle cause; dal loro potersene stare occulte nella organazione invasa per qualche tempo ; dalla natura dei sintomi; della natura dei vizj occorrenti durante la vita , appalesati nella investigazione del cadavere dopo la morte e dalla natura di quanto

---

(1) Esperimenti comparativi onde constatare l'azione antisettica ed antifermentativa del solfato di chinina — negli Annali di Chimica *cit.* fasc. di febbraio 1864 p. 127. Bullettino delle Scienze mediche di Bologna aprile 1864, pag. 295. Le somiglianze e le differenze fra la Fermentazione e la Putrefazione. Memoria *citata* del Sandri p. 261.

(2) 300 *Animalcules infusoires par Ch. Chevalier Paris* 1838 p. 12.

(3) *Compt. rend.* cit. *T. LXII p.* 518.

(4) *Dizion. class.* cit. *T. XVIII p.* 608.

riesce a combattere siffatti Morbi risulta, a parer mio, apertamente che son prodotti da Parassiti.

LXXX. Fra i Morbi miasmatici e gli appiccaticci ve ne ha, quasi anella di catenazione, che sembrano prodotti dalla concorrenza di Parassìti causali di ambedue le dette maniere di essi. Non è però da meravigliare che tali infermità, chiamate Febbri nervose dal nostro valente dottor Giuseppe Uffreducci, vengano molto bene debellate da lui, per ciò che le cura, opponendo loro, quando qualche sale di chinina che, come abbiamo or ora veduto, è sovrano antiperiodico perchè efficace antiparassitico, e quando il solfuro nero d' idrargiro, altro antiparassitico solenne, intorno al quale avrò luogo appresso di parlare (1) (2).

LXXXI. Confido che ben pochi degli scienziati farebbero buon viso a chi pensasse obbiettarmi: essere di nessun utile per la pratica il ricordare la scoperta del Gemiasma, e le speculazioni proposte per ispiegare il come possa produrre le accessioni morbose — del che giudicheranno meglio i posteri che noi. Intanto invito ad avvertire come, mentre oggi vengono bene accolte e tenute in conto speculazioni e scoperte in discipline diverse dalle mediche, da cui non apparisce alcun vantaggio, salvo l' incremento del tesoro scientifico, non possono, chi ben considera, esser tenute in conto di poca cosa quelle, che, quando non fosse altro, adoperano, se non a piantare, certo ad afforzare le fondamenta della Scienza de' Morbi, che in particolare consta di quanto vien fatto conoscere intorno la natura di essi.

(*Continua*)

---

(1) Corrisp. Scientif. cit. Vol. VII. p. 285.

(2) Circa il 1863 il Mayerhoffer da Berlino scoprì Batterj, o Batteridj nei lochi delle inferme di Febbre puerperale. (Lo Sperimentale di Firenze, fascicolo di marzo e aprile 1864, p. 293. *Recherches expérimentales sur la présence des Infusoires et l' état du sang dans les maladies infectieuses par. L. Coze et V. Feltz. Strasbourg* 1866. *p.* 8). E il Piedagnes medico dell' Hôtel-Dieu di Parigi, affermava dal 1856: avere perduto una sola donna di novantuna che ivi ebbero partorito; il che attribuiva allo avere amministrato loro, come v'erano ammesse e fino che vi stavano, 10 centigrammi di solfato di chinina e 1 grammo di sottocarbonato di ferro in due pillole la mattina e altrettante la sera. Ma quando sopravvenivano sintomi di Febbre puerperale, cresceva il solfato di chinina da 20 a 60, 80 e 120 centigrammi, e il sottocarbonato di ferro da 2 a 4, 5 e 6 grammi. Scemando i sintomi, diminuiva la proporzione di questi farmachi. (*Compt. rend.* cit. *T. XLIII p.* 1007.

Scoperte del sig. Samuel White Baker nel bacino delle sorgenti del Nilo.
Comunicazione di monsig. F. Nardi.

Ebbi l'onore di trattenervi l'anno scorso sulla scoperta dell'origini del Nilo fatta da Speke e Grant. Quella scoperta, come ricorderete, non era compiuta, nè affatto certa, perchè i due viaggiatori dopo aver seguito il fiume dalla sua uscita dal gran lago Vittoria sino alle cateratte di Karuma, cioè da lat. N. 1° 25′, sino a 2° 17′, aveano traversato, e abbandonato il fiume, che di là muta di repente il suo corso da N. a O. La guerra feroce tra le tribù lungo il fiume gli avea costretti a scostarsene. Essi nol rividero che a 3° 32′, donde poi lo costeggiarono sino a Gondokoro, che è l'ultima stazione visitata dagli Europei, che vengono dal Sudan, e dall'Egitto. Ma il fiume lasciato a 2° 17′, era esso poi quel medesimo incontrato a 3° 32′? Ecco una lacuna dolorosa, che rendea sempre alquanto problematica la loro scoperta. Questo pensiero angustiava que' due valorosi, allorchè dopo infiniti pericoli giunsero il 15 febbraio 1863 a Gondokoro, dove gli attendeva il loro amico il sig. Baker, che durò fatica a riconoscerli, tanto erano laceri e sfigurati. L'incontro fu un'indicibile consolazione per quei bravi esploratori, e insieme un gran vantaggio per la scienza. Con una generosità, di cui sanno usare i soli uomini di tal tempera, Speke e Grant communicarono a Baker le scoperte fatte, indicarono quelle che rimanevano a farsi, e gli consegnarono le carte da loro disegnate, perchè le rettificasse e compisse. Separatisi, Speke e Grant vennero in Europa, e Baker ascese il Nilo, e passato Gondokoro voltò a S. E. visitando i paesi quasi ignoti di Illyria, e Latuka, che stanno tra il 5° e il 4° di lat. N., poi viaggiando verso S. passò il 4.°, e presso al 3° percorse il paese di Farajoke posto su d'un'alto piano di 4000′ sopra l'oceano. Colà traversò un confluente del Nilo l'Atabbi, e volgendo di nuovo un po' verso O. venne alle radici del monte Shua, che stimò di 4670′. Quindi percorrendo paesi disabitati si accostò al 2°, e alle celebri cateratte di Karuma, dove Speke e Grant aveano lasciato il fiume. Traversò il fiume, ch'è il Nilo Bianco procedente dal lago Vittoria, chiamato da Grant *Somerset river*, ed entrò nel paese d'Unyoro, regno del famoso Kamrasi, che fu avido e inospitale con Baker, come lo era stato con Grant, e Speke. Seguì poi verso S. costeggiando il fiume sin dove riceve uno de' suoi principali affluenti il Kafur sotto il 1° 3′, e là volgendosi all'O. giunse il 16 marzo 1864 a Vacovia (1° 20′ lat. e 31° long. or. Greenwich) sulla

sponda orientale del magnifico lago, al quale resterà d' ora innanzi collegato il suo nome. Questo lago erasi sospettato anche da Speke e Grant, ma nient'altro che sospettato; essi non avean potuto visitarlo. Invece Baker s' imbarca sopr'esso a Vacovia lo costeggia da S. a N. per 15 giorni sino a Magungo, ov' è l' imboccatura d' un gran fiume. Quel fiume navigato da Baker sino a una magnifica caduta cui die' il nome dell' illustre Murchison, poi costeggiato sino a quella di Karuma, fu riconosciuto essere veramente il Nilo, il cui corso di tal guisa divenne certo dal Vittoria sino al nuovo lago. Senonchè Baker pensò anche all'altra parte del problema, cioè al corso del fiume dal nuovo lago sino a Gondokoro. Prima di lasciare il lago da lui scoperto, dall'alto dei monti che lo circondano presso Magungo, vide chiarissimamente il fiume uscirne a settentrione poco prima del 3°, e correre affatto N., ove realmente più tardi lo rincontrò presso il famoso Albero di Miani a 3° 40′. Anche di colà vide il fiume venir da quel lago nel quale l'avea veduto entrare a Magungo, seguendolo poi senza interruzione sino a Gondokoro dove tornò dopo 2 anni, il 23 Marzo 1865. Ecco adunque riempito il vuoto lasciato da Speke e Grant, ed ora la scienza può seguire passo passo il misterioso fiume dalla sua origine al mare.

Uscito il Nilo dal lago Vittoria per le cateratte di Ripon (1° 25′ lat. N.) scoperte da Speke il 28 luglio 1862, corre per N.O. bagnando le falde di due monti Isak Marusi, e Kikunguru, poi caduto di nuovo per le cateratte di Karuma si volge affatto all' O. entra a 2° 15′ a Magungo nel gran lago scoperto da Baker, donde riesce a 2° 40′. Correndo quindi quasi direttamente verso N. ha per lungo tratto corrente tranquilla sino all'Albero di Miani, poi scende da cataratte di 30 in 40 piedi, quindi da altre ancora, sinchè saltando da roccia in roccia viene a raccogliersi presso Gondokoro, dove comincia la navigazione penosa, ma possibile per Kartum, e pel Cairo.

Il lago in cui entra, e da cui esce il Nilo, forma veramente la parte più bella e importante delle scoperte di Baker. Esso nol percorse tutto, e non ci narra che quel che vide; ma questo lo espone con tale accuratezza e precisione da meritarsi la piena fiducia, e la più viva riconoscenza di tutti gli uomini colti. Il lago, prima assai mal noto, diceasi Luta N'zige, che il re Kamrasi, e i nativi pronunciavano M'vutan N'zige. Se non chè il Baker, che veramente può dirsene lo scopritore lo chiamò *Lago Alberto*, perchè essendo esso vicino e compagno all'altro lago, che ebbe da Speke e Grant il nome dalla regina di Gran Brettagna, volle Baker che ne ricordasse il defunto sposo.

È un lago enorme, che misura circa 5 gradi di lungo da 2° lat. mer.

al 3° lat. settent., ma non s'allarga oltre un grado o un grado e mezzo di lat. equatoriale. È d'acqua dolce, e presenta singolari fenomeni, tra i quali un fortissimo vento, che sorge ad agitarlo ogni dì nelle prime ore pomeridiane; mentre nell'altre è in calma perfetta. Lo circondano scogli rapidissimi, e roccie basaltiche e sienitiche. Vittoria e Alberto non sono divisi, che per un'istmo, il quale in alcuni luoghi non deve passare le 60 miglia. I due laghi fratelli sono almeno in parte alimentati dall'istessa catena che li divide, e manda le sue acque verso oriente al Vittoria, verso occidente all'Alberto. Ma l'Alberto ha ben più generoso tributo dalle montagne Azzurre che ne ricingono le sponde occidentali, e dalle cui falde Baker vide col canocchiale scendere copiose cateratte. Quindi ove si rifletta, che tutto il bacino delle acque che formano e alimentano il Nilo, così secondo le osservazioni di Speke e Grant, che giusta quelle di Baker pende da N. a S., e più precisamente da N.E. a S.O., è chiaro che l'Alberto essendo all'O. di Vittoria, e avanzandolo in estensione verso N. di due gradi, le acque al N. e all'O. del Vittoria devono tutte volgersi all'Alberto, come ora sappiamo avvenire dello stesso Nilo. Anzi osserva Baker, che l'intero sistema del Nilo dal suo primo tributario abissino l'Atbara a 17° 37', sino alle sue sorgenti, presenta un uniforme e costante inclinazione da S.E. verso N.O. Il solo Kitangulé, che si versa nel Vittoria circa alla metà della sponda occidentale forma un'eccezione. Ma pensa il Baker, che lo stesso Kitangulé quando ha ricchezza d'acque, le versi in entrambi i laghi, mandandone alcuna parte anche all'Alberto. Questi due laghi Vittoria ed Alberto formano dunque certissimamente il gran serbatoio o bacino delle acque Niliache, e se il Vittoria dà al Nilo la prima origine, l'Alberto ne accresce l'acque a modo da potersene dire il secondo antore. Esso è pel Nilo, ciò che è il lago di Costanza pel Reno, o quello di Ginevra pel Rodano.

Abuserei del vostro tempo volendo darvi le numerose e belle osservazioni del coraggioso Baker accompagnato, scortato, e talvolta salvato dall'intrepida sua moglie. Spero che il suo viaggio che vide or ora la luce in Inghilterra, la vedrà anche in Italia ed in Francia. Solo aggiungerò la osservazione, che le più antiche carte tolemaiche, delle quali ne abbiamo una disegnata da un Verazzano nella biblioteca di Propaganda, già davanci il Nilo come uscente da due gran laghi quasi paralleli a S. dell'Equatore. Però Tolomeo ne sbagliava la latitudine, ponendola tra il 12° e il 15° lat. mer., mentre realmente i due laghi non s'inoltrano oltre al 2° lat. australe, per finire il Vittoria poco

oltre la linea, l'Alberto passandola di circa $2\frac{1}{2}°$. Inoltre nella carta tolemaica sono due fiumi che escono da due laghi; invece è veramente un fiume che esce da un lago per traversarne un'altro. Nullaostante questa gran diversità, v' è non poca somiglianza in molte parti, come p. e. nel dualismo di laghi, e delle origini, e nella direzione de' monti, così da farci credere che una nozione confusa ed incerta l'avessero anche gli antichi.

Sui manufatti in focaja rinvenuti all'Inviolatella nella campagna romana, e sull'uomo all'epoca delle pietra. Memoria del Prof. Cav. G. Ponzi.

Nell' ultima riunione del passato esercizio il chiarissimo nostro Presidente leggeva una lettera diretta dal benemerito D. Carlo Rusconi all'Accademia, colla quale dava comunicazicne del rinvenimento da esso fatto di ossa umane racchiuse in certi vecchi sedimenti fluviali, insieme a quelle di animali , le quali tutte poteano essere giudicate siccome residui di un'antica stazione d'uomini. A tale annunzio essendo stata fatta qualche objezione sulla determinazione delle ossa, e specialmente delle umane, ne venne la conseguenza che il giudizio tratto venisse leso, e il fatto posto nell'incertezza. Ad evitare ogni dubbio in una scoperta di tanto interesse , volentieri io assunsi l' incarico di accedere sulla faccia del luogo, verificare la cosa, e riferirne i risultati.

Frattanto l' autore facea grazioso invito al R. P. Angelo Secchi nostro collega, e al cav. Michele Stefano de Rossi, distinto cultore di questi studi, perchè ancor essi volessero concorrere ad esaminare la cosa e pronunciare giudizio. Così ci associammo insieme , e il giorno 10 del decorso novembre ci portammo in Monticelli nel comun desiderio di osservare i fatti annunciati dall'ab. Rusconi.

Giunti a quel paese ci venne mostrata una quantità di ossa fossili, fra le quali si notarono una vertebra e un frammento di scapola elefantina, ma a preferenza numerosi pezzi di corna del *Cervus elaphus*. Ci venne altresì posto sott'occhio una parte di mandibola con uu dente incisivo isolato come spettanti all'umana specie. Ma dopo un attento esame ben si vide che quegli oggetti creduti reliquie dell'uomo non poteano a questo riferirsi, avvegnachè quella mandibola offriva tale spessezza e rotondamento rientrante del mento, che mai si osserva in qualunque delle umane razze , e i denti sebbene tutti fossere rotti nei loro corpi, le radici restate negli alveoli aveano tale obliquità da confermarne l'esclusione. Il dente incisivo poi, era ben conservato, ma così logorato dall' uso che ridotto a metà, non presentava più i caratteri della corona su cui fondare un criterio. Anzi se si deve stare alle apparenze, il suo volume piuttosto richiamava all' idea un dente incisivo di vecchio carnivoro, come sarebbe quello di Jena, i cui resti non sono estranei in tale regione.

Dopo queste prime osservazioni il giorno 11 novembre si accedette alla tenuta dell' Inviolatella, sulla vecchia strada di Monticelli, a circa 10 miglia da Roma, e giunti sulla sponda del fosso denominato del Cupo, scorrente in una parte di quel tenimento, che dicesi quarto del Campanile s' incontrarono quelle medesime corna di cervo già osservate in Monticelli, sparse sul suolo, indicanti essere quello il posto delle nostre ricerche.

Il fosso del Cupo ha origine dalla pianura stessa sulla quale scorre, ed è un tributario di quello delle Molette , che rappresenta il tronco principale di un piccolo sistema idraulico , le cui braccia si distendono per raccogliere una gran parte delle acque piovute sulle esterne pendici dei monti Cornicolani, e condurle verso Roma, dove per mezzo del fosso di Pratolungo sono scaricate nell'Aniene dirimpetto al Cervaro. Le valli entro cui scorrono tutti quei corsi d'acqua sono scavate nel seno dei conglomerati vulcanici, distesi a ricuoprire tutte le campagne romane, e originati da sedimenti del mare pliocenico. Esse sono così ampie da giudicarle a prima vista aperte dal passaggio d'immense fiumane, che i geologi conoscono col nome di diluviali o quaternarie, e di cui le acque dei moderni fiumi non sarebbero che i miserabili avanzi. Entro tali bacini le materie di trasporto rimescolate in ragione della forza traslativa, vennero lasciate quà e là sotto forma di banchi, che non oltrepassano mai in altezza lo stesso livello dell'acqua che le condusse. La sezione geologica qui annessa fatta sulle sponde del fosso del Cupo all'Inviolatella fig. 1, chiaramente dimostra quella disposizione di parti; imperocchè in essa si vede che, i tufi vulcanici vennero scoperti dalle erosioni sofferte, e le loro testate vennero messe allo scoperto. Sulla sinistra sponda di quel fosso tali assise son ricoperte da letti di natura fluviale, certamente di epoca posteriore. Esse si sovrapongono nel modo seguente.

a. Pozzolana o terra vulcanica rossa scura senza amfigeni metri, 9.45.

b. Tufo semisolido o impasto di fine ceneri e lapilli , grigio giallastro , con molti frammenti di amfigeni farinose, metri 8.30.

In ambedue questi banchi non sono stati trovati fossili.

c. Strato di sabbione calcare fluviale semi concreto biancastro avente l'aspetto di un travertino incoerente, la cui parte inferiore è alquanto argillosa, metri 1.75.

Questa materia posta nell' acido ha dato pochissima effervescenza , e la maggior parte restata insoluta ha mostrato essere composta quasi interamente di silicati derivati della scomposizione di tufi vulcanici su cui corsero le acque.

Entro questo sono contenute le ossa fossili citate che accusano l'età quaternaria.

Da questa disposizione di rocce ben si scorge che, quel deposito d'acqua dolce sedimentato su banchi marini dei tufi, è un brano di quelli che vi lasciarono le acque diluviali, e salvato dalle erosioni posteriori per locali combinazioni. Laonde si rende un monumento prezioso per determinare il livello a cui giunsero le acque delle potentissime fiumane che attraversarono le nostre campagne nell' epoca quaternaria. Dalle misure che abbiamo riportate si argomenta che questo livello alla tenuta dell' Inviolatella alta circa metri 73 sul piano del mare, entro il fosso del Cupo è di met.i 19.40 su quello delle acque moderne, e la larghezza della valle è di circa 100 m. misura che merita una tara a causa delle erosioni moderne, pur tuttavia è questa una sezione al certo molto considerevole per un fosso secondario.

Dal letto di sabbione calcare pertanto vennero estratte dall'ab. Rusconi le ossa analizzate in Monticelli, e in questo medesimo luogo si convenne riaprire il cavo per osservarne la giacitura. Notevole fu il numero di esse che in quella operazione in brevissimo tempo fu estratto; però si notò essere tutte frammentarie e dimostranti forse il rimescolamento delle acque. Appartenevano ai seguenti animali.

Cervus elaphus (corna, denti, omeri, metacarpi e metatarsi).

Bos primigenius (pezzi di corna e metacarpi).

Elephas ...... ? Senza poter sapere di quale specie, ma probabilmente il *primigenius* proprio dei sedimenti diluviali. (Una vertebra un' astragalo, uno scafoide).

Rhinoceros thycorhyuus (due denti).

Poi fra questi avanzi di antichi organismi predominavano i frammenti di corna di Cervo la maggior parte molto grossi e avanzati in età, delle quali presto se ne fece vistoso cumulo. Essi si componevano solo delle basi e delle punte dei rami; mancavano del tutto le aste dei corni.

Ma quello che di più rimarchevole venne estratto da quel cavo fu, che alle ossa dei sopracitati animali si trovarono associati pezzi di focaja, che tosto furono riconosciuti per residui di una umana lavorazione. Questo fatto ci animò tanto più alla ricerca, che fu coronata di un esito felice. Imperocchè a tali frazioni o scaglie tennero dietro cinque pezzi più grossi aventi gli stessi caratteri di lavorazione, ma di una foggia decisa di piccoli coltelli ovvero punte di freccie destinate a servire all' industria dell' uomo primitivo. (Vedi la tavola annessa). Talune di esse comparivan fatte di quella stessa

piromaca bigia che in isvariati nodi bitorsoluti si rinvengono sui monti Cornicolani nel marmo majolica, rappresentante il passaggio fra le assise giuresi, e neocomiane. Altre in vece erano costituite di quella focaja rossastra che accompagna la calcaria rossa ammonitifera, spettante al lias superiore, e che pure si rinviene nelle stratificazioni di quei monti. Dopo le accennate operazioni si desistette dal lavoro e si tornò a Monticelli.

L'avvenimento dell'11 novembre 1866 è un fatto di grande importanza, perchè si lega con due altri della stessa natura guadagnati alla scienza da non lungo tempo presso di noi. Io voglio alludere ai denti umani estratti dal medesimo ab. Rusconi dai travertini delle Caprine e alle selci tagliate e rimescolate colle brecce quaternarie di Pontemolle, delle quali fu già da me dato conto all'accademia. Le une e le altre presentano tutte quel rozzo lavoro che accenna allo stato primitivo della umana capacità, e la loro giacitura coi resti degli animali nei depositi quaternari, siano di sedimento lacustre, siano di trasporto fluviale, chiaramente fa scorgere la loro contemporaneità, vale a dire che l'uomo visse insieme a quegli esseri, allorchè grandi masse d'acqua trascorrevano ad inondare le pianure. Questi argomenti ci fanno stimare le reliquie umane scavate nella tenuta dell' Inviolatella siccome più antiche di quelle freccie, che sotto il terreno vegetale si trovano disseminate per grandi estenzioni, siccome eziandio di quelle scoperte in quest' anno nelle cripte di Cantalupo presso Vicovaro sulla via Valeria, dove insieme ad ossa umane, erano coltelli e lance in focaja, e ossa di animali domestici.

Le armi di Pontemolle e dell' Inviolatella sono egualmente comprese negli stessi depositi diluviali, mentre quelle altre sono fuori di essi, ovvero vi furono introdotti dall'uomo istesso dopo il ritiro delle acque. A dimostrare inoltre la vetustà maggiore degli oggetti in focaja di Pontemolle e dell' Inviolatella concorre altresì la qualità del lavoro. I diluviali in genere sono più piccoli, e ben si vede che per procurarsi uno di quei coltelli cercarono ridurre una scheggia naturale con piccoli colpi da cui risultarono le faccette artificiate. Al contrario le armi postdiluviali hanno dimensioni maggiori, con più regolare disegno portato ad una perfetta simmetria da un gran numero di piccole faccette o scheggiature che indicano sicurezza e padronanza nell'operare. Perciò le armi degl' ipogei di Cantalupo sono lance e coltelli di squisito lavoro indicante avanzamento industriale.

Dopo cosifatti avvenimenti ed osservazioni sembra poter con qualche sicurezza stabilire che la prima epoca della pietra è tutta compresa nell' era

quaternaria , almeno presso di noi , e la seconda fu postdiluviale o estranea ai depositi di quel tempo. Ciò posto i ritrovati diluviali delle Caprine, di Pontemolle, e dell' Inviolatella richiamano la nostra attenzione ad indagare lo stato mondiale di quei vetusti tempi , o almeno per quanto si può comprendere , i rapporti, condizioni in cui si trovò l'uomo sulla faccia della Terra.

Le valli diluviane nel fondo delle quali corrono i moderni fiumi offrono tale ampiezza da persuadere chiunque essere state aperte dal passaggio di enormi masse d'acqua. Abbiamo già vedute le misure che presso a poco presenta la seziono del fosso del Cupo, ma se ci facciamo ad esaminare quelle dei fiumi maggiori , la loro ampiezza cresce in modo sorprendente. La valle del Tevere presso Roma in qualche punto ha fino a 3 chilometri di larghezza, e il livello delle acque antiche viene segnato a circa 30 metri sulle moderne. Sezione maravigliosa, che sola ci può dare un idea dei corpi straordinari di acque che vi passarono, o fiumi di maravigliosa portata. A dar ragione di un tal fenomeno tante diverse cose furono dette , ma io credo che tutti i problemi a sciogliersi si riducano ad indagare primieramente, qual fu l'origine di quelle immense masse d'acqua dolce, quanto durarono, e in qual tempo attraversarono le nostre campagne.

A risolvere la prima questione se si considera la direzione generale degli alvei diluviali, tutti si vedranno scorrere da monte a mare, per accennare apertamente che sulle alture devesi ricercare l'origine di tant'acqua. Eh qual potranno mai essere queste acque montane che in così vasta copia si precipitarono per raggiungere il comun recipiente, il mare ? Furono sorgive o pluviali, ovvero devonsi attribuire alla fusione di nevi accumulate ? Fuori di queste altre acque non si trovan sui monti; laonde a queste si riferisce il quesito da sciogliere. A dire il vero tale fu la quantità dell'acqua diluviale, e tali scambievoli relazioni hanno fra loro le acque montane, che io non potrei escluderne alcuna. Avvegnachè fra pioggia e neve non v' ha altra differenza che nella forma, derivata da diversa temperatura, e le sorgenti alla fine sono derivazioni delle stesse acque cadute dal cielo. Dunque è all'atmosfera che devesi attribuire la tant'acqua delle grandi fiumane diluviali. Ma resta ancora a sapersi quale delle sopracennate ebbe la preferenza.

Si ritiene oggi per dimostrato che sui monti Scandinavi , sui Vosgi , e sulle stesse Alpi vi fu un tempo che, per effetto di straordinario freddo s'accumulò tanta quantità di nevi da far discendere fiumi di ghiaccio fino a sbucar

dalle convalli, uscire nelle sottostanti pianure, spandervi le loro morene e i massi erratici. Se così fu per quelle regioni distanti fra loro, perchè un fenomeno della medesima natura non può essere avvenuto eziandio sull'Appennino che trae origine dalle prossime Alpi? Niuna ragione v'ha per che queste nostre contrade debbano escludersi da un cosmico e generale avvenimento. Che se le ricerche dei Geologi ancora troppo scarse non hanno fin qui dimostrato vere morene appennine, nè rocce striate prodotte dallo scorrere degli antichi ghiacciaj, vi sono stati pur rinvenuti enormi massi erratici ad angoli acuti, fuori del loro posto, probabilmente trasportati da zattere di ghiaccio. Noi siamo nell'opinione che anche qui, siccome altrove, corse un periodo glaciale, perchè il fatto delle correnti dimostra che, esse non poterono effettuarsi se non da un'accumulamento di nevi sui nostri monti egualmente che sulle Alpi. Ma oggi tali acque solidificate dal freddo non ricuoprono più i nostri cuspidi appennini, perchè la linea delle nevi perpetue, che allora dovea essere notevolmente più bassa, si è così rialzata che solo si mostra nell' inverno, la qual cosa significa un rielevamento generale della temperie media. Ecco la fusione delle nevi: ecco l'origine delle correnti, che durarono finchè v' ebbe neve a fondere, dopo le quali le fosse lasciate vuote servirono a condurre le acque moderne. Questa e non altra può essere la spiegazione dei fenomeni tanto straordinarii; laonde è la teorica più razionale che si deve ritenere, finchè argomenti più validi non giungano a destituirla.

Quanto alla causa del periodo glaciale, questa è stato l' argomento di grandi ricerche e profonde meditazioni, e molte opinioni furono pronunciate più o meno plausibili. Chi la volle astronomica, e chi inerente allo stesso pianeta. Ora è in gran voga quella di uno dei più grandi geologi del giorno, il sig. Lyell, che vorrebbe attribuire quell'abbassamento di temperie alla sommerzione e riemerzione di vaste contrade, come sarebbe il deserto di Sahara, ec. Nè possiamo tacere d'accennare anche quella che il nostro collega il P. Secchi espresse nella sua memoria sul clima di Roma, il quale vorrebbe ripetere la causa del periodo glaciale dalla mancanza del Gulf Stream per l'apertura dell' Istmo di Panama. Un mare aperto dando sfogo alle acque calde dell'equatore non le avrebbe fatte ripiegare a scaldare la nostra Europa. Idee elevate: opinioni pregevolissime; ma che in fine non escono al certo dai confini dell'ipotesi, soggette ad incontrare scogli da un momento all'altro.

Nel vol. VI degli atti della Società italiana di scienze naturali in data di giugno 1864, leggesi una memoria del sig. Gabriele de Mortillet. *Sulla*

geologia dei contorni di Roma in cui si fa un quadro delle vicende cosmiche per le quali ebbero origine i nostri subappennini. In quel lavoro l' illustre autore fu molto gentile nel convenire nelle mie deduzioni, che sono il frutto di oltre 30 anni di ricerehe ed osservazioni nelle contrade prese ad esame. Peraltro parlando del periodo glaciale fa a queste una eccezione a fine di applicare anche all' Italia centrale la dottrina del Lyell , che fa derivare quel maraviglioso periodo da oscillazioni del suolo. Laonde lo stesso Mortillet asserisce essere questo una conseguenza di un lento sollevamento subappennino, a cui successe una depressione quaternaria, seguito da un nuovo movimento ascensivo per cui ha derivato l'aspetto attuale del suolo. Soggiunge poi che questi movimenti sono in parte confermati dall'osservazione diretta.

A dire il vero allorchè lessi quella dotta memoria, lasciai correre la cosa fino a tanto che non mi si fosse offerta occasione a rispondere. Ma ora che queste occasione è giunta coi ritrovamenti fatti all' Inviolatella , mi permetterà il sig. Mortillet che io dica qualche cosa sull'argomento dei depositi quaternari dei contorni di Roma.

Dalle ragioni addotte dal dotto autore chiaramente si scorge che, la teorica del Lyell venne invocata per trovare una spiegazione alla diversità di livello che mostrano le antiche alluvioni entro le vallate dei fiumi. Che se invece di prendere ad esame quel fenomeno isolatamente, si fosse confrontato e messo in rapporto colle vicende a cui fu soggetto il mare, nel lungo periodo di tutte le epoche subappennine , cioè dall' ultima comparsa degli appennini fino ai giorni nostri, si sarebbe conosciuto che quella spiegazione non è accettabile. Imperciocchè si sarebbe veduto che questa parte della penisola italiana andò sempre soggetta ad un lento processo ascensivo, e così continuato, da non essere mai interrotto da verun movimento contrario, o oscillazione generale del suolo.

Di fatti i depositi lasciati dal mare nell' epoca pliocenica nei suoi consecutivi passaggi per il vulcanismo sottomarino , e per i tempi quaternari , sono disposti in modo che, scendendo per gradi fino ai confini attuali, chiaramente accennano ad un mare in continua ritirata sopra spiagge sottili per un lento e incessante moto ascensivo di tutto il suolo. Che se nell'epoca quaternaria fosse avveuuto l' abbassamento voluto dal Mortillet ; si vedrebbero quegli stessi depositi ritornati sui più vecchi, almeno fin dove le acque salse avrebbero potuto distendersi. Così dovressimo trovare verso le nostre coste i sedimenti quaternari marini sovrastare i tufi vulcanici che li precedettero :

cosa che non si rinviene in qualunque luogo si voglia ricercare. Al contrario le assise quaternarie sono limitate al posto che loro conviene e sollevate a quel grado capace di dimostrare le loro spiagge emerse lungo l'andamento delle attuali. Che se su quelle dejezioni si notano leggieri movimenti di faglie, queste accennano sempre ad ascensioni non a discese o abbassamenti.

A dimostrare la lenta e continua emerzione cui andò soggetta l' Italia centrale, volli intraprendere la costruzione di tante carte idrografiche delle successive epoche, due delle quali si potranno vedere nella prossima esposizione di Parigi, e mi dispiace che quella dell' epoca quaternaria non sia ancor finita onde completarne il confronto. Però quando potrò metter fuori anche questa, ben sarà dimostrata la verità dell' esposto , e le spiagge di quel tempo compariranno insieme alle grandi fiumane che attraversarono le nostre campagne, le cui vestigia tuttora si conservano intatte.

Il Tevere, che dopo il Pò gode del più grande sistema idraulico nell' Italia, coll'ultimo suo corso attraversa il bacino di Roma per gettarsi nel mare tirreno. Tutti i suoi tributari , e fra questi l' Aniene ultimo dei principali affluenti , corrono ad esso entro immense vallate impossibili ad essere state scavate dalle acque attuali. Le materie di trasporto sono di tanta quantità ed elevazione sulle acque moderne , che non ammettono altra spiegazione che colle correnti diluviali, poi abbassate di livello per diminuzione del corpo delle stesse acque, e per sollevamento del suolo fino a restare i corsi moderni, ed ecco perchè la differenza di elevazione fra i sedimenti continenti la fauna quaternaria e la vivente.

Ma se poco o niente possiamo ancora ragionare della causa che produsse il periodo glaciale, non è così dell'epoca a cui riferire quei maravigliosi fenomeni diluviali, avendo un criterio geologico che non fallisce. Gli alvei di quei grandi finmi sono direttamente scavati a spese dei tufi sottomarini, e i trasporti di quelle ampie correnti distesi sul fondo o sui fianchi dei bacini, segnano il livello a cui giunsero le acque, come abbiamo veduto nella sezione del fosso del Cupo all' Inviolatella, e come si rinviene in tutte le altre vallate diluviali. Chiaramente si argomenta da ciò la posteriorità immediata delle correnti, o la successione di queste al ritiro delle acque marine che depositarono le materie vulcaniche, messe poi in secco per colmature e per un lento e continuato sollevamento.

La durata delle inondazioni non dev'essere risultata breve, conciossiachè se si considerino i depositi lasciati da quelli fiumi , appariranno sempre di

tali potenze, da accennare ad un periodo molto lungo e soggetto alle vicende che accompagnano i corsi d'acqua dolce. I travertini depositati sui fianchi, dove le acque trovarono opportunità alla loro formazione, come nella laguna tiburtina, ai monti Parioli, o a Fiano sulla via Flaminia, e gli stessi depositi meccanici di breccie nelle cave di Pontemolle o del Monte Sagro, entro i quali sono state trovate, come si disse, umane vestigia, danno spessezze di 15, 20 o 30 metri, entro le quali puoi notare non solo la forma di giacitura dei letti propri dei fiumi, ma eziandio tutte le alternative a cui andarno soggette le loro correnti.

Se poi vogliamo rivolgere uno sguardo al clima di quei rimoti tempi, vi osserveremo eziandio notevoli differenze. Avvegnachè se le reliquie dell'uomo vi si trovano nelle stesse condizioni delle ossa degli animali, cioè travolte e rimescolate dalle acque, ragion vuole che l'uomo e gli animali siano stati soci o contemporanei. Ora quali sono questi animali contemporanei coll' uomo? Se mettiamo da parte tutti quelli rinvenuti nei depositi quaternari degli altri fiumi, e solo prendiamo in considerazione quelli dell' Aniene e dei suoi affluenti circostanti ai monti Cornicolani e della campagna romana, questi bastano per comporre una lista zoologica, sufficiente a dar un carattere ai tempi diluviali. Questi animali sono;

L'elefante, forse il primigenio, *Elephas primigenius.*
Rinoceronte, *Rhinoceros thicorhynus.*
Ippopotamo, *Hippopotamus major.*
Cinghiale, *Sus aper.*
Bove fossile, *Bos primigenius.*
Cervo comune, *Cervus elaphus.*
Altra piccola specie di Cervo, che oggi si crede perduta.
Cavallo fossile, *Equus fossilis.*
Riccio comune, *Erinaceus aeuropaeus.*
Castoro, *Castor fiber.*
Lepre, *Lepus.*
Arvicola, ed altri rosicanti.
Jena, *Hyaena Spelea.*
Una specie perduta di Gatto. *Felis.*
Cinoterio, *Canis familiaris*
Volpe, *Canis vulpes.*
Orso, *Ursus* ?

Ai quali devonsi aggiungersi uccelli di varia specie e rettili, fra i quali un *Emys* non peranche descritta, e una *Lacerta*, forse l'*agilis*, elici terrestri e conchiglie d'acqua dolce, la maggior parte viventi sul luogo.

Parte di questi animali ora sono estinti, parte emigrati, parte restano ancora nei nostri paesi; laonde tutto porta a credere che il cielo nei tempi quaternari si manteneva diverso, e il clima presente non peranche ridotto a quello che è attualmente. Imperocchè nelle nostre regioni poteano ancora vivere tante diverse specie d'animali ora scomparsi, o per emigrazione o per estinzione. Chiaro adunque apparisce che l' uomo ebbe a compagni gli Elefanti, gli Ippopotami, i Rinoceronti, il Bove primigenio, i grossi Cervi, il Castoro, le Jene, la maggior parte dei quali servirono probabilmente alla sua sussistenza. Che se fosse lecita un induzione si potrebbe sospettare altresì, che per dar caccia a quegli animali si costruisse le frecce in pietra, come fa credere quella conficcata in una vertebra d' Orso, rinvenuta in Francia nel Perigord, e fatta conoscere dal Lartet.

E quì un altra rettificazione occorre fare nella citata memoria, del sig. de Mortillet delle due pretese faune quaternarie, che si vogliono riguardare siccome distinte ed atte ad accennare due tempi diversi. La prima di queste è quella contenuta nelle sabbie e breccie di trasporto fluviale rappresentata dagli Elefanti, Rinoceronti, Ippopotami, per i quali si ravvicina alla pregressa epoca pliocenica; l'altra compresa nei travertini di più moderna fisionomia caratterizzata da Bovi, Cervi, Cignali, Cavalli, Jene ed altri animali tuttora viventi.

A dire il vero nei passati tempi io stesso annunciai non aver mai trovato quei grossi pachidermi nei travertini; ma dopo che furono estratte difese d' Elefante dai travertini della Bottaccia sulla via Aurelia, ossa e denti d' Ippopotami dai Campeconi sotto Monticelli, e denti di Rinoceronti con ossa elefantine, corna di Bovi e di Cervi, dalle calcarie incoerenti dell' Inviolatella io stesso mi dovetti convincere che, quella distinzione non può più aver luogo, perchè le due faune si compenetrano in una, tutta caratteristica dell' epoca quaternaria.

In conseguenza di ciò neppure può farsi differenza di tempo nella formazione delle rocce fluviali de' tempi quaternari; avvegnachè oltre l' identità della fauna in loro compresa, l' istessa loro distribuzione la manifesta. I depositi puramente di trasporto meccanico, riempiono sempre il fondo dei bacini lungo il filone della corrente che li trascinò, mentre la deposizione delle materie calcari disciolte per eccesso d'acido carbonico in quelle medesime acque,

furono effettuate soltanto per addossamento sulle fiancate degli alvei, ove un acqua più tranquilla potea permetterc una chimica precipitazione. Ne deriva da ciò che tutti i depositi contenuti a più alto livello, e quelli del fondo nelle grandi vallate dei fiumi quaternari, sono contemporanei, perchè racchiudenti la medesima fauna.

A convalidare questo giudizio concorrono eziandio i resti umani associati all' indicata fauna. Gl' istromenti tagliati in focaja di una medesima forma spettante alla prima epoca della pietra, furono rinvenuti tanto nelle breccie quaternarie di Pontemolle , tanto nel travertino incoerente dell' Inviolatella , e il travertino compatto delle Caprine somministrò all'ab. Rusconi gli stessi denti umani. Laonde non v' ha più dubio della identità della fauna.

Se si ammettono animali selvatici qnaternari , conviene eziandio non escludere le foreste, perciò dobbiamo ritenere che il suolo dove l'uomo facca da signore sugli animali datigli per compagni , fosse ricoperto di piante boschive, non solamente per somministrargli un asilo e il nutrimento, e per riparare quelle mandrie innocenti, ma altresì salvarle dal famelico dente delle Jene e di altre belve i cui resti non mancano nei depositi diluviali. Testimoni ne siano tutte quelle numerose impressioni di foglie frutti e bronchi d' alberi che si trovan compresi nei travertini , che accusano ricca vegetazione di tante piante arboree ed erbacee, tutte concorrenti ad appoggiare il nostro argomento.

Ma questi esseri viventi non poteano risalire gli alti cuspidi montani ricoperti da nevi, essi si dovettero arrestare sotto la linea di esse, siccome sulle alpi quel confine limita l'industria del montanaro. Così l'uomo deve aver mantenute le sue dimore sulle falde dei monti fino a tanto che la rielevazione di temperatura tendente ad equilibrarsi al grado attuale non gli permise risalirli. Tali condizioni probabilmeute si sono dovute verificare sui monti Cornicolani durante il periodo della fusione delle nevi quaternarie , mentre che, correva per l' uomo la prima epoca della pietra. Avvegnachè i rinvenimenti fatti alla tenuta dell' Inviolatella accennano ad una stazione umana collocata sulla pianura, e non molto lontana dal fosso del Cupo di cortissima derivazione. Laonde è possibile che l'uomo stabilisse ivi la sua dimora dove le circostanze dei luoghi, gli offrivano migliori condizioni a condurre la vita. In quella contrada si trovò prossimo alla vasta laguna dell'Aniene distesa sotto Tivoli fino a lambire le radici dei monti Cornicolani, o sotto Monticelli, corrispondente all'antico *Corniculum*. Dalle sue dimore colà stabilite, potea eziandio ammi-

rare lo spettacolo delle eruzioni vulcaniche del Lazio, che secondo i dati geologici doveano essere a quell' epoca nel massimo sviluppo.

Accennato di volo l' epoca quaternaria. Dobbiamo finalmente confessare che una gran parte delle cose che abbiamo raccontate, meno i fatti costatati, sono induzioni da ritenersi come verosimili, e forse potrebbe essere che taluna fosse fallace. Ma siamo persuasi che verrà un giorno in cui i progressi in questo ramo di scienza correggeranno gli errori , e rettificando le idee faranno scomparire ciò che v' ha di congetturale per essere dimostrato all' evidenza. Siamo frattanto teuuti al benemerito D. Carlo Rusconi perchè colle sue osservazioni nelle indefesse ricerche paleontologiche , ci ha dato argomento , d' aggiungere alla scienza etnologica un nuovo fatto , che illustra l' antichità dell' uomo in queste nostre contrade. Noi facciamo voti perchè i lavori di quel zelante cultore della scienza nostra, siano d'esempio ad altri che si trovano a portata di rivolgere un pensiero e un atto, all'incremento delle conoscenze relative a gente di vecchia data.

Spiegazione della tavola

Fig. 1. *Sezione del fosso del Cupo.*
- *a.* Strato di pozzolana rosso scura senza amfigeni.
- *b.* Tufa semisolido grigio giallastro con amfigeni farinose.
- *c.* Depositi diluviali contenenti le ossa e gl'istromenti in pietra.
- *d.* Fosso moderno.
- *e.* Livello dell'acqua diluviale.

Fig. 2. *Pietra di freccia.*
Fig. 3. *Coltello o grattatojo.*
Fig. 4. *Freccia.*
Fig. 5. *Coltello.*
Fig. 6. *Freccia o grattatojo.*

COMUNICAZIONI

Il sig. Presidente, a nome del comitato accademico, fece conoscere che per la scelta di uno o più corrispondenti italiani, erasi dal comitato stesso formata la terna seguente:

Signori
- Domenico Cav. Piani,
- Prof. Gio. Giuseppe Cav. Bianconi,
- Prof. Domenico Cav. Turazza;

e che nella prossima tornata, si sarebbe proceduto alla relativa elezione.

Il sig. Filippo Bornia, gentilmente offerse in dono all'accademia, il busto del defunto astronomo D. Giuseppe Calandrelli, fondatore dell' osservatorio astronomico del collegio romano; e la medesima coll'accettare il dono stesso, decretò che nella sala delle sue tornate fosse collocato, e che al donatore se ne rendessero i dovuti ringraziamenti.

CORRISPONDENZE

L'Emo e Rmo sig. Cardinale Altieri, coll'onorevole suo dispaccio del 26 giugno, testè decorso, n° 4342, diretto al nostro sig. Presidente, fa noto che Sua Santità erasi degnata approvare la nomina del R. P. Maestro Guglielmotti dei Domenicani, a socio fra i trenta ordinari Lincei.

Il sig. Armando T. L. Fizeau, dell'accademia delle scienze dell'I. istituto di Francia, ringrazia l'accademia nostra per averlo nominato fra i settanta suoi corrispondenti stranieri.

Il sig. Pietro Marianini, unitamente alla signora Teresa sua moglie, comunicano la morte del chiaris. professore Stefano cav. Marianini, rispettivo loro padre, e suocero, avvenuta nel 9 di giugno del 1866.

Il sig. Sciuto Patti, segretario generale dell'accademia Gioenia di scienze naturali in Catania, comunica la morte del cav. Carlo Gemellaro, professore di geologia e mineralogia in quella università Reale, avvenuta nel 21 di ottobre del 1866.

La I. Società dei naturalisti di Mosca, per mezzo del suo primo segretario sig. D. Renard, annunzia l'invio di due Bullettini N.[i] 3 e 6, col relativo supplemento, da essa publicati.

Il sig. Foetterle, primo segretario della I. e R. Società geografica di Vienna, ringrazia per gli atti de' nuovi Lincei dalla medesima ricevuti.

L'Accademia Reale di scienze lettere ed arti del Belgio, ringrazia egualmente, per mezzo del sig. Quetelet segretario perpetuo di essa.

Il sig. G. B. Airy, direttore del Reale osservatorio astronomico di Greenwich, annunzia l'invio di due volumi, relativi al meridiano di La Caille.

La Reale accademia delle scienze di Lisbona, per mezzo del suo segretario generale sig. Latino Caelho, annunzia l'invio delle memorie da essa pubblicate.

La I. e R. società geologica e botanica di Vienna, ringrazia per gli atti dell'accademia nostra da essa ricevuti.

Il sig. Goppert, presidente della società slesiana in Breslavia, invia da parte di essa, i suoi conti resi annuali, ed altre sue pubblicazioni, ringraziando per gli Atti dell'accademia nostra, dalla società medesima ricevuti.

Il sig. Haupt segretario della reale accademia delle scienze di Berlino, a nome della medesima, fa noto avere inviato un suo conto reso mensile all'accademia nostra.

L'I. e R. istituto geologico di Vienna, col mezzo del suo direttore sig. De Hauer, ringrazia per avere ricevuto gli Atti dell'accademia nostra.

COMITATO SEGRETO

Il sig. Presidente, a nome del comitato, invitò l'accademia, perchè procedesse col mezzo di schede, alla nomina di una commissione, composta di tre soci ordinari, la quale, prese ad esame le memorie pel premio Carpi, relative al terzo programma del premio stesso, ne compilasse rapporto all'accademia sul merito di esse.

La indicata commissione risultò composta dei signori professori Mattia cav. Azzarelli – R. P. Domenico Chelini – Monsignor D. Barnaba Tortolini.

L'accademia riunita in numero legale a un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

S. Cadet. — B. monsignor Tortolini. — E. Rolli. — E. contessa Fiorini. — P. Volpicelli. — M. cav. Azzarelli. — P. A. Secchi. — L. Jacobini. — P. D. Chelini. — A. Comm. Cialdi. — P. A. Guglielmotti. — P. Sanguinetti. — C. comm. Sereni. — L. cav. Respighi. — G. cav. Ponzi. — F. monsignor Nardi. — S. Proja. — L. Comm. Poletti. — V. cav. Diorio. — A. cav. Coppi. — B. principe Boncompagni. — N. comm. Cavalieri S. Bertolo.

Pubblicato nel 22 di gennaio del 1867.
P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali – Serie 2ª – Tomo XX. Un vol. in 4.° Catania, 1865.

Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna – Serie 2ª – Tomo V. – fasc. 4.° – Bologna, 1866.

Atti dell' Ateneo Veneto – Serie 2ª – Vol. III – Puntata 1ma – Marzo 1866 – Puntata 4ª – Dicembre 1865 del Vol. II.

Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli Anno V° – fasc.i 4, 5, 6, 9, e 10 del 1866.

Memorie dell'I. R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. – Vol. XII, Par. IIª 1865 – Par. IIIª 1866.

Atti dell'I. e R. Istituto Veneto suddetto. Disp. Xᵐᵃ 1864-65; e Disp. 1ª-7ª del 1865-66.

Bullettino meteorologico del R. Osservatorio di Palermo. Vol. II. — Num. 2. febbraio 1866 – e marzo 1866 – N.° 3.

Riduzione della pressione atmosferica al medio livello del mare per le stazioni meteorologiche italiane, del prof. D. Ragona. Un fasc. in 8.°

Sulla depressione barometrica del 14 marzo 1866 del medesimo – $^1/_4$ fogl.

Di una singolare proprietà del cerchio meridiano di Reichenbach del R. Osservatorio di Modena, *e delle conseguenze che ne derivano, relativamente alla determinazione della latitudine. Memoria del* suddetto. Un fasc. in 4.° 1866.

Traccie del periodo glaciale nell' Africa centrale - Appendice III al Saggio idrologico sul Nilo, del prof. Lombardini - Un fasc. in 4.°

Sulle Opere intraprese pel prosciugamento del lago di Fucino, e su quelle da eseguirsi pel radicale bonificamento del suo Bacino. Considerazioni del suddetto (con 2 tavole). Milano, 1862 - Un fasc. in 4.°

Della istruzione per la via degli occhi. Discorso del prof. G Bellavitis - Padova 1865 - Un fasc. in 8.°

Ottava rivista ed ultima di Giornali; del prof. suddetto. Venezia 1865-66.

Metodo per determinare la lunghezza del Pendolo. Memoria di Gilberto Gori - Torino, 1866 – Un fasc. in 8.°

R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, – Rendiconti della Classe di Scienze Matematiche e Fisiche – Fasc. IX° e X° del vol. 2° - e fasc. I-III del vol. 3° – 1865-66 - Rendiconti della Classe di Lettere e Scienze Morali e Politiche - fasc. VIII-X del vol. 2.° – e fasc. I-III del vol. 3.°

Memorie del R. Istituto suddetto per la Classe di Lettere, e Scienze Morali e Politiche. Vol. X° – 1ª della Serie 3ª - fasc. III.

Annuario del R. Istituto suddetto pel 1866.

Sur. . . . *Sullo stato dell' Atmosfera a Brusselle, durante l'Anno* 1865, *di* Ernesto Quetelet. Un fasc. in 8.° (con carta colorata).

Memoires . . . *Memorie dell'*Accademia Reale di Scienze, Lettere, e Belle Arti del Belgio – Tomo XXXV - Un vol. in 4.°

Bulletins . . . *Bullettini della R.* Accademia suddetta - Tomo XX, 1865 - Tomo XXI, 1866.

Memoires . . . *Memorie coronate ed altre memorie della R.* Accademia suddetta – Collezione in 8.° - Tomo XVIII. Un vol. in 8.° 1866.

Cinquantieme . . . *Cinquantesimo Anniversario della Ricostituzione dell'Accademia Reale suddetta* (1816–1866). Un fasc. in 8.° - 1866.

Instructions . . . *Instruzione per l' Osservazione de' fenomeni periodici, del prof. Quetelet* – Brusselle, 1853.

Annuaire . . . *Annuario dell'Accademia R. suddetta* pel 1866.

Bulletin . . . *Bullettino della Societa' Imperiale dei Naturalisti di Mosca.* N.i 3 e 4 con supplemento al N. 4 - 1865.

Memoires . . . *Memorie dell'Accademia Imperiale delle Scienze di S. Pietroburgo.* Tomo IX, N.° 7; e Tomo X, N.° 1.

Bulletin . . . *Bullettino della Imperiale Accademia suddetta.* Tomo IX, N.° 4.

Philosophical . . . *Transazioni filosofiche della Reale Societa' di Londra.* Vol. 155 – Parte II - Vol. 156 - Parte I.

Proceedings . . . *Atti della R. Societa' suddetta.* - Vol. XIV. - N.i 78-86.

Transactions . . . *Transazione della R. Accademia di Dublino* - Vol. XXIV – Scienze - Parte V: - Polit. - Letteraria - Parte III: - Antichità – Par. V-VII.

Historia . . . *Istoria e Memorie dell' Accademia Reale delle Scienze di Lisbona* - Classe di Scienze matematiche, fisiche e naturali – Tomo III - Parte II - Nuova Serie – Classe di Scienze morali, politiche e belle lettere - id.

Catalogue . . . *Catalogo della Libreria della Società filosofica americana di di Filadelfia* - Parte II - 1866.

Proceedings . . . *Atti della Societa' filosofica suddetta.* Vol. X-1865; N. 74.

Abhandlungen . . . *Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Berlino* dal 1860 al 1864.

Monatsbericht . . . *Conti resi mensili della R. Accademia suddetta* dell'anno 1865; e Gennaro-Luglio 1866.

Verhandlungen . . . *Memorie della Societa' Zoologica-botanica di Vienna* 1865 - XV volume.

Abhandlungen . . . *Memorie della Società Slesiana per la Medicina, e per le Scienze naturali* – 1864.

Schriften . . . *Scritti dell'Associazione fisico-economica di Konisberga* - 1864.

Jahrbuch . . . *Annuario dell'I. R. Istituto Geologico di Vienna.* Dicembre 1865 - Vol. XV - Marzo e Giugno 1866 – Vol. XVI.

Mittheilungen . . . *Comunicazioni della I. Societa' Geografica di Vienna.* Anno 8.° – 1864, fasc. II.

Report . . . *Rapporti dell'Associazione britannica per l'avanzamento della Scienza* – pel 1864.

Address . . . *Indirizzo all'Associazione suddetta di G. R. Grove.* Agosto 1866.

Ubersicht . . . *Riassunto dei lavori dell'Osservatorio di Pietroburgo, durante i primi* 25 *anni - Di* Otto Struve - 1865.

Comptes. . . . . *Conti resi dell'*Accademia delle Scienze dell' Imperiale Istituto di Francia, in corrente.

*Bullettino Meteorologico dell'*Osservatorio del Collegio Romano, in corrente.

La Foudre . . . *Il fulmine, l'elettricità, e il magnetismo presso gli antichi; del sig. T. E.* Martin. Parigi; Un vol. in 8.° 1866.

De l'involution . . . *Della involuzione piana - Proprietà del tetraedro polare, del sig.* Poudra. Parigi: un fasc. in 8.°

*L'*osservatore Medico - *Giornale Siciliano, diretto dal prof. S.* Cacopardo. – Serie 2ª - Vol. 3.°, fasc. 5.° Marzo e Aprile 1864.

IMPRIMATUR
Fr. Hieronymus Gigli Ord. Pr. S. P. A. Mag.
IMPRIMATUR
Petrus De Villanova Castellacci Archiep. Petrae
Vicesgerens.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE II.ª DEL 13 GENNAIO 1867

PRESIEDUTA DALL'EMO. E RMO. SIG. CARD. ALTIERI PROTETTORE DELL'ACCADEMIA

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Sopra la proposta dell' imperiale consigliere di stato dott. Maedler per la riforma del calendario russo. Nota del prof. SALVATORE *ab.* PROJA.

La nota che oggi ho l'onore di presentare all'accademia, concerne cose già le mille volte ribadite. Tuttavia ho creduto non dovernene passare per rispetto all' illustre società degli eruditi di Francoforte (1), che ne fece soggetto di maturo esame. Arroge che nel campo dello scibile, come in quello delle messi, al rinascere della zizania giova riprendere la falce per estiparla. Parlo delle cose da ultimo proposte dall' imperiale consigliere di stato dott. Maedler professore a Dorpat per la riforma del calendario russo, le quali, a detta sua, dove fossero praticate, oltrechè cesserebbe finalmente alla nazione russa la vergogna di seguire tuttora l'erroneo calendario giuliano, otterrebbesi un perfetto accordo dell' *Oriente* coll' *Occidente* nel computo del tempo civile e della celebrazione della Pasqua, e si tramanderebbe alle future generazioni un monumento ineluttabile dell'alto grado di coltura e di civiltà del secol nostro, quale appunto deve riputarsi un calendario perfetto (2). A tali impromesse la sullodata accademia Francofortiana con sua lettera circolare

(1) *Des fraie* ecc. Istituto germanico superiore.

(2) *Denkschrift des Herrn* ecc. Memoria del prof, dott. Maedler imperiale consigliere di stato delle Russie. Dorpat 13 9bre 1863.

trasmise il progetto del Maedler ad altre accademie, e scienziati da ciò, perchè ne dessero il loro giudizio, non senza sperare che, dove questo fosse riuscito favorevole, la proposta riforma sarebbesi dall' Imperiale Governo russo attuata. Quali risposte ne abbia ella ricevute, essendo già decorso del tempo (1), non è a me noto, e molto meno quel che ne pensa lo Czar: ciò mi giova anzi che nuocere per poter più liberamente manifestare il mio opinamento e parlarne a fidanza.

Come era da aspettarsi (2) da un professore scismatico, il sig. Maedler comincia dall'esagerare i difetti del Calendario Gregoriano, cioè di un' *opera che a giudicare con equità può dirsi non avere un difetto solo, comechè perfetta dovesse reputarsi anche avendone più* (3). Tutti sanno che gli astronomi gregoriani adottarono l' anno alfonsino alquanto modificato pe' loro proprii calcoli ed osservazioni di 365$^{g.}$, 5$^{or.}$, 49′, 12″, e in questa base, dopo aver soppresso 10 giorni all'anno 1582 prescrissero che in avvenire, cominciando dall'anno 1700, ad ogni periodo di 400 anni si sopprimesse ai primi tre anni centesimi il giorno intercalare, e nel resto si mantenesse l' intercalazione giuliana, cosicchè gli anni 1700, 1800 non furono bisestili, nè lo sarà il 1900, ma bensì il 2000; di nuovo saranno comuni gli anni 2100, 2200, 2300, e bisestile il 2400, e così di seguito. Di qui la facilissima regola, onde anche il minuto popolo può riconoscere se un dato anno è *bisestile*; la qual regola è che sono bisestili tutti gli anni espressi da numeri divisibili esattamente per 4, avvertendo solo di ridurli a numeri di secoli se trattasi di anni multipli di 100. Ora il Maedler avvisa che gli astronomi della riforma gregoriana fabbricarono sull'arena, e però cade di per sè l'edifizio erettovi sopra. Guai se durasse più a lungo! Sarebbe nientemeno a temere non solo il ritorno dell' *anno di confusione*, di cui parla Macrobio a proposito della correzione giuliana, ma la *confusione delle stagioni*; e ciò perchè la vera durata media dell'anno tropico non è di 365$^{g.}$, 5$^{or.}$, 49′, 12″ come supposero gli astronomi suddetti fidando alle Tavole Alfonsine, ma bensì di 365$^{g.}$, 5$^{or.}$, 48′, 45″ come è stata testè accuratamente determinata dal Lehman con tutti i soccorsi della

(1) Non mi conoscendo io nè di russo, nè di tedesco, ne ho avuto soltanto contezza dopo essersene divulgata la notizia in altre lingue a me familiari.

(2) Il simile adoperò or ha pochi anni il sig. Lamun, le cui fallacie pose in chiaro nel Giornale di Roma 6 luglio 1858 il prof. D. Ignazio Calandrelli nostro collega, di cui rimpiangiamo la recente perdita.

(3) Histoire de l'academie royale des sciences de l'an. 1701.

moderna astronomia. Pertanto quella superando questa di 27″, dove tal eccesso si lasciasse decorrere per il volgere di 300000 anni (bagattella!), si conterebbe l'equinozio quando è il solstizio; le stagioni non anderebbono più di conserva co' mesi; le festività accaderebbono tutte fuori di tempo. Quale vergogna pel secol nostro! Quale onta al magisterio, e alla disciplina della Chiesa!

Io ammiro la rara previdenza e provvidenza del ch. professore, ma parmi un po' soverchia. Per verità noi cattolici professiamo che *niun figlio dell'uomo può sapere quando sarà finimondo* (1); tuttavia stando alle opinioni più o meno plausibili de' moderni geologi ed astronomi, molte sono le cause che potrebbero produrre più presto che non si crede la distruzione, o almeno la trasformazione di questo nostro pianeta. Le innumerevoli e girovaghe comete potrebbero invaderla colle loro lunghe code, o urtarla co' loro nuclei vuoi semplici vuoi multipli (2): i pianeti in via di formazione perturbando l'orbita terrestre potrebbono causare nuovi *periodi glaciali* (3): il sole si anderà raffreddando e condensando a poco a poco, e ci priverà alla fin fine della sua luce vivificante (4): persino le stelle cadenti minacciano di bombardarci, e solo la resistenza che incontrano nell'attraversare l'atmosfera terrestre lo ha impedito finora (5). Così gli astronomi: l' irraggiamento, ripigliano i geologi, e i depositi sedimentarii acquosi benchè infievoliti, persistono ancora: la causa principale del sovvertimento di questo nostro globo è, per così dire, alle nostre porte, e lo attestano le eruzioni vulcaniche ed i frequenti tremuoti: ci arde sotto dei piedi un mare sterminato di materie liquide e incandescenti che si sforzano incessantemente di aprirsi una via attraverso la sottil crosta terrestre e dislogarla (6). Or vedi mo se è sperabile che l'umana stirpe sopravviva per altri 300000 anni! Ma pognamo che sì: non si potrebbe lasciare agli avvenire la glorietta di provvedere ai temuti disordini quando il bisogno lo richiederà? Così almeno la pensava il Clavio. Questo dottissimo teologo e

(1) S. Matth. XXIV, 36.

(2) Opinione vieta, ma ritornata in voga per gli studi del sig, Schiaparelli sulle Perseidi (stelle cadenti) V. *Bullettino meteorologico* del Collegio romano An. V., n.° 12, 31 Xbre 1866.

(3) Dr. Cadet, *Corrispondenza scientifica* di E. Scarpellini. An. VII. n.° 9.

(4) *Faye* nel *Bullettino nautico-geografico* di E. Scarpellini. Vol III. pag. 66, e seg. Roma 1866.

(5) *Tyndall* nel *Bullettino meteorologico* sudd.° An. III. n.° 8.

(6) *Figuier*, la Terre avant le déluge, Paris 1864, pag. 456.

matematico celebratissimo, chiamato l'Euclide del suo tempo, il quale ebbe la sì gran parte nella correzione gregoriana, e la dichiarò e sostenne contro ogni fatta avversatori nella sua classica opera « Romani calendarii a Gregorio XIII restituti, explicatio ec. (Romae 1603) », lungi dal credere che l'equazione solare e lunare allor allora adoperate fossero perfettissime ed invariabili, predisse anzi che col volgere de' secoli sarebbono andate soggette a leggere modificazioni, lasciandone ai posteri la cura di rettificarle al modo ch'ei stesso suggerisce (1). Siamo forse noi i tardi nepoti a cui quel sommo alludeva? Certo che no; avvegnachè nelle Tavole, di cui corredò la suddetta sua opera, vi sono registrate tutte le feste mobili e *appartenenze* dell' anno fino al 5000 dell'era nostra. Il sig. Maedler ha creduto di anticipare : tal sia di lui : vediamo se bene o male si appose.

Niuno creda che egli abbia fatto alcuna nuova scoperta per prevenire i gravi sconci onde fu tanto impensierito: il rimedio ch'e' propone lo si trova nell'*Arte di verificare le date* dei dotti PP. Maurini, ed in altre opere calendoriografiche, tra le quali la *Notice sur le Calendrier chrétien*, che forma il primo capitolo della Memoria *Sur le Calendrier hébraique* (Angers , 1863) mandata in dono alla nostra Accademia dall'egregio autore M. R. Martin di ch. memoria. Tal rimedio consiste nell'adottare il periodo di 128 anni a cominciare dal 1900 per la soppressione del giorno embolismico, la quale per conseguenza dovrebbe farsi la prima volta nel 2028, e nell'avvenire in tutti gli altri anni della forma (1900 + n. 128). Questi eccetto, i rimanenti, ancorchè secolari , sarebbono bisestili , se divisibili esattamente per 4. In tal modo invece di sopprimere ad ogni quaternario di secoli 3 giorni intercalari, questi si sopprimerebbero 16 anni innanzi, cioè nel decorso di 384 anni. Altre consimili regole per una intercalazione più prossima al vero, le quali facilmente si traggono dallo svolgere in *frazione continua* il rapporto che passa tra il giorno (=86400″) e le ore, minuti, ec. complementarii dell'anno, furono proposte da altri computisti, e non mi perito di palesare d'averlo fatto an-

(1) « Etsi propter diei intercalaris intermissionem pro magnitudine anni medii institutam, post aliquot saeculorum decursum accideret, aequinoctium non persistere in die 21 martii, sed vel versus finem mensis prolapsum esse, vel progressum versus initium per novas observationes deprehenderetur , *quod contingere posse non negamus*, tamen nullo negotio ad diem 21 poterit revocari » si ex decreto Pontificis Romani unus aut alter dies *extra ordinem* in aliquo anno intercalentur si forte versus finem mensis prolapsum deprehenderetur; aut ex anno aliquo eximantur, si versus initium mensis processisset ec. Cap. V. §. 14, pag. 85.

ch' io una volta (1); ma tutti inutilmente, e ciò per la semplicissima e convincentissima ragione che la regola gregoriana è assai più facile e comoda come ebbe a confessare l'istesso Delambre benchè poco tenero del calendario nostro (2). Or questo appunto si richiede in un calendario qualunque, cioè la facilità e la semplicità, non il rigore astronomico (3) al quale dobbiamo bensì procurare di accostarci, ma non rendercene schiavi. E tali addiverremmo se ad ogni passo che fa la scienza verso la più perfetta misura dell'anno, si dovesse introdurre nel calendario civile un nuovo metodo d' intercalazione. Chi direbbe che la misura fattane dal Lehman sia il *Dio Termine*? E oltrecciò, convengono con esso lui tutti gli altri astronomi? Io ne ho consultati parecchi, e trovo che no (4). Non ostante i tanti progressi fatti dall'Astronomia, a me pare potersi anche oggi ripetere quel che diceva il Clavio circa tre secoli fa: *quis ab orbe condito ad nostra usque tempora tam excellens in astronomia repertus est qui periodos caelestium motuum ita definierit, ut post aliquot annorum soecula a vero nihil discederent*? E ciò non per manco d' ingegno o di fatica nelle vigili sentinelle di Urania, ma perchè Iddio stesso (continua il Clavio) *Caelorum atque stellarum architectus sapientissimus de industria planetarum, stellarumque motus tantis voluit difficultatibus involvere, quas nemo mortalium suo ingenio expedire et explicare posset, ut nimirum semper inveniamus quod in tam admirabili nobilissimorum corporum artificio, et in tam constanti eorum motuum harmonia et concordia admiremur, perpetuisque laudibus eorum conditorem atque motorem celebremus* (5). Del resto concedendo ben volontieri che nello stato attuale della scienza la misura dell'anno fatta dal Lehman sia la più accurata, lungi dal seguirne la necessità di un nuovo metodo d' intercalazione nel computo del tempo civile, dico che quando il calendario gregoriano sarà già vecchio di 32 secoli, la regola di sopprimere tre bisestili ad ogni quaternario di secoli la si potrà indefinitamente continuare, solo che anche quell' anno centesimale

---

(1) Trattato teorico-pratico di Calendario cattolico, pag. 23. Roma 1831.

(2) « Il est certain que rien n' est plus *simple* que le calandrier grégorien civil » V. Astronomie théorique et pratique Vol. III. pag. 713, Paris 1814.

(3) « Nec summa in his praecisio facile datur aut etiam necessaria est » Tycho-Brahe citato dal Blondel *Histoire du Calandrier romain*. Livr. IV, Chap. V.

(4) La differenza consiste nei minuti secondi; La Place ne assegna 49, 7; Lalande 48; Delambre 50, 2; Zach 54; Calandrelli Giuseppe 50, 5; Bessel, 47, 51, ec.

(5) Op. cit. pag. 77.

3200 si faccia *comune* e non *bisestile* (secondo l'insegnamento del Clavio) e così ad ogni n. 3200. E nel vero, sempre nell'ipotesi che l'anno adottato nella riforma del 1582 ecceda di 27'' la media lunghezza dell'anno tropico, solamente dopo 3200 anni l'eccesso sarà divenuto di un giorno, cioè di 27''. 3200, e perciò sopprimendolo, o sia facendo quell'anno *comune* e non *bisestile*, l'anno civile e solare torneranno prossimamente ad agguagliarsi (1). Ecco la cura che avranno ad usare coloro che i nostri tempi diranno antichi; cura assai lieve, a dir vero, e tenga per fermo il sig. Maedler che la loro stima verso di noi non verrà meno per questo. La lode maggiore però la dovranno al magno pontefice che colla sua *riforma* provvide così bene al regolamento del tempo civile, non ultimo dei benefici renduti alla società dalla Romana Sede, ma troppo disconosciuti all'età nostra.

Non va meno lodato dai presenti e dai futuri papa Gregorio XIII per avere introdotto nell'orbe cristiano un nuovo metodo di regolare il tempo della celebrazione della Pasqua e delle feste che ne dipendono per mezzo della *lettera domenicale*, e dell'*epatta*, trovato stupendo di Luigi Lilio. E qui pure è da notare che la Chiesa non è stata mai ligia del rigore astronomico nel computare la *luna pasquale*, ma d'ordinario adoperò metodi e cicli riconosciuti più o meno opportuni alla bisogna. Di che vorrei si persuadessero una volta que' saccentoni burbanzosi, che non si ristanno dal lamentare nel calendario nostro l'uso di siffatti cicli, potendosi, e' dicono, più esattamente trarre le lunazioni pasquali dalle effemeridi astronomiche. Certo, lo si potrebbe, ma non si volle, per le molte e gravi ragioni addotte e ampiamente spiegate dal Clavio al cap. IV, del suo magistrale lavoro già più volte citato. Nè punto è vero quello che da cotestoro più volte ho udito a dire, cioè che il ciclo *epattale*, come il *metonico* e qualsivoglia altro, ingenera molestia e difficoltà a chi debbe usarne: avvegnachè, oltre l'essere i medesimi di facilissima applicazione, i compilatori dei calendarii annuali hanno in pronto quadri e tavole infinite per più migliaia di anni. Chi poi per poco si conosce di aritmetica, non ha che ad applicare le ingegnose ed eleganti *formule analitiche pel calcolo della Pasqua* sia nel calendario gregoriano, sia nel giuliano, dettate

---

(1) Una simile osservazione fu già fatta dal Lalande al §. 1549 della sua astronomia edita nel 1792. Dico *simile*, poichè egli supponeva che l'anno adottato nella riforma gregoriana fosse solamente troppo forte di 24'', e però conducente all'errore di un giorno dopo anni 3600.

dal celebre Gauss (1), e da altri valorosi matematici del secol nostro (2), tra' quali ricordo a causa d'onore il nostro ch. collega cav. Ludovico Ciccolini già astronomo dell' Università di Bologna (3). Ma ecco che l'onorando prof. Dorpatiano tronca d'un colpo tutte le quistioni, e sfata cicli, effemeridi, e formule algebriche, proponendo che la Pasqua si celebri in perpetuo la prima domenica di aprile, e si restringa così il suo lungo scorrere di 35 giorni dentro i ristretti confini di una settimana al modo che di presente avviene della *prima domenica* dell'Avvento. A chi dicesse che dovrebbe all' uopo rivocare il decreto del Concilio Niceno, e quelli più antichi di S. Pio, di S. Vittore, del Concilio di Antiochia, ec. egli risponde doversi e potersi ciò fare da un Concilio (noi diremmo *Conciliabolo*) di tutte le Comunioni cristiane presieduto (s'intende) dal grande Autocrate. Se questo sia un *mettere d'accordo l' Oriente coll' Occidente* a tenore del suo peraltro lodevole desiderio intorno ad un punto capitalissimo della ecclesiastica disciplina, o non piuttosto accrescerne la discordia, ognuno sel vede di per sè. Io ricorderò soltanto che se vi sono ragioni scientifiche, istoriche, teologiche a mostrare plausibile la celebrazione della Pasqua, non dentro i limiti soltanto di una settimana, ma in un giorno fisso e determinato (2 aprile), tutte le seppe escogitare, riunire, usufruttuare il potente, ma bislacco ingegno del nostro D. Marco Mastrofini nel famigerato suo libro « *Amplissimi frutti da raccogliersi ancora dal Calendario Gregoriano* » (Roma 1834), e invece ne raccolse amari frutti pel suo amor proprio, cioè la disapprovazione dell' universale, e per poco non dissi la derisione. E certo il libro del Mastrofini venne più che deriso, vituperato nel Giornale filosofico, teologico, letterario *La voce della ragione* (4). Censori più benigni ha trovato in questi giorni nei dotti scrittori della *Civiltà Cattolica* (5) il R. P. Castelli M. O. il quale avendo riprodotto (6) la teo—

(1) È tanto vero che queste formole sono di facile applicazione, che il Card. Despuig Y-Dameta essendo Provicario di Roma le fece stampare e distribuire al clero delle Patriarcali nell'anno 1809.

(2) I primi a tradurre in linguaggio algebrico il problema della Pasqua furono i dotti Scolopi Canovai e Del Ricco come è a vedere ne'loro Elementi di Fisica matematica 1799.

(3) V. Formule analitiche pel calcolo della Pasqua, e correzione di quelle del Gauss per Ludovico Ciccolini, Roma 1814.

(4) Tomo X, 1834.

(5) V. Vol. VII della Serie VI, pag. 602.

(6) Tanto l'ardito e strano concetto *fondamentale* di chiamare *sempre* domenica il *primo* giorno dell'anno, che per lo più è tutt'altro, lasciandone *l'ultimo* innominato, o col nome di

rica del Mastrofini nel suo opuscolo: *Cinque Pasque sole* (Siena, 1866), e' sonosi contentati di chiamarla *teoria scientificamente bella, ma da rimanere inapplicata:* e tale indubitatamente rimarrà.

E come no? la mobilità della Pasqua connessa col moto lunisolare tra noi cattolici se non è di fede, poco se ne discosta (1) per i misteri che vi sono racchiusi, per l' origine a cui si rannoda, per la costante e non mai interrotta disciplina della Chiesa di diciannove secoli. Che se nei secoli primitivi nacquero controversie tra i fedeli, queste furono o intorno al modo di computare la *luua pasquale*, o più veramente se la Pasqua si dovesse celebrare nel giorno stesso *decimo quarto*, ovvero nella domenica seguente semprechè quello avvenisse nell'equinozio di primavera o immediatamente dopo: ma quanto al celebrarla in una data settimana e mese, o piuttosto in un giorno *fisso* e di pura convenzione, questa è invenzione moderna, messa in voce e tosto giudicata indegna di essere pure ascoltata appunto al tempo della riforma gregoriana (2), e poi rinnovata da qualche protestante (3) o da qualche astronomo di difficile contentamento, e poco pratico della disciplina della Chiesa (4), a disinganno dei quali il sullodato nostro collega commendatore Ciccolini scrisse quella sua sì dotta e sensata lettera al barone De Zach (5), alla quale io rimando l' illustre professore di Dorpat per ciò

---

coda dell'anno; quanto la *teorica bella* (all'occhio profano) che tragge da quel concetto la semplificazione (e anche l'annullamento) di tutti i *computi ecclesiastici* restringendo la celebrazione della Pasqua alle cinque sole domeniche che accaderebbero ai 26 marzo, 2, 9, 16, 23 aprile; queste peregrine scoperte, dico, uscirono dal cervello del Mastrofini come Minerva dalla testa di Giove, e non so come se ne possa dar lode al R. P. Aurelio Castelli quasi autore di un *nuovo sistema*.

(1) « Non mediocris esse sapientiae diem celebritatis definire Paschatis, et Scriptura divina nos instruit et traditio majorum, qui convenientes ad Synodum Nicaenam inter illa *fidei*, ut vera, ita admiranda decreta, etiam super celebritate memorata, congregatis peritissimis calculandi, decem et novem annorum (Enneadecaterida) collegere rationem, et quasi quemdam costituere circulum, ex quo exemplum in an. reliquos gigneretur. » S. Ambrosius Ep. 83 ad Episcop. per Aemiliam constitutos.

(2) Non sunt audiendi qui existimant Ecclesiam debere solemnitatem Paschae peragere *stato* semper die ec. Clavio, Op. cit. Cap. 1.

Era proprio la stessa proposta del sig. dott. Maedler come è a vedere nell' *Histoire ecclesiastique, continuation* del Fleury, an. 1582.

(3) The reformed Kalendar. London 1701.

(4) Bernoulli, Delambre, Zach, ec.

(5) V. Correspondance astronomique de Mr. le Baron De Zach, Tòm. XII.

che potrei e dovrei qui aggiungere sul proposito, cioè sulla inamissibilità della della sua inchiesta per la celebrazione della Pasqua. E poichè ha egli concepito il generoso pensiero di richiamare anche una volta l' attenzione del suo Governo sopra la necessità sempre crescente di riformare il calendario nazionale, se veramente vuol rendersi benemerito, non solo della patria, ma di tutta quanta la Cristianità, proponga ed inculchi nella sua qualità di consigliere di stato l' adozione pura e semplice della riforma gregoriana già in uso appo tutte le più civili nazioni, tra le quali il cattolico e floridissimo regno di Polonia finattanto che non ne fu spoglia di mano in mano che addivenne grama provincia del medesimo russiaco impero, e avrebbe a gran mercè poterne liberamente riusare.

Esposizione nelle Sale dell'Accademia delle carte geologiche dello Stato Pontificio, avanti di essere spedite all' esposizione universale di Parigi. — del prof. cav. GIUSEPPE PONZI.

Queste carte costruite dallo stesso prof. Ponzi dovranno far parte di un opera geologica sull' Italia centrale, che lo stesso autore sta preparando; esse fin quì sono al numero di sette; cioè :

1. *Carta geologica per servire alla storia fisica dell' Italia centrale.*

In essa sono messi a colori tutti i diversi terreni che formano il piovente tirreno degli Appennini, fra la Toscana e il Regno di Napoli.

2. *Sezioni geologiche dell' Italia centrale.*

Queste sono tracciate su vari punti successivi della carta sudetta, e accompagnate dall' indice geologico.

3. *Idrografia dell' epoca pliocenica.*

Qui viene delineato lo stato primitivo delle acque dopo l' emersione degli Appennini.

4. *Idrografia dell'epoca dei vulcani sottomarini.*

Questa indica i confini più ristretti delle coste per lo scuoprimento di una parte dei subappennini, la formazione dei principali fiumi, la distribuzione dei crateri eruttivi sotto le acqne del mare.

5. *Carta geologica dei monti di Tolfa e Allumiere.*

Dove si vedono la distribuzione dei mammelloni trachitici, il bacino metallifero, e le formazioni terziare entro le quali sono compresi.

6. *Carta del sistema vulcanico laziale.*

Dimostrante i rapporti di quel sistema colle regioni circostanti, le diverse epoche eruttive, e i diversi crateri e lave loro spettanti.

7. *Quadro geologico dell' Italia centrale.*

Già presentato altra volta alla nostra Accademia e pubblicato per servire alla spiegazione delle carte sudette. (*Atti dell' Accademia pontificia de' Nuovi Lincei. – Tomo XIX, sessione III, 4 febbraio* 1866).

Sulla scoperta delle armi e arnesi in silice trovate presso Monticelli.
Nota del P. A. Secchi.

Nella sessione precedente (1 Xmbre). il ch. nostro collega il sig. prof. Ponzi ci diede una dotta ed esatta relazione dell' importante scoperta fatta dal sig. Ab. Rusconi all' Inviolatella presso Monticelli. Egli ebbe la gentilezza di nominare anche me come testimonio di veduta, e socio nella visita che fu fatta a quell' importante scavo, e ragionò delle gravi conclusioni che si potevano trarre da esso.

Io pure fino dal 14 9mbre p. p. dirigeva al sig. Ab. Moigno poche righe sulla stessa scoperta in una lettera contenente altre materie, la qual lettera fu inserita nel giornale *Les Mondes* numero del 29 novembre 1866

Tom. XII pag. 510. Ora chi legge quella lettera e la memoria del sig. prof. Ponzi, argomenterà che io sono di parere diametralmente opposto al suo, e che perciò i fatti non devono essere così parlanti come descrive il nostro ch. collega, e quindi a lui ne verrebbe discredito. Io credo pertanto mio dovere di notificare all'Accademia che la cosa và tutt'altrimenti, e che quella mia lettera fu arbitrariamente interpolata e alterata dall'editore del *les Mondes* con molto mio dispiacere, in due punti sostanziali, che qui voglio rettificare a scanso di ogni equivoco.

Egli mi fa dire: *Le côtés tranchants ou arêtes témoignent qu' ils n' ont pas été amenés de loin, et qu'ils ont appartenu a des peuplades ancore aujourd' hui peu éloignées de leur berçeau ecc.* Quelle parole *ancore aujourd'hui* sono una interpolazione molto sciocca: si crederebbe che alle porte di Roma abbiamo popolazioni che usino armi in pietra come i selvaggi indiani, e che queste popolazioni sono poco lontane da quel sito anche oggi. È possibile che io abbia mai scritto queste scempiaggini.

Ma più importante è l'altra falsificazione: *M. l'abbé Rusconi* (mi fa dire il giornalista) *pretend que l'homme a été le contemporain de ces phénoménes, mais nous ne pouvons invoquer à l'appui aucune preuve serieuse, ni le remaniement ni le transport des terrains, car partout on rencontre une couche de sable recouvrant les tufs ecc.* Questo periodo è un controsenso di quello che ho scritto io. Primieramente io ho troppa stima del sig. Ab. Rusconi per usare la parola *pretende.* Quando anche esso fosse di parere diverso dal mio, non userei mai tale espressione poco gentile. Ma il peggio è di farmi negare la contemporaneità che io proprio asseriva. Io diceva appunto che noi non possiamo invocare quì, come si è fatto altrove il rimaneggiamento de' terreni, per evadere la dimostrazione che le frecce (e quindi l'uomo che le usò) siano contemporanee dei grandi corsi d' acqua quaternari che altra volta solcavano le campagne romane, perchè quì noi *non* abbiamo tali terreni mobili, da cui le *inondazioni moderne* avessero potuto (come altrove) portare giù le armi in pietra, e mescolarle con queste ossa. Infatti volendo noi *escludere* la contemporaneità dell'uomo a quel proposito dire *che non abbiamo i terreni mobili,* io dovea anzi dire che questi terreni esistevano, e che esistendo potevano spiegare il fenomeno. Le poche parole stesse che sono restate della mia lettera, mostrano l'alterazione fatta dal giornalista. Del resto il mio senso vero si ristabilisce facilmente così: = *M. l'Abbé Rusconi* CROIT, *que l'homme a été contemporain de ces phénoménes: en* EFFET *nous ne pou-*

vons invoquer ici EN CONTRAIRE *ni le remaniement ni le trausport des terrains ec.*

Così si vede che non solo per la descrizione de' fatti, ma anche per la loro interpretazione io sono d'accordo col nostro collega, e che non vi è l'opposizione che potrebbe far credere la lettera inserita nel *Mondes.*

Ometto altre minori alterazioni e riflessioni perchè poco interessano lo scopo che mi sono prefisso in questa nota, e che forse esporrò altrove, non volendo io trattare di materia che poco conosco, ma solo mostrare che io non sento diversamente dal nostro dotto collega.

COMUNICAZIONI

Il sig. presidente fece noto che, avendo il sig. prof. cav. Mattia Azzarelli rinunciato a far parte della commissione per l'esame delle memorie, pel concorso al premio Carpi; fu dal comitato accademico sostituito nella commissione medesima il prof. Volpicelli, conforme veniva indicato dalla votazione, colla quale i commissari furono eletti.

CORRISPONDENZE

La società imperiale dei naturalisti di Mosca, per mezzo del suo primo segretario sig. dott. Renard, annunzia l'invio del suo Bullettino.

La società filosofica e letteraria di Mancester, mediante il suo segretario sig. Enrico Roscoe, ringrazia per avere ricevuto gli Atti dell' accademia nostra.

La società di scienze naturali di Breslau ringrazia similmente.

Il sig. prof. Domenico Ragona, direttore dell'osservatorio astronomico di Modena, annunzia la morte del suo predecessore, il cav. Giuseppe prof. Bianchi, nostro corrispondente italiano, avvenuta nella notte del 25 dicembre 1866.

COMITATO SEGRETO

L'accademia procedette, a forma degli statuti, e mediante la votazione per ischede, alla nomina del suo presidente. I votanti essendo ventiquattro, il risultamento della indicata votazione fu come siegue :

		Voti
Signori	Principe D. Baldassarre Boncompagni, ...	3
	Duca D. Mario Massimo, ...	1
	Comm. N. Cavalieri S. Bertolo, ...	15
	Monsigor D. Barnaba can. Tortolini.	5

Quindi, a pluralità di voti, fu dall'accademia confermato nella carica di Presidente, il sig. comm. Cavalieri S. Bertolo, previa l'approvazione sovrana.

Per mezzo di schede, fu nominata una commissione, composta di tre soci ordinari, ad oggetto di esaminare il consuntivo dell' amministrazione accademica pel 1866, ed il preventivo pel 1867 ; quindi risultarono eletti all' indicato fine, i signori professori:

Cav. Mattia Azzarelli,
Cav. Lorenzo Respighi,
Monsignor D. Barnaba can. Tortolini.

Nella precedente sessione, il comitato accademico propose una terna, per eleggere uno o più corrispondenti italiani : in questa tornata, essendo ventiquattro i votanti, dai medesimi si ebbe, mediante voti bianchi e neri, sulla terna medesima il seguente risultamento:

		Voti	
		Bianchi	Neri
Signori	Domenico Cav. Piani	18	6,
	Prof. Gio. Gius. Cav. Bianconi . .	18	6,
	Prof. Domenico Cav. Turazza . .	19	5,

ognuno dei quali ottenne la maggioranza dei voti; perciò l' accademia li elesse tuttti a suoi corrispondenti italiani, salva l'approvazione sovrana.

L'accademia, riunita in numero legale a un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

B. cav. Viale. — P. Sanguinetti. — G. cav. Ponzi. — S. Proja. — A. cav. Coppi. — A. Comm. Cialdi. — P. D. Chelini. — E. contessa Fiorini. — E. Rolli. — P. Volpicelli. — P. A. Guglielmotti. — P. A. Secchi. — M. cav. Azzarelli. — L. Comm. Poletti. — B. principe Boncompagni. — B. monsignor Tortolini. — L. cav. Respighi. — L. Jacobini. — V. cav. Diorio. — N. comm. Cavalieri S. Bertolo. — C. comm. Sereni. — F. monsignor Nardi. — S. Cadet.

Pubblicato nel 18 di febbraio del 1867.
P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

*Rendiconto dell'*ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE DI NAPOLI. Anno V - fasc. 11.° - Novembre del 1866.

*Memorie dell'*ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA - Serie 2ª - Tomo V. - fasc. 3.°

*Rendiconto delle sessioni dell'*ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL' ISTITUTO SUDD. - Anno accademico 1865-66.

Memorie dell' ISTITUTO VENETO DI SCIENZE LETTERE ED ARTI. Vol. XIII. Par. I, 1866.

Topografia Medico-Statistica di Viterbo, e triennio clinico; del dott. FRANCESCO NUVOLI, *medico primario dell' Ospedal grande e consulente.* Viterbo, 1866; un vol. in 8.°

A Jerusalem . . . . *La Gerusalemme liberata di Torquato Tasso, tradotta in idioma portoghese de* JOSÉ RAMOS COELHO. Lisbona, 1864; un vol. in 8.°

Colleccao . . . . *Collezione di Medaglie, e decorazioni portoghese ec. spettante al Tomo III - Par. II.ª delle Memorie della R. Accademia delle Scienze di Lisbona, del socio M. B.* LOPES FERNANDES.

Iahres-Bericht . . . . *Ragguaglio annuo dell'Istituto per la ginnastica igienica svedese in Brema; del dott.* AXEL SIGFRID ULRICH. Brema, 1866.

Erster . . . . *Primo ragguaglio annuo della* UNIONE DELLE SCIENZE NATURALI IN BREMA, *dal novembre 1864 alla fine di maggio 1866.*

Abhandlungen . . . . *Memorie dell' Associazione dei Naturalisti a Brema.* Vol. I, fasc. 1.° Brema 1866.

Physikalske . . . . *Comunicazioni di fisica di Adamo Arndtsen, pubblicate dal dott. C. Hansteen.* Cristiania, 1858.

Veiviser . . . . *Guida all' escursioni geologiche nei dintorni di Cristiania di T. Kjerulf.* Cristiania, 1865.

Bemaerkninger . . . . *Osservazioni relative ai Graptolitheri del prof. C. Boeck.* Cristiania, 1851.

Om de i Norge . . . . *Sui fossili resti animali che si trovano in Norvegia pel quarto periodo, e supplemento alla storia della Fauna del dott. M. Sars.* Cristiania, 1865.

Bidrag . . . . *Supplemento alle notizie sulla Fauna littorale del Mediterraneo. Osservazioni di viaggi in Italia. Del suddetto.*

Norges . . . . *Gamberi dell' acqua dolce di Norvegia. 1.ª Sessione Branchiopoda ec.; di G, O. Sars.* Cristiania, 1865.

Abhandlungen . . . . *Memorie della Societa' Slesiana.* Sezione storica-filosofica del 1866 – e Sezione per le scienze naturali e per la medicina del 1865-66. Due fascicoli. Breslau, 1866.

Dreiundverzigster . . . *Quarantatreesimo contoreso annuale della Societa' suddetta, per la coltura della Patria.* Breslau 1866.

Gaver . . . . *Dono alla regia biblioteca della Università di Norvegia in Cristiania, presentato a quel segretariato da C. Holst.*

Fortsatte . . . . *Continuazione di osservazioni sui fenomeni errativi di I. C. Hörbye.*

Det Kongelige Norske . . . . *Ragguaglio annuo della Regia norvegiana universita' di Federico, per l'anno* 1863. – con supplemento - Cristiania 1865.

Jahresbericht . . . *Ragguaglio annuo, presentato il* 19 *maggio* 1865 *al Comitato della Specola in capo Nicolai, in supplenza del Direttore, dal più anziano astronomo W. Döllon.* S. Pietroburgo, 1865; un fasc. in 8.°

Sitzungsberichte . . . . . *Contoresi della I. R. Accademia delle Scienze di Vienna.* – Classe matematica-fisica. – N.ⁱ 7–10. – 1865 - Vol. LII e N. 1 - 1866 - 2.ª Sezione - Vol. LIII.

Idem . . . . *Contoresi della I. R. Accademia suddetta.* - 1.ª Sezione - N.ⁱ 6-10. Vol. LII.

Idem . . . . *Contoresi della I. R. Accademia suddetta* - Classe filosofico-istorica - N.ⁱ 7-10 del 1865.

Register . . . . *Indice 41 bis 50 dei* Contoresi suddetti per la Classe filosofico-istorica. Vienna, 1866.

Archiv . . . . *Archivio della storia austriaca.* Vol. 34, e 35.

Fontes rerum austriacarum. Vol. XXIV. Vienna, 1865.

Verification . . . . *Verifiche ed estensioni dell'Arco meridiano di La Caille al Capo di Buona Speranza per Sir* Thomas Maclear. Vol. 2, in 4.° grande 1866.

On the . . . . *Del volume compreso da una superficie pedale, di T. A.* Hirst. Londra, 1862.

Sur un systeme . . . . *Sopra un sistema doppio di superficie rigate; dell'ab.* Aoust, *prof. alla facoltà delle scienze di Marsiglia.*

An Essay . . . . . *Saggio di risoluzione delle equazioni algebriche ; di C. I.* Hargreave. Dublino, 1866.

Monatssbericht . . . . *Contiresi della R.* Accademia di Berlino. Agosto, 1866.

Mittheilungen . . . . . *Memorie della I. R.* Societa' Geografica di Vienna. Fasc. IX, del 1865.

Iahrbuch . . . . *Atti dell' I. R.* Istituto Geologico di Vienna. N.i 3. Luglio, agosto, settembre 1866.

The Report . . . . *Rapporto dell'* Associazione Britannica per l' avanzamento delle Scienze, *pel* 1865.

Memoires . . . . *Memorie della* Societa' filosofica di Manchester. Vol. II. 1865.

Proceedings . . . . *Bullettini della* Societa' suddetta. Vol. IV e V. 1865.

Bullettin . . . . *Bullettino della* Societa' Imperiale de' Naturalisti di Mosca. N. 1 dell'anno 1866.

Comptes. . . . . *Conti resi dell'*Accademia delle Scienze dell' Imperiale Istituto di Francia, in corrente.

*Bullettino Meteorologico dell'*Osservatorio del Collegio Romano, in corrente.

Annali d'Italia dal 1750, compilati da A. Coppi. Tomo XIV, 1859. Firenze, 1866; un vol. in 8.

Introduction . . . . *Introduzione al calcolo Gobârî et Hawâî. Trattato di aritmetica tradotto dall'arabo da Francesco Woepcke, e preceduto da una notizia del sig. Aristide Marre sopra un manoscritto posseduto dal sig. Chasles, membro dell'Istituto di Francia.* (*Accademia delle Scienze*), *e contenente il testo arabo di questo trattato.* (Estratto dagli Atti dell'accademia pontificia de' Nuovi Lincei. Tomo XIX. Anno XIX, Seduta VII del 3 giugno 1866). Roma, tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche 1866.

IMPRIMATUR

Fr. Hieronymus Gigli Ord. Pr. S. P. A. Mag.

IMPRIMATUR

Petrus De Villanova Castellacci Archiep. Petrae Vicesgerens.

// i

ATTI
DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA
DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE III^a DEL 3 FEBBRAJO 1867.

PRESIDENZA DEL SIG. COM. N. PROF. CAVALIERI SAN BERTOLO

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

RECTIFICATION ET ADDITION

A LA

« NOTE SUR UN PROBLÈME D'ANALYSE INDÉTERMINÉE »;

publiée dans les *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei*, Tome XX. — Année XX; Séance I^{ère} du 2 Décembre 1866.

PAR M. EUGÈNE CATALAN.

M. Lebesgue m'a fait observer que les formules (6) et (6') ne sont pas assez générales : en les écrivant, j'ai supposé, tacitement, les valeurs de t, μ^2-1 et $2\alpha+\mu^2-1$, premières entre elles deux à deux. Le même manque de généralité se remarque sur les formules (11) et (11'). Néanmoins, les résultats indiqués dans le Paragraphe V sont exacts, comme tous ceux que l'on déduirait des formules citées.

En cherchant à corriger la faute dont je viens de parler, je me suis aperçu que le Problème en question se ramène très simplement à la résolution, en nombres entiers, d'une équation de la forme

$$Ax^2-By^2=1.$$

Cette nouvelle solution du Problème est l'objet de la présente Note.

I.

Reprenons les équations

$$2x + y - 1 = z \quad (a), \qquad 2yz = \alpha \quad (b), \qquad y^2 + z^2 - 1 = \beta \quad (c),$$

$$\alpha\beta = 16t^2 \quad (d), \qquad s = t^2 \quad (e).$$

D'après (a), y *et* z *sont de parités différentes;* donc α, β *sont des multiples de* 4. Soient

$$\alpha = 4\theta u^2, \qquad \beta = 4\theta' v^2;$$

θ, θ' ne contenant aucun facteur carré; autrement dit :

$$\theta = abcde \ldots, \qquad \theta' = a'b'c'd'e' \ldots,$$

$a, b, c, d, e, \ldots$, d'une part, et $a', b', c', d', e', \ldots$, del'autre, étant des facteurs premiers *inégaux*. À cause de l'équation (d), $\theta\theta'$ doit être un carré; donc

$$a' = a, \qquad b' = b, \qquad c' = c, \ldots,$$

ou

$$\theta' = \theta;$$

et, par conséquent,

$$\alpha = 4\theta u^2, \qquad \beta = 4\theta v^2 \qquad (f).$$

Soient

$$y = p\gamma, \quad z = q\gamma \qquad (g),$$

p, q étant deux nombres donnés, l'un *pair*, l'autre *impair*, *premiers entre eux*. Les équations (b), (c) deviennent, à cause des valeurs (f) :

$$pq\,\gamma^2 = 2\theta u^2 \quad (h), \qquad (p^2 + q^2)\gamma^2 - 1 = 4\theta v^2 \quad (k).$$

Éliminant θ, on trouve

$$(p^2 + q^2)u^2 - 2pq\,v^2 = \frac{u^2}{\gamma^2};$$

donc u est divisible par γ :

$$u = \gamma u' \quad (l);$$

et la relation (h) devient

$$pq = 2\theta u'^2 \qquad (\mathrm{A}).$$

II.

Dans chaque cas particulier, on décomposera donc $\frac{pq}{2}$ en deux facteurs u'^2, θ, dont l'un soit un carré, l'autre n'admettant aucun facteur carré; après quoi l'on cherchera les solutions entières de l'équation

$$(p^2+q^2)\gamma^2-4\theta v^2=1 \qquad (B).$$

Si elle en admet, on emploiera les formules

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{(q-p)\gamma+1}{2}, \quad x+y-1=\frac{(q+p)\gamma-1}{2}, \\ s &= (u'v\theta\gamma)^2 \end{aligned}\right\} \quad (C)$$

III. APPLICATIONS.

1° $p=3$, $q=4$. L'équation (A) donne

$$\theta=6, \qquad u'=1;$$

en sorte que (B) devient:

$$(5\gamma)^2-6(2v)^2=1. \qquad (1)$$

La solution la plus simple est

$$\gamma=1. \qquad v=1;$$

d'où l'on déduit, par exemple,

$$\gamma=97, \qquad v=99;$$

puis

$$x=49, \qquad x+y-1=339, \qquad s=(6.97.99)^2.$$

Conséquemment

$$49^3+50^3+51^3+\ldots+339^3=(6.97.99)^2;$$

Ce qui est exact.

2° $p=5$, $q=8$. On trouve $\theta=5$, $u'=2$, puis

$$89\gamma^2-5(2v)^2=1. \qquad (2)$$

Le développement de $\sqrt{\frac{89}{5}}=\frac{\sqrt{445}}{5}=\frac{R}{5}$ en fraction continue donne, comme fractions *complètes* :

$$\frac{R}{5},\ \frac{R+20}{9},\ \frac{R+16}{21},\ \frac{R+5}{20},\ \frac{R+15}{11},\ \frac{R+18}{11},\ \frac{R+15}{20},$$

$$\frac{R+5}{21},\ \frac{R+16}{9},\ \frac{R+20}{5},\ \frac{R+20}{9},\ \frac{R+16}{21},\ \text{etc.}$$

Par conséquent (*), l'équation (2) n'admet aucune solution entière.

3° $p=5$, $q=12$. On a $u'=1$, $\theta=30$; donc

$$(13\gamma)^2-120v^2=1. \qquad (3)$$

Cette équation est vérifiée par

$$13\gamma=11, \qquad v=1;$$

(*) *Théorie des Nombres*, tome I, p. 108.

mais, comme la valeur de y est fractionnaire, on doit recourir à la relation

$$(11 + \sqrt{120})^n = 13y + v\sqrt{120} ,$$

en disposant convenablement de n. Après quelques essais, l'on trouve que $n=9$ donne

$$y = 45\ 575\ 339\ 447 , \qquad v = 54\ 085\ 723\ 209.$$

On conclut, de ces valeurs :

$$169\, y^2 = 351\ 031\ 854\ 604\ 867\ 350\ 921\ 721,$$

$$120\, v^2 = 351\ 031\ 854\ 604\ 867\ 350\ 921\ 720,$$

$$x = 159\ 513\ 698\ 065 ,$$

$$x + y - 1 = 387\ 390\ 395\ 299 ,$$

$$s = (30.\ 45\ 575\ 339\ 447.\ 54\ 085\ 723\ 209)^2.$$

Liége, 30 janvier 1867.

COMUNICAZIONI

Sul meteorografo, e sulle stelle cadenti.

Il P. Secchi, espose alcuni perfezionamenti da se introdotti nel meteorografo, e notò in ispecialità come siasi da esso tolto l'inconveniente, che ha il barometro detto a *manicotto*, che è di avere il centro di gravità molto più alto del livello del mercurio in cui galleggia il tubo.

Il medesimo pure presentò copia delle lettere del sig. Schiaparelli sulle stelle cadenti. In questa occasione soggiunse l'applicazione che si può fare alle comete, del principio di dispersione da quelle indicato; poichè supponendo questi corpi formati di corpuscoli e polviscoli minuti, indipendenti, e non di struttura gassosa, facilmente si dimostra cogli stessi principii stabiliti dallo Schiaparelli, che la parte rivolta verso il sole, e che si espande per la elevata temperatura , ed esce dalla sfera di attrazione del nucleo , deve esser dispersa molto di più dal lato del sole, che dall'opposto. Talchè il nucleo deve apparire eccentrico; e anzi è facile dimostrare, che ove la forza espansiva sia forte, a pari distanza dal nucleo, la densità della materia deve essere minore dal lato del sole , che dall' opposto, in ragione più rapida, che non è quella de' quadrati: onde per poco che essa sia energica, arriva ad essere insensibile. Ora essendo così rare le masse cometarie, se si ammetta che siano ridotte a $^1/_{100}$, o anche semplicemente a $^1/_{10}$, si vedrà, che quasi tutta la parte della cometa che resta dal lato del sole, deve sensibilmente svanire, rendendosi quasi impercettibile ai nostri sensi. I getti rovesci, che in esse si osservano, non sarebbero in tal caso vera inflessione della materia, ma semplici linee di maggior densità, nate dalla sovrapposizione delle varie parti, o anche dalla resistenza che le parti posteriori incontrano nell' affrontare le anteriori.

Sulle comete e sulle stelle cadenti. Comunicazione del prof. cav. L. Respighi.

In seguito alla precedente nota del prof. Secchi, relativa alle lettere del prof. Schiaparelli sul fenomeno delle stelle cadenti, ed alla possibilità di ricondurre alla stessa origine , e cioè all' attrazione solare anche il fenomeno dello sviluppo delle code delle comete, il prof. Respighi fa osservare all' accademia ; che fino dal 1859 , dopo l'apparizione della bella cometa Donati ,

egli presentava all' accademia dell' Istituto delle scienze di Bologna un suo scritto, che veniva poscia nel 1860 pubblicato nel volume X delle memorie di questa, nel quale scritto appunto si proponeva di mostrare, come i principali fenomeni cometarii, e specialmente lo sviluppo delle code, potessero risguardarsi come effetti dell'attrazione del sole e del nucleo della cometa sulle molecole, o corpuscoli costituenti le nebulosità, od inviluppi nebulosi di questa.

In tale scritto si mostrava, come nell'avvicinamento delle grandi comete al sole la prevalenza dell'attrazione solare su quella della massa cometaria poteva produrre in questa delle deformazioni o metamorfosi, analoghe a quelle dedotte dal prof. Schiaparelli per le nubi cosmiche, da cui trarrebbero origine le stelle cadenti.

Se non che la determinazione quantitativa o metrica di qneste deformazioni nei corpi cometarii presentava grandi difficoltà, per la circostanza di doversi tener conto dell'attrazione sensibile del nucleo, e di movimenti intestini, che necessariamente dovevano supporsi nella massa cometaria , per ottenere lo sviluppo rapido e gigantesco delle code, e la loro più o meno approssimata opposizione al sole.

Ammettendo gli inviluppi nebulosi della cometa come formati di corpuscoli, o particelle materiali costituite in uno stato di quiete relativa col nucleo, l'attrazione solare combinata con quella della massa cometaria potrebbe bensì produrre, come accenna il prof. Secchi, grandi deformazioni nel corpo cometario, e specialmente allungamenti a guisa di code , ma piuttosto nella direzione dell' orbita della cometa , che in quella del suo raggio vettore , e senza tutti quegli speciali caratteri, che si rilevano più o meno decisamente nella produzione di questo singolare fenomeno ; ad ottenere i quali si rende indispensabile di far concorrere coll'attrazione altre forze, come sono le supposte forze repulsive, esercitate dal sole e dal nucleo sulla materia costituente gli inviluppi o le nebulosità del corpo cometario.

Egli è appunto per escludere queste forze arbitrarie, e per ridurre il fenomeno dipendente dalla sola attrazione , che il prof. Respighi nell' indicato scritto ricorreva ad un' ipotesi, d'altronde molto probabile, e molto conforme allo stato nel quale ci si presentano ordinariamente le masse cosmiche, e cioè alla supposizione di un moto di rivoluzione della nebulosità attorno al nucleo cometario.

Ammesso che nelle grandi distanze dal sole il nucleo della cometa costituisca per la sua densità la parte prevalente o principale della massa co-

metaria , senza escludere da questo un atmosfera costituita con esso in uno stato di equilibrio relativo più o meno completo, si suppone che le nebulosità esteriori, nelle quali appare inviluppato il nucleo stesso , siano formate da un insieme di corpuscoli o particelle materiali, le une affatto segregate dalle altre, e non aventi fra loro e col nucleo altro vincolo coercitivo , che quello risultante dalla reciproca loro attrazione, e ravvolgentisi attorno al nucleo, come centro di prevalente attrazione, in senso opposto a quello del moto della cometa attorno al sole; in modo da costituire attorno al nucleo stesso come tanti anelli od inviluppi più o meno eccentrici di corpuscoli giranti in senso opposto al moto della cometa nell'orbita.

Supponendo poi che la linea degli absidi di questi anelli elittici sia prossimamente diretta verso il sole, e che il pericometa, o punto di massima vicinanza al nucleo, sia in ognuno di essi posto dalla parte del sole stesso, determinando le influenze che sul corpo cometario, così costituito, debbono prodursi nel successivo avvicinamento al sole in forza dell'attrazione di questo, si trova appunto , che nella massa cometaria debbono prodursi deformazioni o metamorfosi del tutto analoghe a quelle, che sono presentate dalle grandi comete in vicinanza al loro perielio, e con ciò viene mostrato come la sola attrazione possa rendere ragione dei principali fenomeni cometari.

Stabilito questo concetto sulle masse cometarie, e sulle deformazioni e dissoluzioni che in esso deve produrre l'attrazione solare, ne conseguiva naturalmente la spiegazione del fenomeno delle stelle cadenti , considerandole come corpuscoli sottratti al corpo cometario dall'attrazione del sole , e ravvolgentisi attorno a questo in sistemi più o meno ordinati e continui, ed in periodi più o meno regolari e costanti ; e fin d' allora il prof. Respighi era condotto a formarsi sul fenomeno questo concetto; che non credette però opportuno di esternare esplicitamente in quello scritto, perchè estraneo al suo argomento, e perchè era a temersi di procurare con questa ulteriore ipotesi una maggiore contrarietà alla spiegazione da lui proposta sui fenomeni cometari, allora che con tanto calore era sostenuta l' ipotesi delle forze repulsive del sole e dei nuclei sulla materia nebulosa delle comete.

Perciò preferiva di evitare questa questione, limitandosi a dire in proposito di questi corpuscoli sottratti al corpo cometario dall' attrazione solare « abbandoniamo queste molecole estranee al corpo cometario nelle loro rispettive orbite, e limitiamoci all'esame di quelle che sono, od entrano nella sfera di attrazione del nucleo . . . »

Con queste dichiarazioni il prof. Respighi non intende di scemare menomamente la grande importanza delle dottissime lettere del prof. Schiaparelli, per le quali è apportata tanta luce sui principali caratteri che si palesano nelle apparizioni delle stelle cadenti, sulla loro periodicità e sulla loro origine; che anzi egli si compiace grandemente di vedere con queste teorie appianata in qualche modo la via alla spiegazione dei principali fenomeni cometari per mezzo della sola attrazione, quale egli l'ha proposta; e si compiace egualmente di trovare nei concetti esternati in proposito dal prof. Secchi un autorevole appoggio all' indicata spiegazione.

COMMISSIONI

Sul concorso relativo al programma pel premio Carpi, *pubblicato cogli atti della sessione dell'* 11 *di giugno del* 1865, *t. XVIII, p.* 381.

RAPPORTO

Commissari sig.ri prof.ri R. P. Chelini (*relatore*), monsignor D. Barnaba canonico Tortolini, e P. Volpicelli.

» Esporre un metodo con cui si possano determinare *tutti* i valori razionali di x atti a rendere un quadrato o un cubo perfetto il polinomio $A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4$, essendo A, B, C, D, E numeri interi, ogni qualvolta esistano simili valori, e che, nel caso contrario, faccia conoscere l'impossibilità della soluzione » Tale fu il programma, che la nostra accademia propose l'11 di giugno del 1865 al conseguimento del premio Carpi.

Due scritti hanno concorso, e sono stati mandati all'accademia, dentro il prefisso intervallo di tempo. Il primo di questi scritti, consistente in una pagina e poco più, dove manifestamente apparisce che non si è intesa la natura del problema, non merita che se ne faccia menzione. Il secondo scritto, consistente in una memoria assai estesa, ha per titolo: *Ricerche sull' equazione a due incognite.*

$$a + bv + cv^2 = w^2,$$

$$a + bv + cv^2 + dv^3 + cv^4 = w^2,$$

per determinarne le radici razionali.

Nel preambolo l'autore dichiara che : « Quantunque in questo scritto non si raggiunga la meta prefissa dall'accademia pontificia de' Nuovi Lincei . . . . sembra nullameno che il dare alcuni passi verso il termine, in una via così spinosa ed ardua , debba aversi in conto di non ispregevole avanzamento ». Ciò è verissimo: e la vostra commissione si è occupata di questa memoria, affine di rilevare quali siano i passi che l'autore ha fatto verso la soluzione del programma surriferito.

Cominciamo dal considerare la prima parte della memoria , intitolata : « *Nuovo metodo per determinare tutti i valori di v che rendono un quadrato il trinomio* $a + bv + cv^2$ ». Se questo metodo offrisse realmente le formole definitive di tutte le soluzioni possibili, senza supporne trovata una in antecedenza, sarebbe certamente un nuovo passo nella teorica de' numeri, e meriterebbe di esser conosciuto e lodato; invece l'autore prescrive che si trovi dapprima una soluzione col metodo di Lagrange, e che in appresso si ricorra alle sue formole, le quali non mancheranno di somministrare tutte le altre soluzioni. Ma a tale uopo, ove suppongasi data una soluzione, aveva già compiutamente provveduto e soddisfatto il medesimo Lagrange , fino dal secolo scorso, con una formola di cui non può immaginarsene altra, nè più diretta, nè più semplice. Per maggior chiarezza di ciò che dobbiamo esporre, giova richiamare il modo elementare con cui fu trovata da quel sommo geometra.

Se per $v = f$, il trinomio $a + bv + cv^2$ diviene un quadrato perfetto , $= g^2$, talchè si abbia

$$a + bf + cf^2 = g^2,$$

lo stesso trinomio, eliminando a, si può scrivere sotto la forma

$$g^2 + b(v - f) + c(v^2 - f^2) ,$$

e farlo $= [g + m(v - f)]^2$, intendendo per m un numero razionale, affatto arbitrario. Da simile uguaglianza si trae subito

$$(a) \qquad v = \frac{fm^2 - 2gm + b + mf}{m^2 - c} .$$

Questa è la formola di Lagrange , per la quale , data una soluzione qualunque $= f$, si hanno tutte le altre soluzioni possibili dando alla variabile m opportuni valori. Così se per $v = f_1$, il trinomio $a + bv + cv^2$ diviene un altro quadrato perfetto $= g_1^2$, cioè se si ha

$$g^2 + b(f_1 - f) + c(f_1^2 - f^2) = g_1^2,$$

ponendo nella (a) $v = f_1$, si trova per m il valore razionale

$$m = \frac{-g \pm g_1}{f_1 - f}.$$

Però non convien tacere, che le formole dell'autore si riferiscono alla soluzione in numeri razionali dell'equazione secondaria

$$(b) \qquad u^2 = Ax^2 + By^2 ,$$

nella quale si converte la proposta

$$w^2 = a + bv + cv^2,$$

quando, dopo di averla scritta sotto la forma

$$4cw^2 = (2cv + b)^2 - (b^2 - 4ac) ,$$

si fa $b^2 - 4ac = A$, $c = B$, ed

$$\frac{u}{x} = 2cv + b ,$$

$$\frac{y}{x} = 2w = 2(a + bv + cv^2) ,$$

Ma ciascuno vede che qui, sostituendo il valore generale di v in funzione di m , dato dalla formola di Lagrange, avremo le formole che daranno tutti i valori possibili de' due rapporti $\frac{u}{x}$, $\frac{y}{x}$; e che, viceversa, dato un sistema di valori $\frac{u_0}{x_0}$, $\frac{y_0}{x_0}$, soluzione razionale dell'equazione secondaria $u = Ax^2 + By^2$, si avrà pure un valore f di v, soluzione razionale dell' equazione proposta, ed appresso i valori generali de' due rapporti $\frac{u}{x}$, $\frac{y}{x}$. Ci dispensiamo poi dal parlare delle interpretazioni geometriche che l' autore dà delle sue formole, perchè fuori di luogo, e senza importanza. Paragonando il metodo di Lagrange col metodo nuovo, può dirsi che, se in questo havvi novità, essa consiste nel aver reso complicato ciò che era semplice, e laborioso ciò che era facile. Il partito che l'autore crede poterne cavare, affine di dare un metodo corrispondente per le formole cubiche e biquadratiche, ci è sembrato illusorio, essendochè si fonda sopra ipotesi gratuite ed inaccettabili, come indicheremo tra poco.

Nella seconda parte della memoria, relativa all'equazione

$$\text{(A)} \qquad w^2 = a + bv + cv^2 + dv^3 + ev^4 ,$$

l'autore comincia dallo scriverla sotto la forma

$$4ew^2 = 4ae - k^2 + (4be - 2dk)v + (4ce - 4ek - d^2)v^2 + (2cv^2 + dv + k)^2,$$

introducendo ne' coefficienti il numero arbitrario k, da determinarsi opportunamente ne'casi particolari. Quest'equazione, fatto per abbreviare

$$a' = 4ae - k^2 , \ b' = 2be - dk , \ c' = 4ce - 4ek - d^2 ,$$

e moltiplicata per c', viene tramutata nella

$$4ec'w^2 = a'c' - b'^2 + (c'v + b')^2 + c'(2ev^2 + dv + k)^2;$$

poscia, ponendo

$$A = b'^2 - a'c' , \ B = - c' , \ C = c'e ,$$

nella

$$(c'v + b')^2 = A + B\,(2ev^2 + dv + k)^2 + 4Cw^2 ,$$

e finalmente, fatto

$$\frac{u}{x} = c'v + b' ,$$

$$\frac{y}{x} = 2ev^2 + dv + k, \quad \frac{z}{x} = 2w ,$$

si riduce nella

$$\text{(B)} \qquad u^2 = Ax^2 + By^2 + Cz^2 .$$

Se qui l'autore avesse bene avvertito che, per ogni dato valore di k i singoli rapporti $\frac{u}{x}$, $\frac{y}{x}$, $\frac{z}{x}$ essendo funzioni di v, non è lecito farne alcuno eguale a zero senza che rimanga determinato il valore di v (valore speciale da non ammettersi, se non quando risulta razionale, e rende di più un quadrato perfetto la forma proposta (A)), egli avrebbe riconosciuto che il suo nuovo metodo, esposto per la formola quadratica, non si accomoda alla formola biquadratica; e di ciò si sarebbe maggiormente convinto se avesse cercato di verificarlo con qualche esempio, come suol praticarsi nelle materie complesse e difficili affine di comprovare col fatto, che in ogni parte si è proceduto col debito rigore, e che non è corsa alcuna svista, od inavvertenza.

Nondimeno la trasformazione dell' equazione (A) nella (B), i cui coefficienti contenendo la indeterminata k possono subire cangiamenti favorevoli alla soluzione del problema, ci sembra esser ciò che havvi di pregevole in questa memoria. L' autore procura di mostrarne il vantaggio in una ipotesi particolare, la quale consiste nel supporre che la quantità k siasi potuta determinare in guisa, che la differenza di due de' quattro quadrati u^2, y^2, z^2, x^2, sia proporzionale alla differenza degli altri due; o, più generalmente, che la forma (B) siasi ridotta ad una delle due seguenti:

$$(C) \qquad \begin{cases} n^2z^2 - m^2y^2 = L(p^2u^2 - l^2x^2)\,, \\ n^2z^2 - p^2u^2 = M(m^2y^2 - l^2x^2)\,. \end{cases}$$

Egli espone un metodo rigoroso per risolvere i casi contenuti in siffatta supposizione, e questa volta non tralascia di mostrarne l'esattezza, coll'applicarlo a sette esempi numerici, sei de' quali sono tolti da Eulero. I risultamenti cui giunge, concordano pienamente con quelli che lo stesso Eulero ottiene con altro metodo assai più elegante e spedito, intitolato: *Methodus nova et facilis formulas cubicas et biquadraticas ad quadratum reducendi.* Nè simile coincidenza di risultamenti poteva mancare: imperocchè le forme (C), ove ai rapporti $\frac{u}{x}$, $\frac{y}{x}$, $\frac{z}{x}$ si sostituiscano i loro valori in funzione di v, sono comprese nella forma $(P^2 + QR)$, richiesta da Eulero per potervi applicare il suo metodo (ciò che non è avvertito dall'autore). Così la 1ª delle (C), per l'indicata sostituzione, diviene

$$(2nw)^2 = m^2(2ev^2 + dv + k^2)^2 + L[p^2(c'v + b')^2 - l^2]\,.$$

Sebbene il metodo dell'autore sia meno semplice, e meno facile di quello di Eulero, tuttavia alla sua memoria rimane il merito di offrire un artifizio, che ci sembra nuovo, per ricondurre il polinomio biquadratico alla forma Eureliana.

Per tanto la commissione conclude che quella fra le due sopra indicate memorie, la quale porta per epigrafe « *È cavalier che d'infiniti campi, ec.*» non merita menzione di sorta; e che la seconda coll'epigrafe « *Si les sciences naturelles vous ont offert, ec.* » comecchè non abbia raggiunto lo scopo, e perciò non possa ottenere il premio; tutta via merita lode, per la forma data al polinomio biquadratico, mediante un coefficiente indeterminato, che permette in alcuni casi *particolari* di risolvere la quistione proposta.

L'accademia, con unanimità di voti segreti, approvò le conclusioni di questo rapporto.

CORRISPONDENZE

L'Emo e Rmo sig. Cardinale Altieri, protettore dell'accademia, coll'onorevole suo dispaccio del 25 gennaio 1867, partecipò l' approvazione sovrana per la nomina dei signori prof. Giuseppe cav. Bianconi, Domenico Piani, e prof. Domenico cav. Turazza, a soci corrispondenti italiani Lincei.

Lo stesso Eminentissimo, col suo pregiato dispaccio del 26 gennaio 1867, fece noto, che la conferma nella carica di presidente dell'accademia nostra, in persona del sig. prof. comm. N. Cavalieri S. Bertolo, aveva ricevuto la sovrana sanzione.

Il medesimo Porporato coll'ossequiato suo dispaccio del 26 gennaio 1867, ordinò quanto siegue « Affine di ovviare a qualche inconveniente, facile ad accadere, qualora si trascurasse di eseguire, ciò che viene prescritto nell'articolo 3.° degli ordinamenti per l' esercizio della commissione accademica di censura, in quanto alla *immediata* ed *esclusiva* consegna, da farsi alla medesima, delle memorie lette o presentate nell' accademia, si crede opportuno inculcare, per mezzo del sig. presidente, che non venga mai derogato a sì provvida disposizione ».

La R. accademia delle scienze di Madrid, mediante il suo segretario perpetuo sig. A. Aguilar, ringrazia per gli Atti dei Nuovi Lincei da essa ricevuti.

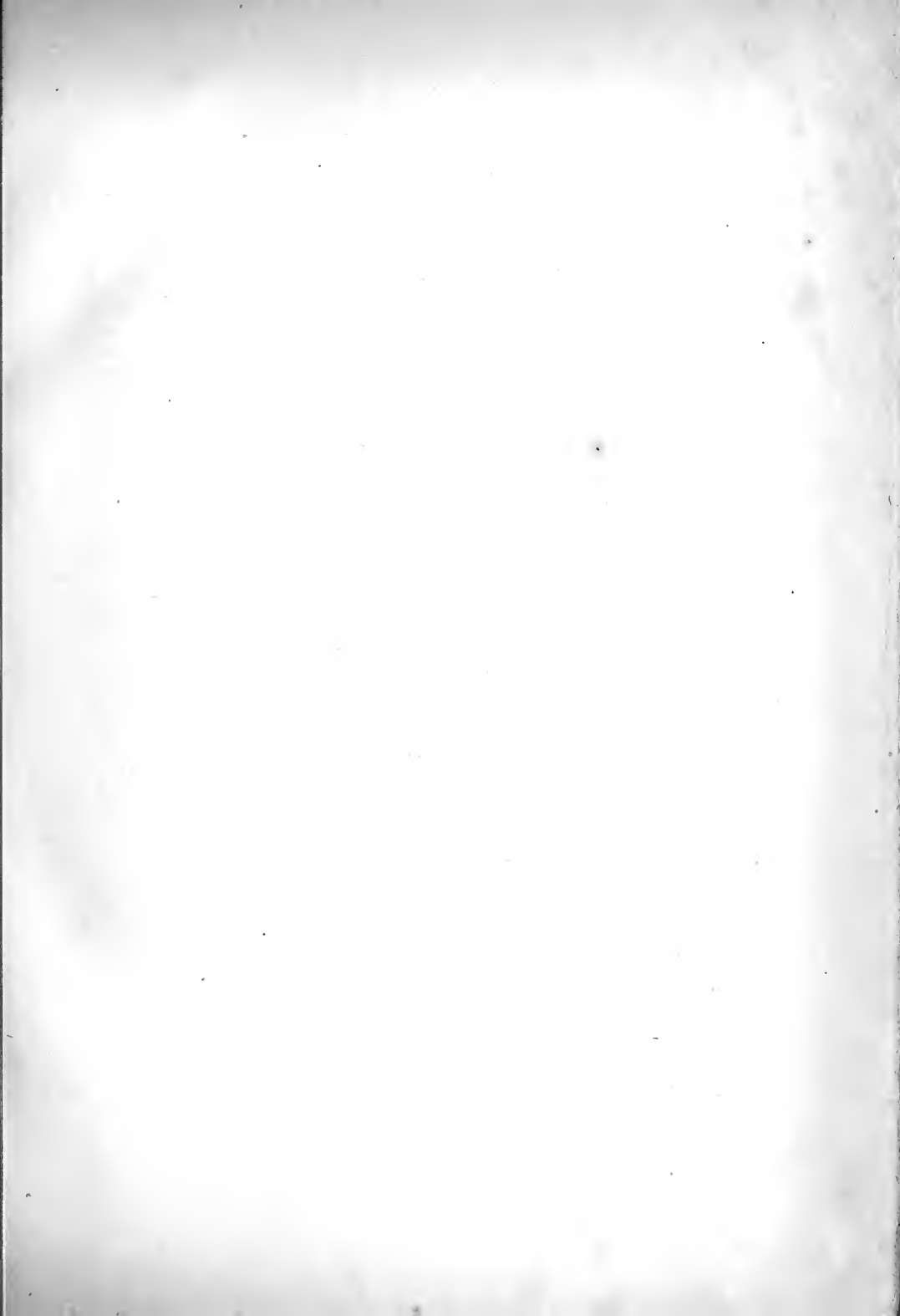
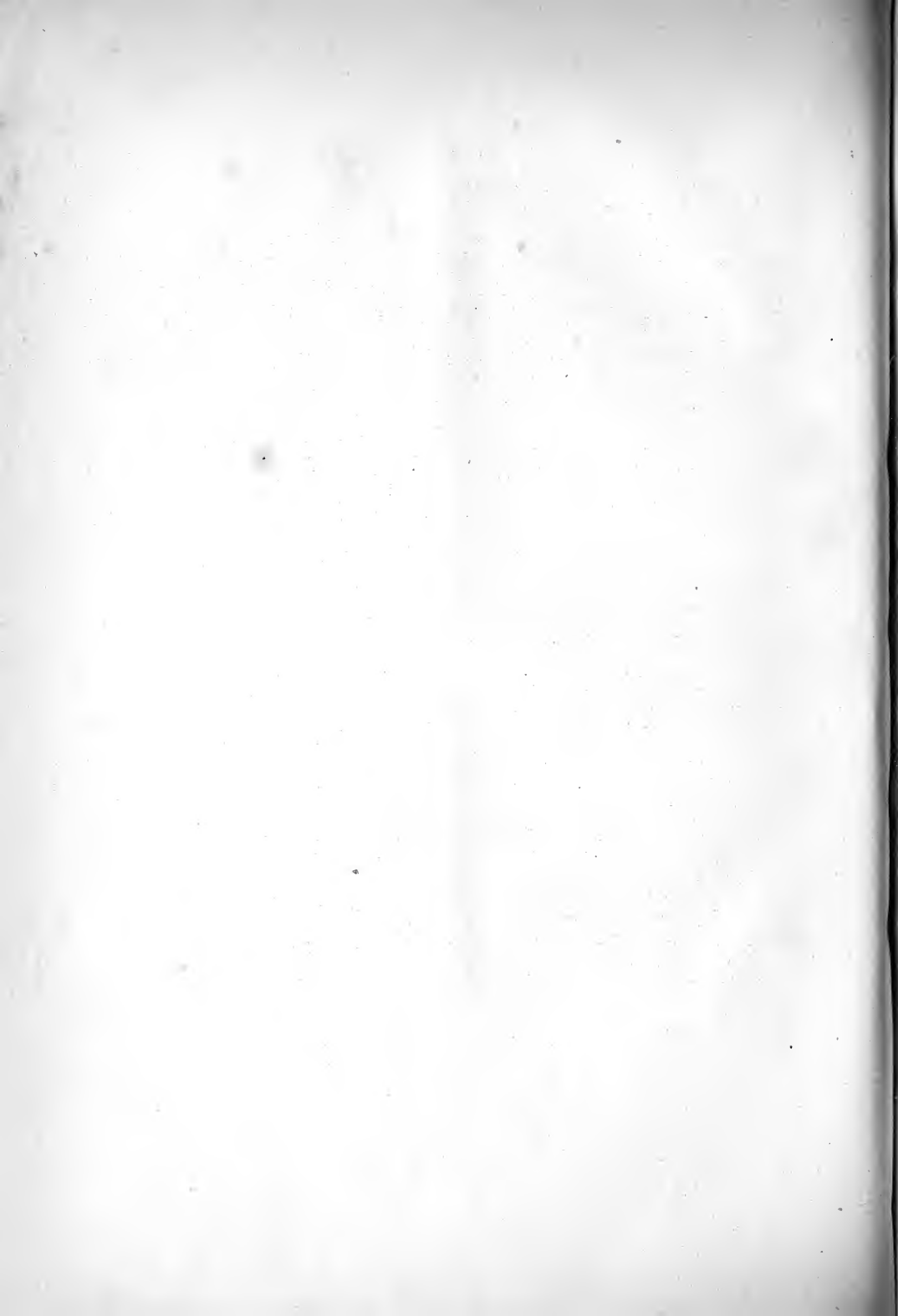
Il sig. E. Treves, con sua lettera del 22 gennaio 1867, prega per avere la risoluzione accademica, relativa all'ultimo programma di concorso al premio Carpi, a fine di poterla inserire nell' annuario scientifico, che si pubblica dal medesimo in Milano.

L'accademia, riunita in numero legale a un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Volpicelli. — S. Proja. — G. cav. Ponzi. — P. Sanguinetti. — S. Cadet. — E. contessa Fiorini. — A. Comm. Cialdi. — P. A. Secchi. — B. monsignor Tortolini. — M. cav. Azzarelli. — V. cav. Diorio. — A. cav. Coppi. — P. D. Chelini. — L. Jacobini. — B. principe Boncompagni. — C. comm. Sereni. — L. cav. Respighi. — F. monsignor Nardi. — N. comm. Cavalieri S. Bertolo.

Pubblicato nel 18 di marzo del 1867.
P. V.

IMPRIMATUR
Fr. Hieronymus Gigli Ord. Pr. S. P. A. Mag.
IMPRIMATUR
Petrus De Villanova Castellacci Arch iep. Petrae Vicesgerens.

ATTI
DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE IV^a DEL 10 MARZO 1867.

PRESIDENZA DEL SIG. COM. N. PROF. CAVALIERI SAN BERTOLO

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Note sur la résolution de l'équation
$$x^3+(x+r)^3+(x+2r)^3+\ldots\ldots+\{x+(n-1)r\}^3=y^2$$

Par Casimir Richaud.

1. Cette question posée par M.^r le Prince B. Boncompagni a été traitée déjà par MM. Angelo Genocchi et Eugène Catalan dans des mémoires insérés dans les *Atti dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei*. On se propose dans cette note d'examiner quelques cas particuliers du même problème.

1^e PARTIE. *Cas de* r = 1.

2. L'équation à résoudre devient dans ce cas particulier

$$(1)\qquad x^3+(x+1)^3+\ldots\ldots+(x+n-1)^3=y^2.$$

En partant de l'égalité connue

$$x^3=\left(\frac{x(x+1)}{2}\right)^2-\left(\frac{x(x-1)}{2}\right)^2,$$

qui exprime que la différence des carrés de deux nombres triangulaires consécutifs est égale à un cube, et en remplaçant successivement dans cette égalité x par $x+1$, par $x+2$ .... par $x+n-1$, il vient par l'addition des n relations

$$(2)\qquad x^3+(x+1)^3+\ldots\ldots+(x+n-1)^3=\left(\frac{(x+n-1)(x+n)}{2}\right)^2-\left(\frac{x(x-1)}{2}\right)^2=y^2.$$

Par l'hypothèse $x=1$, cette relation reproduit l'égalité connue

$$1^3+2^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2,$$

qui représente une solution de l'équation (1). On arriverait à un résultat analogue en posant dans (2) $x=0$. Pour trouver des solutions autres que celles qui dérivent des hypothèses $x=0$ ou $x=1$, rappelons que l'identité $(a^2+b^2)^2=(a^2-b^2)^2+(2ab)^2$ constitue une solution de l'équation $t^2=u^2+v^2$, et remarquons par suite qu' on obtiendra des valeurs de x et de y capables de vérifier l'équation (1), si on peut trouver des entiers x, y, n qui satisfassent à l'un des deux systèmes d'équations (α) ou (β)

$$(\alpha)\ \begin{cases}(x+n-1)(x+n)=2(a^2+b^2)\\ x(x-1)=4ab\\ y=a^2-b^2,\end{cases}\qquad(\beta)\ \begin{cases}(x+n-1)(x+n)=2(a^2+b^2)\\ x(x-1)=2(a^2-b^2)\\ y=2ab;\end{cases}$$

systèmes qui peuveut être remplacés par les suivants

$$(\alpha')\ \begin{cases}x=\dfrac{(a-b)^2}{n}-\dfrac{n-1}{2}\\ y=a^2-b^2\\ 4(a-b)^4+n^2(n^2-1)=4(a+b)^2n^2\end{cases}\qquad(\beta')\ \begin{cases}x=\dfrac{2b^2}{n}-\dfrac{n-1}{2}\\ y=2ab\\ 16b^4+n^2(n^2-1)=8a^2n^2.\end{cases}$$

3. La question est ainsi ramenée à la résolution en nombres entiers de la 3.e équation des systèmes (α') ou (β'); mais, avant d'aborder cette solution, on peut remarquer :

1.° que, dans le système (α'), on a

$$s_1=x+(x+1)+\ldots+(x+n-1)=\frac{(2x+n-1)n}{2}=(a-b)^2\ ;$$

2.° que, dans le système (β'), on a

$$s_1=\frac{(2x+n-1)n}{2}=2b^2\ ;$$

égalités qui prouvent que, pour des valeurs rationnelles de a et de b, la somme des n nombres naturels fournis par les systèmes (α') et (β') est respectivement égale à un carré et au double d'un carré.

4. Cela posé, occupons nous de la solution du système (α'), c'est-à-dire de l'équation

$$4(a-b)^4+n^2(n^2-1)=4(a+b)^2n^2$$

posons $\qquad a-b=nt\ ,\qquad$ et $\qquad 2(a+b)=m,$

cette équation devient

$$m^2 - (4t^4 + 1)n^2 = -1.$$

Les valeurs minima de m et de n sont

$$m = 2t^2, \qquad n = 1$$

par suite les valeurs de m et de n seront toutes fournies par les puissances impaires de l'expression

$$2t^2 + \sqrt{4t^4 + 1}.$$

Ces valeurs successives forment une série récurrente dont l'échelle de relation est $16t^4 + 2$; -1, ou, en d'autres termes *chaque valeur de* m *ou de* n *s'obtient en multipliant la précédente par* $16t^4 + 2$, *et en retranchant du résultat l'anté précédente*. Les premiers termes des séries sont

$$m = 2t^2 \; ; \quad 32t^6 + 6t^2 \; ; \quad 512t^{10} + 160t^6 + 10t^2 \; ; \ldots\ldots$$

$$n = 1 \quad ; \quad 16t^4 + 1 \quad ; \quad 256t^8 + 48t^4 + 1 \quad ; \ldots\ldots$$

Ainsi, t restant arbitraire, les équations (α') seront, dans l'hypothèse $a-b=nt$, remplacées par le système suivant :

$$(\alpha'_1) \qquad x = \frac{n(2t^2 - 1) + 1}{2}, \quad y = \frac{mnt}{2}, \quad s_1 = n^2t^2.$$

En particulier, si on prend pour m et n les seconds termes des séries récurrentes ci-dessus inscrites, on aura :

$$n = 16t^4 + 1, \qquad x = t^2(4t^2 - 1)^2, \qquad y = t^3(16t^4 + 1)(16t^4 + 3)$$

$$s_1 = (16t^4 + 1)^2 t^2.$$

En assignant à t des valeurs arbitraires, ces formules fourniront une série de solutions entières de l'équation (1). Ainsi, pour $t = 1$.

$$n = 17, \quad x = 9, \quad y = 17.19 = 323, \quad s_1 = 17^2$$

$$9^3 + 10^3 + 11^3 + \ldots + 25^3 = 17^2.19^2 = 323^2$$

$$9 + 10 + 11 + \ldots + 25 = 17^2.$$

De même pour $t = 2$, $n = 257$, $x = 900$, $y = 8.257.259$, $s_1 = 2^2.257^2$

$$900^3 + 901^3 + \ldots + 1156^3 = 8^2.257^2.259^2$$

$$900 + 901 + \ldots + 1156 = 2^2.257^2$$

et, ainsi de suite pour $t = 3, 4, 5 \ldots$

Dans ces exemples numériques, les termes extrêmes des progressions sont égaux

à des carrés. Il doit toujours en être ainsi pour le premier terme d'après la valeur de x inscrite ci-dessus; mais ce fait est général aussi pour le dernier terme; on a en effet

$$x + n - 1 = t^2(4t^2 - 1)^2 + 16t^4 = t^2(4t^2 + 1)^2;$$

on peut remarquer encore que la différence $n - 1$ des termes extrèmes est égale à un carré $16t^4$.

Si, dans les séries récurrentes ci-dessus indiquées, on prenait les troisièmes valeurs de m et n, on aurait pour $t = 1$

$$n = 305\ ,\quad m = 682\ ,\quad x = 153\ ,\quad y = 305.341\ ,\quad s_1 = 305^2$$

$$153^3 + 154^3 + 155^3 + \ldots\ldots + 457^3 = 305^2.341^2 = 104005^2$$

$$153 + 154 + 155 + \ldots\ldots + 457 = 305^2.$$

5. En supposant n pair et égal à $2n'$, la dernière équation du système (α') devient

$$(a - b)^4 + n'^2(4n'^2 - 1) = 4(a + b)^2 n'^2.$$

En posant

$$a - b = n't\ ,\quad 2(a + b) = m\ ,\qquad \text{on a}\qquad m^2 - (t^4 + 4)n'^2 = -1.$$

Cette équation admet toujours des solutions entières pour t impair. En posant $t = 2t' + 1$, elle pourra se mettre sous la forme

$$m^2 - \left\{ \left[2(2t'^2 + 2t') + 1\right]^2 + 4 \right\} n'^2 = -1.$$

Par suite ([n.° 4] d'une note insérée dans la Séance du 4 mars 1866 des *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei*), les valeurs entières minima de m et de n' seront

$$m = 2(2t' + 1)^2\left\{(2t'^2 + 2t')^2 + 2t'^2 + 2t' + 1\right\}$$

$$n' = (2t'^2 + 2t' + 1)^2 + (2t'^2 + 2t')^2 = \frac{(2t' + 1)^4 + 1}{2}.$$

Les valeurs successives de m et de n' seraient ensuite fournies par les puissances impaires de l'expression

$$m + n'\sqrt{(2t' + 1)^4 + 4}\ .$$

Ainsi, t ou $2t' + 1$ restant arbitraire, le système (α') sera remplacé par le suivant

$$(\alpha'_2)\qquad n = 2n'\ ,\quad x = \frac{n'(4t'^2 + 4t' - 1) + 1}{2}\ ,\quad y = \frac{mn't}{2}\ ,\quad s_1 = n'^2 t'^2.$$

En particulier, en adoptant pour m et n' les valeurs minima déjà inscrites, on aurait :

$$n = (2t'+1)^4+1\ , \qquad x = 4t'^2(t'+1)^2(2t'+1)^2$$

$$y = (2t'+1)^3 . \frac{(2t'+1)^4+1}{2} . \{(2t'^2+2t')^2+2t'^2+2t'+1\}$$

$$s_1 = (2t'+1)^2 \left\{ \frac{(2t'+1)^4+1}{2} \right\}^2$$

par suite pour $t'=1$.

$$n = 82\ , \quad x = 144\ , \quad y = 3^4.7.41\ , \quad s_1 = 3^2.41^2$$

$$144^3+145^3+146^3+\ldots\ldots+225^3 = 3^8.7^2.41^2$$

$$144+145+146+\ldots\ldots+225 = 3^2.41^2 = 123^2.$$

De même pour $t'=2$

$$n = 626\ , \quad x = 3600\ , \quad y = 5^3.157.313\ , \quad s_1 = 5^2.313^2$$

$$3600^3+3601^3+\ldots\ldots+4225^3 = 5^6.157^2.313^2$$

$$3600+3601+\ldots\ldots+4225 = 5^2.313^2$$

et ainsi de suite pour $t'=3, 4, 5\ldots$

Ici encore les termes extrèmes des progressions sont des carrés, ce qui est évident pour le premier terme, d'apres la valeur de x. Il doit toujours en être de même pour le dernier terme, puisque l'on a d'une manière générale

$$x+n-1 = (2t'+1)^2\{t'^2+(t'+1)^2\}^2,$$

on a aussi $n-1 = (2t'+1)^4$.

De même qu'on la vu déjà (n.° 4), cette circonstance des termes extrèmes des progressions égaux à des carrés, ne se reproduit pas forcément dans les solutions qui dériveraient des valeurs suivantes de m et de n'.

6. Reprenons la dernière équation du système (α'), et supposons que l'on ait $n = n_1 n_2^2$, on pourra poser

$$a-b = n_1 n_2 t\ , \qquad 2(a+b) = m$$

ce qui donne

$$m^2-(4t^4+n_2^4)n_1^2 = -1.$$

Cette équation n'admettra de solutions entières que dans le cas de n_2 impair; mais, dans cette hypothèse, elle sera souvent soluble, ce qui fournira une série de solutions particulières de la question posée.

Pour $t=2$ et $n_2=3$, l'équation $m^2-145n_1^2=-1$ est vérifiée par $m=12$ et $n_1=1$. Les valeurs de m et de n_1 seront donc fournies par les puissances impaires de l'expression

$$12+\sqrt{145}\ .$$

La 3^e puissance donne $m = 6948$, $n_1 = 577$, d'où

$$n = 577.9 = 5193\,, \quad x = 18176\,, \quad y = 2^2.9^2.193.577$$

$$s_1 = 2^2.9^2.577^2$$

$$18176^3 + 18177^3 + \ldots\ldots + 23368^3 = 2^4.9^4.193^2.577^2$$

$$18176 + 18177 + \ldots\ldots + 23368 = 2^2.9^2.577^2.$$

Pour $t = 2$ et $n_2 = 7$, l'équation $m^2 - 2465 n_1^2 = -1$ admettrait des solutions entières; on a en effet $2465 = 5.17.29$, et les deux quantités $\left(\frac{17}{5}\right)$ et $\left(\frac{29}{17}\right)$ sont égales à -1, circonstance qui suffit pour qu'on puisse affirmer la possibilité de l'équation, on a d'ailleurs pour les valeurs minima $m = 34208$, $n_1 = 689$, ce qui donne

$$n = 689.49 = 33761\,, \quad x = -14124\,, \quad y = 2^5.7.689.1069$$

$$s_1 = 2^2.7^2.689^2$$

$$14125^3 + 14126^3 + \ldots\ldots + 19636^3 = 2^{10}.7^2.689^2.1069^2$$

$$14125 + 14126 + \ldots\ldots + 19636 = 2^2.7^2.689^2,$$

après avoir toutefois négligé dans les progressions les termes qui se détruisent, ce qui réduit à $5512 = 8.689$ le nombre total des termes.

On pourrait poser aussi

$$n = n_1 n_2^2 n_3^3 n_4^4 n_5^5 \ldots.$$

n_1, n_2, n_3 .... désignant respectivement le produit des facteurs premiers qui entrent 1, 2, 3 .... fois dans n. Dans ce cas, on aurait

$$a - b = n_1 n_2 n_3^2 n_4^2 n_5^3 \ldots. + 2(a+b) = m$$

et l'équation à resoudre prendait la forme

$$m^2 - (4t^4 + n_2^4 n_3^4 n_4^8 n_5^8 \ldots.)(n_1 n_3 n_5 \ldots.)^2 = -1.$$

Cette relation peut être assimilée à une équation du 2.^e degré dont les variables seraient m et n_1, et dans laquelle t, n_2, n_3, n_4 ..... représenteraient des entiers indéterminés. On sait que, si pour certaines valeurs particulières de ces dernières quantités, l'équation

$$m^2 - (4t^4 + n_2^4 n_3^4 n_4^8 n_5^8 \ldots.)n_1^2 = -1$$

admet des solutions entières, il en sera de même pour l'équation considérée lorsque n_3, n_5 .... ne seront pas compris dans les résidus quadratiques de $4t^4 + n_2^4 n_3^4 n_4^8 n_5^8 \ldots.$

On arriverait à des résultats analogues, en posant $n = 2n_1 n_2^2 n_3^3 \ldots.$

7. Recherchons maintenant la solution en nombre entiers du système (β'), et considérons à cet effet l'équation

$$16b^4 + n^2(n^2-1) = 8a^2n^2 ,$$

en posant d'abord $b = nt$, il vient :

$$(4a)^2 - 2(16t^4+1)n^2 = -2 , \quad \text{ou} \quad (4a)^2 - \{(4t)^2 + 2(4t^2-1)^2\}n^2 = -2.$$

Cette équation admet des solutions entières pour une série de valeurs de t. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que le nombre 2 se présente en rang pair dans la période des dénominateurs provenant du développement de $\sqrt{2(16t^4+1)}$ en fraction continue; mais cette condition est peu utile, puisqu'elle ne dispense pas de résoudre l'équation, à l'effet de rechercher si elle est possible. Il serait donc avantageux de trouver d' autres caractères de possibilité. A cet effet, on pourrait démontrer facilement que, dans le cas particulier où t est impair, on ne peut jamais trouver de valeurs entières pour $4a$ et n, proposition qui diminuerait le nombre de tentatives infructueuses.

Pour $t = 2$, l'équation

$$(4a)^2 - 2.257n^2 = -2$$

est vérifiée par $a = 17$ et $n = 3$, ce qui donne

$$b = 6 , \quad x = 23 , \quad y = 204 , \quad s_1 = 72 = 2.6^2$$

$$23^3 + 24^3 + 25^3 = 204^2$$

$$23 + 24 + 25 = 2.6^2.$$

En représentant par $4a_1$ et n_1 deux entiers qui vérifient l'équation

$$(4a)^2 - 514n^2 = -2,$$

on sait d'ailleurs que la même équation sera vérifiée par les nombres

$$4a = 4a_1\alpha \pm 514.n_1\beta$$

$$n = 4a_1\beta \pm n_1\alpha$$

α et β étant des entiers qui satisfont à la condition

$$\alpha^2 - 514\beta^2 = 1$$

les valeurs minima de α et de β sont $\alpha = 4625$, $\beta = 204$. Avec ces résultats numériques, les formules précédentes donnent

$$4a = 629068 = 4.11.14297 , \quad n = 27747 = 3^2.3083 , \quad b = 2.3^2.3083$$

$$x = 208103 , \quad y = 2^2.3^2.11.3083.14297 , \quad s_1 = 2(2.3^2.3083)^2$$

$$208103^3 + 208104^3 + \ldots + 235849^3 = (2^2.3^2.11.3083.14297)^2$$

$$208103 + 208104 + \ldots + 235849 = 2(2.3^2.3083)^2.$$

De même pour $t = 12$, l'équation

$$(4a)^2 - 2\{16.12^4 + 1\}n^2 = (4a)^2 - 663554n^2 = -2$$

serait vérifiée par $a = 3462 = 2.3.577$, $n = 17$, ce qui donne

$$b = nt = 2^2.3.17\,, \quad x = 4888\,, \quad y = 2^4.3^2.17.577\,, \quad s_1 = 2(2^2.3.17)^2$$

$$4888^3 + 4889^3 + \ldots . + 4904^3 = (2^4.3^2.17.577)^2$$

$$4888 + 4889 + \ldots . + 4904 = 2(2^2.3.17)^2.$$

En remplaçant 514 par le nouveau déterminant 663554, les formules déjà inscrites dans le cas de $t = 2$ permettraient de déterminer comme ci–dessus une série de valeurs de a et de n relatives au cas de $t = 12$.

8. Dans la résolution de l'équation du système (β')

$$16b^4 + n^2(n^2 - 1) = 8a^2n^2\,,$$

on peut mettre en évidence les facteurs carrés de n, et supposer $n = n_1 n_2^2$. En posant dans ce cas $b = n_1 n_2 t$, l'équation devient

$$(4a)^2 - 2(16t^4 + n_2^4)n_1^2 = -2, \quad \text{ou} \quad (4a)^2 - 2\{(4t^2n_2)^2 + 2(4t^2 - n_2^2)^2\}n_1^2 = -2,$$

Cette dernière équation est analogue à celle qui a été considérée (n.º 7); elle n'admet pas de solutions entières si n_2 est pair, et il serait facile de prouver que le même fait se reproduit lorsque t est impair. Il suffira donc de chercher à la résoudre pour des valeurs paires de t et impaires de n_2.

Pour $t = 6$ et $n_2 = 3$, l'équation

$$(4a)^2 - 2(16.6^4 + 3^4)n_1^2 = (4a)^2 - 41634n_1^2 = -2$$

est vérifiée par $a = 157267 = 11.1497$ et $n_1 = 3083$, d'où

$$n = 3^2.3083 = 27747\,, \quad b = 2.3^2.3083\,, \quad x = 208103\,,$$

$$y = 2^2.3^2.11.3083.14297\,, \quad s_1 = 2(2.3^2.3083)^2.$$

on est ainsi conduit à la solution trouvée ci–dessus pour les deuxièmes valeurs relatives au déterminant 514, ce qui s'explique facilement par les valeurs $t = 6$ et $n_2 = 3$, en vertu desquelles $41634 = 514.3^4$.

Pour $t = 2$ et $n_2 = 7$, l'équation

$$(4a)^2 - 2(16.2^4 + 7^4)n_1^2 = (4a)^2 - 5314n_1^2 = -2$$

est vérifiée par $a = 407278648 = 2^3.7.7272833$, $n_1 = 22348113 = 3.7449371$; ce qui donne

$$n = 7^2.3.7449371 = 1095057537\,, \quad b = 2.3.7.7449371$$

$$y = 2^5.3.7^2.7272833.7449371\,, \quad s_1 = 2(2.3.7.7449371)^2$$

$$x = -368743864.$$

Mais comme ici x est négatif, on peut faire commencer la progression des nombres naturels à $+368743865$, en diminuant n de $2.368743864+1=737487729$, ce qui réduira le nombre de termes à $357569808=2^4.3.7449371$, on aura ainsi les égalités

$$368743865^3+368743866^3+\ldots+726313672^3=(2^5.3.7^2.7272833.7449371)$$

$$368743865+368743866+\ldots+726313672=2(2.3.7.7449371)^2.$$

Les formules d'Euler inscrites (n.° 7) permettraient ensuite de trouver une série de valeurs de a et de n_1.

9. Sans insister davantage sur les équations (α') et (β'), il est facile de voir que, pour des valeurs rationnelles de a et de b, ces systèmes ne comprennent qu'un cas particulier de la question.

En représentant par s la somme $2x+n-1$ des premières puissances des termes extrêmes, l'équation (1) peut, d'après une formule de M.r Lebesgue, se mettre sous la forme

$$(3)\qquad x^3+(x+1)^3+\ldots+(x+n-1)^3=\frac{ns}{8}(s^2+n^2-1)=y^2.$$

Or, on peut satisfaire à cette équation dans chacun des deux cas suivants :

$$1^\circ \text{ avec } \frac{ns}{2}=\alpha b^2,\qquad \frac{s^2+n^2-1}{4}=\alpha a^2,\qquad y=\alpha ab$$

$$2^\circ \text{ avec } \frac{ns}{4}=\alpha b^2,\qquad \frac{s^2+n^2-1}{2}=\alpha a^2,\qquad y=\alpha ab,$$

ce qui conduit à résoudre les équations

$$(\gamma)\qquad 4\alpha^2b^4+n^2(n^2-1)=4\alpha a^2n^2 \text{ avec } s=\frac{2\alpha b^2}{n}$$

$$(\delta)\qquad 16\alpha^2b^4+n^2(n^2-1)=2\alpha a^2n^2 \text{ avec } s=\frac{4\alpha b^2}{n},$$

équations qui, par l'hypothèse $\alpha=1$, reproduisent les systèmes déjà considérés ci-dessus.

10. Examinons quelques cas particuliers de l'équation

$$(\gamma)\qquad 4\alpha^2b^4+n^2(n^2-1)=4\alpha a^2n^2.$$

En posant d'abord $n=\alpha n'$, $b=n't$, il vient :

$$(\gamma')\qquad 4\alpha a^2-(4t^4+\alpha^2)n'^2=-1 \quad\text{ou}\quad (2\alpha a)^2-\alpha(4t^4+\alpha^2)n'^2=-\alpha,$$

équation qui a été résolue ci-dessus (n.° 4) pour le cas de $\alpha=1$. On voit de suite qu'il est inutile de chercher à la résoudre pour le cas de α pair.

Pour $t=1$. $\alpha=3$ cette équation (γ') devient

$$(6a)^2 - 39n'^2 = -3,$$

telle est vérifiée par $a = 1$, $n' = 1$, ce qui, en vertu des formules d'Euler, fournit pour a et n' les séries récurrentes qui suivent dont l'échelle de relation est 50, −1.

$$6a = 6\,,\quad 306\,,\quad 15294\ \ldots\ldots$$
$$n' = 1\,,\quad 49\,,\quad 2449\ \ldots\ldots$$

En partant de la 2.e solution $a = 51$ et $n' = 49$, on a

$$n = \alpha n' = 3.7^2 = 147\,,\quad b = 49\,,\quad s = \frac{2\alpha b^2}{n} = 2.7^2 = 98$$

$2x + (n-1) = s$ ou $x = -24$. Nous prendrons $x = 25$ en permutant s et n, ce qui peut se faire à cause de la symétrie de la formule de M.r Lebesgue dans l'hypothèse $r = 1$. Il vient ainsi

$$25^3 + 26^3 + 27^3 + \ldots\ldots + 122^3 = (3^2.7^2.17)^2$$
$$25 + 26 + 27 + \ldots\ldots + 122 = \alpha b^2 = 3.7^4.$$

Pour $t = 1$, $\alpha = 7$ on aurait

$$(14a)^2 - 371n'^2 = -7,$$

équation qui est vérifiée par $14a = 77$ et $n' = 4$, ce qui donne $b = 4$, $n = 28$, $s = 8$. On est ainsi conduit à permuter n et s, d'où il résulte en multipliant tous les termes de la progression par 4, pour éviter les fractions

$$42^3 + 46^3 + 50^3 + 54^3 + 58^3 + 62^3 + 66^3 + 70^3 = (2^4.7^2.11)^2.$$

Si on avait posé $n = 2\alpha n'$, $b = n't$ l'équation (γ) aurait donné :

$$(\gamma'') \qquad (2\alpha a)^2 - \alpha(t^4 + 4\alpha^2) = -\alpha$$

pour $\alpha = 5$ et $t = 3$, cette équation devient

$$(10a)^2 - 905n'^2 = -5,$$

équation qui, pour les valeurs $a = 2169$, $n' = 721 = 7.103$, fournit les égalités

$$361^3 + 362^3 + \ldots\ldots + 6849^3 = (3.5.7.103.2169)^2$$
$$361 + 362 + \ldots\ldots + 6849 = 5(3.7.103)^2.$$

11. Pour résoudre l'équation (γ) on aurait pu poser $\alpha = n\alpha'$, ce qui aurait donné l'égalité

$$(\gamma_1) \qquad \alpha'^2 b^4 - n\alpha' a^2 = -\frac{n^2-1}{4}\,.$$

Pour $\alpha' = 3$ et $n = 5$ l'équation à résoudre est

$$9b^4 - 15a^2 = -6,$$

elle est vérifiée par $a = 7$ et $b = 3$, ce qui fournit l'égalité

$$25^3 + 26^3 + 27^3 + 28^3 + 29^3 = (5.3^2.7)^2.$$

De même si on avait posé dans $(\gamma) = \alpha = 2n\alpha'$, cette équation aurait donné

$$(\gamma_2) \qquad (2\alpha' b^2)^2 - 2n\alpha' a^2 = -\frac{n^2 - 1}{4}.$$

Pour $\alpha' = 1$ et $n = 5$, cette dernière équation est vérifiée par $b = 7$, $a = 31$, ce qui donne l'égalité

$$96^3 + 97^3 + 98^3 + 99^3 + 100^3 = (2.5.7.31)^2.$$

12. Considérons aussi quelques cas particuliers de l'équation

$$(\delta) \qquad 16\alpha^2 b^4 + n^2(n^2 - 1) = 2\alpha n^2 a^2 ;$$

en posant $n = \alpha n'$ et $b = n't$, cette équation devient

$$(\delta') \qquad 2\alpha a^2 - (16t^4 + \alpha^2)n'^2 = -1 \qquad \text{ou} \qquad (2\alpha a)^2 - 2\alpha(16t^4 + \alpha^2)n'^2 = -2\alpha.$$

Dans l'hypothèse $t = 1$, $\alpha = 3$, l'équation

$$6a^2 - 25n'^2 = -1 \qquad \text{ou} \qquad (5n')^2 - 6a^2 = 1$$

est vérifiée par les valeurs successives

$$a = 2,\quad 20,\quad 198,\quad 1960,\quad 19402 \ldots\ldots$$
$$5n' = 5,\quad 49,\quad 485,\quad 4801,\quad 47525 \ldots\ldots$$

qui sont admissibles pour a et n', lorsque leur rang est impair. En prenant $a = 198$ et $n' = \frac{485}{5} = 97$, on a $n = 291$, $b = 97$, ce qui donne l'égalité

$$49^3 + 50^3 + 51^3 + \ldots\ldots + 339^3 = (\alpha a b)^2 = (2.3^2.11.97)^2.$$

De même pour $t = 1$, $\alpha = 5$, l'équation

$$(10a)^2 - 410n'^2 = -10$$

est vérifiée par les valeurs successives

$$a = 2,\quad 326,\quad 52810 \ldots\ldots$$
$$n' = 1,\quad 161,\quad 26081 \ldots\ldots$$

en prenant $n' = 161$ et $a = 326$ on arrive à l'égalité

$$81^3 + 82^3 + 83^3 + \ldots\ldots + 724^3 = (\alpha a b)^2 = (2.5.7.23.163)^2.$$

Les 9 derniers termes du premier membre fournissent l'égalité suivante

$$716^3 + 717^3 + \ldots\ldots + 724^3 = (2^3.3^2.5.7.23)^2,$$

que l'on déduit de l'équation (γ_1) (n.° 11) en posant $\alpha' = 5$ et $n = 9$.

2ᵉ PARTIE. *Cas de* r *entier quelconque*.

13. Les considérations précédentes sont applicables au cas général. On a en effet, d'après la formule de M.ʳ Lebesgue

$$(3)\qquad x^3+(x+r)^3+(x+2r)^3+\ldots+\{x+(n-1)r\}^3=\frac{ns}{8}\{s^2+(n^2-1)r^2\}=y^2,$$

équation qui peut être remplacée par l'un ou l'autre des deux systèmes

$$(4)\left\{\begin{array}{l}\dfrac{ns}{2}=\alpha b^2\\[2mm] \dfrac{s^2+(n^2-1)r^2}{4}=\alpha a^2\\[2mm] y=\alpha ab\end{array}\right.\qquad (5)\left\{\begin{array}{l}\dfrac{ns}{4}=4\alpha b^2\\[2mm] \dfrac{s^2+(n^2-1)r^2}{4}=\alpha a^2\\[2mm] y=\alpha ab.\end{array}\right.$$

Ces systèmes conduisent à résoudre en nombres entiers l'une des deux équations suivantes

$$(4_1)\qquad 4\alpha^2b^4+n^2(n^2-1)r^2=4\alpha a^2n^2$$

$$(5_1)\qquad 16\alpha^2b^4+n^2(n^2-1)r^2=2\alpha a^2n^2.$$

Sans entrer dans le détail de la résolution de ces équations, bornons nous à considérer dans (4_1) le cas de $\alpha=1$, ce qui donne

$$4b^4+n^2(n^2-1)r^2=4a^2n^2.$$

Ou en posant $b=nt$

$$(4'_1)\qquad (2a)^2-(4t^4+r^2)n^2=-r^2$$

en assignant à t et à r des valeurs particulières, on pourra toujours résoudre cette dernière équation par des valeurs de a et de n premières entr'elles, puisqu' elle est vérifiée d'une manière générale par $a=t^2$ et $n=1$. Ainsi pour $t=2$ et $r=3$, l'équation

$$(2a)^2-73n^2=-9$$

est vérifiée par $a=4$ et $n=1$, solution qui, au moyen des formules d'Euler (n.° 7), donne immédiatement

$$a=620504=2^3.77563\,,\qquad n=145249$$

d'où

$$363124^3+363127^3+\ldots+798868^3=(2^4.77563.145249)^2$$

$$363124+363127+\ldots+798868=(2.145249)^2.$$

Mais, on peut aussi résoudre l'équation $(4'_1)$ par des valeurs de a et de n qui ne seraient pas premières entr'elles. Posons à cet effet $2a=ra'$, $n=rn'$, il

vient

$$a'^2 - (4t^4 + r^2)n'^2 = -1.$$

Ici r est forcément impair, et dans l'hypothèse $t = 1$, $r = 2r' + 1$ l'équation

$$a'^2 - \{(2r'+1)^2 + 4\}n'^2 = -1$$

est vérifiée par

$$n' = 2r'^2 + 2r' + 1, \quad a' = 2(2r'+1)\{r'^2 + r' + 1\}$$

avec ces valeurs on trouve pour le 1^{er} terme de la progression

$$x = -\{r'^2(2r'+1)^2\} + 2r' + 1.$$

Mais, comme la raison $r = 2r'+1$, on peut, en négligeant les termes qui se détruisent, prendre pour premier terme l'expression $x_1 = r'^2(2r'+1)^2$, à laquelle on doit joindre les valeurs suivantes

$$n = 2\{r'^2 + (r'+1)^2\}, \quad \text{le dernier terme} \quad l = (2r'+1)^2(r'+1)^2$$
$$a = (2r'+1)^2\{r'^2 + r' + 1)\}, \qquad b = (2r'+1)\ \{2r'^2 + 2r' + 1\}$$
$$r = 2r' + 1.$$

Par suite pour $r' = 1$, on aura

$$n = 10, \quad x_1 = 9, \quad l = 36, \quad a = 3^3, \quad b = 3.5, \quad r = 3,$$
$$9^3 + 12^3 + 15^3 + \ldots\ldots + 36^3 = (ab)^2 = (3^4.5)^2$$
$$9 + 12 + 15 + \ldots\ldots + 36 = b^2 = (3.5)^2.$$

De même pour $r' = 2$

$$100^3 + 105^3 + 110^3 + \ldots\ldots + 225^3 = (5^3.7.13)^2$$
$$100 + 105 + 110 + \ldots\ldots + 225 = (5.13)^2$$

et ainsi de suite pour $r' = 3, 4, 5 \ldots\ldots$ On sait d'ailleurs que l'ensemble des valeurs de a' et de n' serait fourni par les puissances impaires de l'expression

$$2(2r'+1)\{r'^2 + r' + 1\} + (2r'^2 + 2r' + 1)\sqrt{(2r'+1)^2 + 4}$$

pour $r' = 1$ les 2^{es} valeurs donneraient

$$9729^3 + 9732^3 + 9735^3 + \ldots\ldots + 48636^3 = (3^5.5.433.1297)^2$$
$$9729 + 9732 + 9735 + \ldots\ldots + 48636 = (3.5.1297)^2.$$

14. Dans le cas de $\alpha = 1$, $r = 2r'$, l'équation (4_1) devient

$$b^4 + n^2(n^2 - 1)r'^2 = a^2n^2$$

ou, en posant $b = nt$

$$(4_1'') \qquad a^2 - (t^4 + r'^2)n^2 = -r'^2$$

Cette équation est vérifiée par $a = t^2$ et $n' = 1$, de telle sorte que, en exceptant

le cas de $t^4+r'^2$ égal à une carré, on pourra toujours obtenir une infinité de valeurs entières pour a et n, lorsqu'on se donnera t et r'. Ainsi, pour $t=3, r'=2$ l'équation

$$a^2 - 85n^2 = -4$$

vérifiée par $a = 9$, $n = 1$ donnerait par les formules d'Euler pour 2^e solution

$$a = 62739 = 3^2.6971\ , \quad n = 6805 \quad \text{d'où} \quad r = 4\ , \quad b = 3.5.1361$$

$$47637^3 + 47641^3 + \ldots + 74853^3 = (ab)^2 = (3^3.5.1361.6971)^2$$

$$47637 + 47641 + \ldots + 74853 = b^2 = (3.5.1361)^2.$$

Mais on pourrait aussi, comme ci-dessus, résoudre l'équation $(4_1'')$ par des valeurs de a et de n qui ne seraient pas premières entr'elles, en posant

$$a = r'a'\ , \quad n = r'n'\ ,$$

ce qui donnerait

$$a'^2 - (t^4 + r'^2)n'^2 = -1.$$

Ici, on pourrait obtenir des solutions générales dans les cas suivants :

1° $t = 1$, r' quelconque

2° $r' = 2$, t impair

3° $r' = 1$, t quelconque.

Mais, sans entrer dans tous ces détails, bornons nous à considérer le dernier cas $r' = 1$, et à résoudre l'équation

$$a^2 - (t^4 + 1)n^2 = -1.$$

Les valeurs de a et de n forment une série récurrente dont l'échelle de relation est $4t^4 + 2;\ -1$, savoir :

$$a = t^2\ , \quad 4t^6 + 3t^2\ , \quad 16t^{10} + 20t^6 + 5t^2\ , \ldots\ldots$$

$$n = 1\ , \quad 4t^4 + 1\ , \quad 16t^8 + 12t^4 + 1\ , \ldots\ldots$$

on a d'ailleurs

$$s = \frac{2b^2}{n} = 2nt^2\ , \quad x = n(t^2 - 1) + 1\ , \quad y = ab = ant.$$

Ainsi, en partant des seconds termes des séries récurrentes, on aurait

$$n = 4t^4 + 1\ , \quad x = t^2(2t^2 - 1)^2\ , \quad l = t^2(2t^2 + 1)^2\ , \quad y = t^3(4t^4 + 1)(4t^4 + 3),$$

En posant successivement dans ces formules, $t = 1, 2, 3, 4, 5 \ldots$ on arriverait aux égalités :

$$\left.\begin{array}{l} t=1 \\ n=5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1^3+3^3+5^3+7^3+9^3=(5.7)^2 \\ 1+3+5+7+9=5^2. \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} t=2 \\ n=65 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 196^3+198^3+\ldots\ldots+324^3=(2^3.5.13.67)^2 \\ 196+198+\ldots\ldots+324=(2.5.13)^2 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} t=3 \\ n=325 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2601^3+2603^3+\ldots\ldots+3249^3=(3^4.5^2.13.109)^2 \\ 2601+2603+\ldots\ldots+3249=(3.5^2.13)^2 \end{array}$$

. . . .

. . . .

Le cas particulier de $t=1$, qui correspond à l'équation $a^2-2n^2=-1$, mérite d'être remarqué. D'après la valeur $x=n(t^2-1)+1$, on voit que, dans cette hypothèse, le premier cube est toujours égal à l'unité. On a ainsi la proposition suivante : *La somme de* n *impairs consécutifs à partir de l'unité étant toujours égale à un carré, la somme des cubes de ces mêmes impairs sera égale au carré de* an, *lorsqu'on prendra pour* a *et* n *les valeurs simultanées de* a *et de* n *dans l'équation* $a^2-2n^2=-1$.

D'après les séries récurrentes ci-dessus inscrites, les valeurs successives de a et de n sont

$$a=1\,,\quad 7\,,\quad 41\,,\quad 239\,,\quad 1393\,\ldots\ldots$$

$$n=1\,,\quad 5\,,\quad 29\,,\quad 169\,,\quad 985\,\ldots\ldots$$

On a ainsi les égalités

$$1^3+3^3+5^3+7^3+9^3=(5.7)^2$$

$$1^3+3^3+5^3+\ldots\ldots+57^3=(29.41)^2$$

$$1^3+3^3+5^3+\ldots\ldots+337^3=(13^2.239)^2$$

. . . .

. . . .

15. On voit par ce qui précède que la résolution des équations (4_1) et (5_1) est sensiblement analogue à celle des systèmes (α') et (β') considérés dans la 1.^e^ partie. Aussi, sans nous arrêter davantage à ces détails, nous allons examiner quelques cas particuliers auxquels on peut appliquer une autre méthode.

L'équation à résoudre étant

$$(3)\qquad \frac{ns}{8}\{s^2+(n^2-1)r^2\}=y^2$$

on peut, dans le cas de $n=2n'^2$, trouver, si non toutes les solutions relatives à cette hypothèse, au moins une série illimitée de valeurs de y, r, et s capables de vérifier l'équation (3).

Posons à cet effet $s=s'^2$, $2y=n's'y_1$, l'équation devient

$$s'^4+(4n'^4-1)r^2=y_1^2$$

posant $y_1 = t^2 + (4n'^4 - 1)v^2$, il vient

$$s'^2 + r\sqrt{-(4n'^4-1)} = [t + v\sqrt{-(4n'^4-1)}]^2$$

d'où $\qquad r = 2tv\,, \quad s'^2 = t^2 - (4n'^4 - 1)v^2$. ou $\quad t^2 = s'^2 + (4n'^4 - 1)v^2$;

posant enfin $t = \alpha^2 + (4n'^4 - 1)\beta^2$, la dernière relation donne

$$s' + v\sqrt{-(4n'^4-1)} = [\alpha + \beta\sqrt{-(4n'^4-1)}\,]^2$$

d'où $\qquad s' = \alpha^2 - (4n'^4 - 1)\beta^2 \quad$ et $\quad v = 2\alpha\beta$.

Par suite

$$r = 4\alpha\beta\,\{\alpha^2 + (4n'^4 - 1)\beta^2\}\,, \qquad s = \{\alpha^2 - (4n'^4 - 1)\beta^2\}^2$$

$$2y = n'\{\alpha^2 - (4n'^4 - 1)\beta^2\}\,\{[\alpha^2 + (4n'^4 - 1)\beta^2]^2 + 4\alpha^2\beta^2(4n'^4 - 1)\}.$$

On obtient ainsi une solution de l'équation (3) en fonction des nombres α et β entiers indéterminés positifs ou négatifs.

Pour $n' = 2$, $\alpha = \beta = 1$, on trouve

$$n = 8\;;\quad r = 256\,,\quad y = 269576\,,\quad x = 1026$$

$$1026^3 + 1282^3 + \ldots\ldots + 2818^3 = 269576^2$$

$$1026 + 1282 + \ldots\ldots + 2818 = 124^2$$

$$1026 + 2818 = s = 62^2.$$

Pour $n' = 2$, $\alpha = \beta = 3$, on trouverait de même

$$130^3 + 642^3 + \ldots\ldots + 3714^3 = (2^2.23.31.85031)^2$$

$$130 + 642 + \ldots\ldots + 3714 = (2^2.31)^2$$

$$130 + 3714 = s = 62^2.$$

16. Dans l'hypothèse $n = n'^2$, on trouverait par une marche analogue à celle qui vient d'être suivie (n.° 15) les valeurs suivantes qui vérifient l'équation (3)

$$n = n'^2\,,\quad s = 2\{\alpha^2 - (n'^4 - 1)\beta^2\}^2\,, \qquad r = 8\alpha\beta\{\alpha^2 + (n'^4 - 1)\beta^2\}$$

$$y = n'\{\alpha^2 - (n'^4 - 1)\beta^2\}\,\{[\alpha^2 + (n'^4 - 1)\beta^2]^2 + 4\alpha^2\beta^2(n'^4 - 1)\}.$$

Pour $\alpha = \beta = 1$ et $n' = 2$ ou $n = 4$, on déduit de ces formules les égalités

$$1^3 + 33^3 + 65^3 + 97^3 = (2.7.79)^2$$

$$1 + 33 + 65 + 97 = (2.7)^2.$$

De même pour $\alpha = \beta = 1$ et $n = 9$, on aurait $r = 648$

$$3649^3 + 4297^3 + \ldots\ldots + 8833^3 = (3.79.6881)^2$$

$$3649 + 4297 + \ldots\ldots + 8833 = (3.79)^2.$$

17. Dans le cas de $n = 3$, l'équation (3) deviendrait

$$(3_1) \qquad \frac{3s}{8}(s^2 + sr^2) = y^2$$

en posant $s = 2s'^2$, $y = 3s'y_1 = 3s'(t^2 + 2v^2)$, il vient

$$s'^4 + 2r^2 = 3y_1^2 = (1+2)(t^2 + 2v^2)^2$$

ou

$$s'^2 + r\sqrt{-2} = (1 + \sqrt{-2})(t + v\sqrt{-2})^2.$$

D'où
$$r = t^2 - 2v^2 + 2tv = (t+v)^2 - 3v^2, \quad s'^2 = t^2 - 2v^2 - 4tv.$$

Il faut maintenant disposer des indéterminées t et v de manière à rendre s'^2 un carré parfait. En posant à cet effet $3t^2 - s'^2 = 2w^2$, la dernière relation donne

$$v = \frac{-2t \pm \sqrt{6t^2 - 2s'^2}}{2} = \frac{-2t \pm 2w}{2} = -t \pm w;$$

on a ainsi les deux valeurs $v' = -t + w$ et $v'' = -(t+w)$. Mais si, dans la relation $s'^2 + 2w^2 = 3t^2$, on pose $t = \alpha^2 + 2\beta^2$, il vient :

$$s'^2 + 2w^2 = 3t^2 = (1+2)(\alpha^2 + 2\beta^2)^2$$

ou

$$s' + w\sqrt{-2} = (1 + \sqrt{-2})(\alpha + \beta\sqrt{-2})^2,$$

ce qui donne

$$s' = \alpha^2 - 2\beta^2 - 4\alpha\beta, \qquad w = \alpha^2 - 2\beta^2 + 2\alpha\beta.$$

Par suite, l'équation (3_1) sera vérifiée par les valeurs suivantes correspondant à la valeur v' de v

$$s = 2(\alpha^2 - 2\beta^2 - 4\alpha\beta)^2, \quad r = (\alpha^2 + 2\alpha\beta - 2\beta^2)^2 - 12\beta^2(\alpha - 2\beta)^2$$
$$y = 3(\alpha^2 - 2\beta^2 - 4\alpha\beta)\{(\alpha^2 + 2\beta^2)^2 + 8\beta^2(\alpha - 2\beta)^2\}.$$

La valeur v'' de v fournirait de même la solution qui suit

$$s = 2(\alpha^2 - 2\beta^2 - 4\alpha\beta)^2, \quad r = (\alpha^2 + 2\alpha\beta - 2\beta^2)^2 - 12\alpha^2(\alpha + \beta)^2$$

$$y = 3(\alpha^2 - 2\beta^2 - 4\alpha\beta)\{(\alpha^2 + 2\beta^2)^2 + 8\alpha^2(\alpha + \beta)^2\}.$$

Pour $\alpha = \beta = 1$ les premières formules donneraient les égalités

$$14^3 + 25^3 + 36^3 = (3.5.17)^2$$
$$14 + 36 = 2.5^2$$

Dans la même hypothèse $\alpha = \beta = 1$, on aurait, d'après les secondes formules

$$-22^3 + 25^3 + 72^3 = (3.5.41)^2$$
$$-22 + 72 = 2.5^2.$$

De plus si on avait posé $s = s'^2$, on aurait trouvé par des calculs similaires les valeurs suivantes qui vérifient la même équation (3_1)

$$1^\circ \qquad s = \{2(\alpha^2 - 2\beta^2 + 2\alpha\beta)\}^2, \quad r = (2\beta^2 + 4\alpha\beta - \alpha^2)^2 - 24\beta^2(\alpha + \beta)^2$$
$$y = 6(\alpha^2 - 2\beta^2 + 2\alpha\beta)\{(\alpha^2 + 2\beta^2)^2 + 8\beta^2(\alpha + \beta)^2\}$$

$$2^\circ \qquad s = \{2(\alpha^2 - 2\beta^2 + 2\alpha\beta)\}^2, \quad r = (2\beta^2 + 4\alpha\beta - \alpha^2)^2 - 6\alpha^2(2\beta - \alpha)^2$$
$$y = 6(\alpha^2 - 2\beta^2 + 2\alpha\beta)\{(\alpha^2 + 2\beta^2)^2 + 2\alpha^2(2\beta - \alpha)^2\}.$$

Pour $\alpha = 5$ et $\beta = 1$ la 1ᵉ série de ces nouvelles formules donne les égalités

$$147^3 + 242^3 + 337^3 = (2.3.11.113)^2$$
$$147 + 337 = 22^2.$$

Dans la même hypothèse $\alpha = 5$ et $\beta = 1$, on aurait avec la 2ᵉ série

$$93^3 + 242^3 + 391^3 = (2.3.11.131)^2$$
$$93 + 391 = 22^2.$$

De même en posant $\alpha = 3$ et $\beta = 1$ ces deux séries donneraient les égalités respectives

$$-21^3 + 338^3 + 697^3 = (2.3^2.13.83)^2$$
$$-21 + 697 = 676 = 26^2.$$
$$309^3 + 338^3 + 367^3 = (2.3.13.139)^2$$
$$309 + 367 = 26^2.$$

18. En supposant $n = 5$, on a à résoudre l'équation

$$(3_2) \qquad \frac{5s}{8}(s^2 + 24r^2) = y^2$$

en posant $s = s'^2$, cette équation peut être traitée comme la précédente (3_1) et on arrive aux deux séries de solutions

$$1^\circ \qquad s = \{2(\alpha^2 - 6\beta^2 - 6\alpha\beta)\}^2, \quad r = (\alpha^2 - 6\beta^2 + 4\alpha\beta)^2 - 40\beta^2(\alpha - 3\beta)^2$$
$$y = 10(\alpha^2 - 6\beta^2 - 6\alpha\beta)\ \{(\alpha^2 + 6\beta^2)^2 + 24\beta^2(\alpha - 3\beta)^2\}$$

$$2^\circ \qquad s = \{2(\alpha^2 - 6\beta^2 - 6\alpha\beta)\}^2, \quad r = (\alpha^2 - 6\beta^2 + 4\alpha\beta)^2 - 10\alpha^2(\alpha + 2\beta)^2$$
$$y = 10(\alpha^2 - 6\beta^2 - 6\alpha\beta)\ \{(\alpha^2 + 6\beta^2)^2 + 6\alpha^2(\alpha + 2\beta)^2\}.$$

Pour $\alpha = 4$ et $\beta = 2$ la 1ᵉ série donnerait

$$96^3 + 97^3 + 98^3 + 99^3 + 100^3 = (2.5.7.31)^2$$
$$96 + 100 = 14^2.$$

Pour $\alpha = 4$ et $\beta = -1$ on aurait avec la 2ᵉ série

$$276^3 + 427^3 + 578^3 + 729^3 + 880^3 = (2.5.7.17.31)^2$$

$$276 + 880 = 34^2.$$

19. La même méthode est applicable à l'équation

$$(3_3) \qquad \frac{7s}{8}(s^2 + 48r^2) = y^2$$

en posant $s = 2s'^2$ et $2y = 7s'(t^2 + 3v^2)$ on arriverait par la marche indiquée aux deux solutions qui suivent :

1° $\quad s = 2(\alpha^2 - 3\beta^2 - 3\alpha\beta)^2\,; \quad 4r = (\alpha^2 + 4\alpha\beta - 3\beta^2)^2 - 7\beta^2(2\alpha - 3\beta)^2$

$\quad 2y = 7(\alpha^2 - 3\beta^2 - 3\alpha\beta)\,\{(\alpha^2 + 3\beta^2)^2 + 3\beta^2(2\alpha - 3\beta)^2\}$

2° $\quad s = 2(\alpha^2 - 3\beta^2 - 3\alpha\beta)^2\,; \quad 4r = (\alpha^2 + 4\alpha\beta - 3\beta^2)^2 - 7\alpha^2(\alpha + 2\beta)^2$

$\quad 2y = 7(\alpha^2 - 3\beta^2 - 3\alpha\beta)\{(\alpha^2 + 3\beta^2)^2 + 3\alpha^2(\alpha + 2\beta)^2\}.$

Pour $\alpha = \beta = 1$, la première de ces solution donnerait l'égalité

$$91^3 + 94^3 + 97^3 + 100^3 + 103^3 + 106^3 + 109^3 = (2^2.5.7.19)^2.$$

La 2e solution donnerait dans l'hypothèse $\alpha = 1$, $\beta = 2$

$$658^3 + 824^3 + 990^3 + 1156^3 + 1322^3 + 1488^3 + 1654^3 = (2^4.7.17.61)^2.$$

20. La méthode qui précède est applicable à un assez grand nombre de valeurs de n, telles que: 1° $n = n'^2 \pm 1$ qui comprendait comme cas particulier les nombres 3 et 5; 2° $n = 2n'^4 \pm 1$ qui comprendait le cas de $n = 7$; 3° $nd^2 = a^2 + n_1 b^2$ et $n^2 - 1 = n_1 n_2^2$, etc., etc. La marche à suivre pour trouver en fonction de deux indéterminées α et β les valeurs de s, r et y est dans ces divers cas similaire à celle qui a été indiquée (n° 17).

En particulier on trouverait pour $n = 2n'^2 \pm 1$ les deux solutions qui suivent

1° $\quad s = 2\{n'[\alpha^2 - (n'^2 \pm 1)\beta^2] - 2\alpha\beta(n'^2 \pm 1)\}^2$

$$r = \{\alpha^2 + 2\alpha\beta n' - (n'^2 \pm 1)\beta^2\}^2 - 4\beta^2\left\{\frac{n'^2 + (n'^2 \pm 1)}{n'^2}\right\}\{\alpha n' - (n'^2 \pm 1)\beta\}^2$$

$$y = nn'\{n'[\alpha^2 - (n'^2 \pm 1)\beta^2] - 2\alpha\beta(n'^2 \pm 1)\}\left\{[\alpha^2 + (n'^2 \pm 1)\beta^2]^2 + 4\beta^2\frac{n'^2 \pm 1}{n'^2}[n'\alpha - (n'^2 \pm 1)\beta]^2\right\}.$$

2.° la valeur précitée de s avec

$$r = [\alpha^2 + 2\alpha\beta n' - (n'^2 \pm 1)\beta^2]^2 - 4\alpha^2\left(\frac{2n'^2 \pm 1}{n'^2}\right)(\alpha + \beta n')^2$$

$$y = nn'\{n'[\alpha^2 - (n'^2 \pm 1)\beta^2] - 2\alpha\beta(n'^2 \pm 1\}\left\{[\alpha^2 + (n'^2 \pm 1)\beta^2] + 4\alpha^2\frac{n'^2 \pm 1}{n'^2}(\alpha + n'\beta)^2\right\}.$$

De même pour $nd^2 = a^2 + n_1 b^2$ avec $n^2 - 1 = n_1 n_2^2$ on aurait les solutions

1° $$s = 2\{a(\alpha^2 - n_1\beta^2) - 2n_1 b\alpha\beta\}^2$$

$$r = \frac{2a}{bn_2}\left\{(b\alpha^2 + 2a\alpha\beta - bn_1\beta^2)^2 - \frac{4nd^2\alpha^2}{a^2}(b\alpha + a\beta)^2\right\}$$

$$y = adn\{a(\alpha^2 - n_1\beta^2) - 2n_1 b\alpha\beta\}\left\{(\alpha^2 + n^1\beta^2)^2 + \frac{4\alpha^2 n_1}{a^2}(b\alpha + a\beta)^2\right\};$$

2° la valeur précitée de s avec

$$r = \frac{2a}{bn_2}\left\{(b\alpha^2 + 2a\alpha\beta - bn_1\beta^2)^2 - \frac{4nd^2\beta^2}{a^2}(a\alpha - bn_1\beta)^2\right\}$$

$$y = adn\{a(\alpha^2 - n_1\beta^2) - 2n_1 b\alpha\beta\}\left\{(\alpha^2 + n_1\beta^2)^2 + \frac{4\beta^2 n_1}{a^2}(a\alpha - bn_1\beta)^2\right\}.$$

Ces dernières formules seraient applicables à $n = 12, 28, 40, 44$ .... on a en effet

$12^2 - 1 = 143$	$12.4^2 = 192 = 7^2 + 143$
$28^2 - 1 = 783 = 87.3^2$	$28.2^2 = 112 = 5^2 + 87$
$40^2 - 1 = 1599$	$40.7^2 = 1960 = 19^2 + 1599$
$44^2 - 1 = 215.3^2$	$44.6^2 = 1584 = 37^2 + 215$

. . . .

. . . .

Sullo stato presente dei lavori pel taglio dell'istmo di Suez.
Di monsignor Francesco Nardi.

Non tesserò la storia di questo famoso lavoro, e ancor meno ridirò minutamente le opere degli antichi. Solo rifletterò che un' opera incominciata or sono 26 secoli onorerebbe altamente il nostro se la vedesse compiuta. Però il taglio degli antichi non era da un mare all' altro. Psammetico 660 anni av. G. C. non volle condurre le acque che dal Nilo al Mar Rosso per il lago di Timsah; Dario Istaspe nel 510 continuò, e Tolomeo Filadelfo nel 260 compì il lavoro che durò 400 anni. Quanto restasse aperto il canale è dubbioso, ma è probabile che alcun uso ne durasse sino all'ottavo secolo. La negligenza proverbiale degli orientali non seppe impedire i sorrenamenti, che i venti e le altre azioni atmosferiche vi operarono, e il canale cessò rimanendone le sole sponde a perenne monumento. Napoleone nel 1799 fu realmente il primo che immaginò il canale tra i due mari, e nominò una commissione che misurasse ed esplorasse l'istmo, esaminando il progetto del taglio. La fretta, e le angustie della guerra impedirono l'esattezza del lavoro, e ne risultò un errore fatale che durò mezzo secolo, ed era che il Mar Rosso fosse di 30 piedi più alto del Mediterraneo. Solo nel 1840 le osservazioni barometriche di alcuni officiali inglesi reser dubbiosa questa misura, che poi le osservazioni fatte dal 1843 al 1853 provarono incontestabilmente erronea. Non v'è differenza di livello degna di conto tra i due mari, e la scienza ora esclude generalmente ogni differenza di livello fra i mari aperti, o la riduce a proporzioni assai lievi dipendenti da cause temporanee e locali. Così p. e. il medio dell'alta marea a Suez non passa quello di Pelusio che di due piedi e mezzo, e nelle grandi maree delle Sizigie di sette; invece la bassa marea nell'equinozio è d'un piede e mezzo più bassa a Suez che a Pelusio. Sparito questo primo ostacolo, anche il secondo del temuto sorrenamento e invasione delle sabbie fu ridotto a suoi giusti confini. La difficoltà esiste, ma non è così poderosa, come si credea; e la vegetazione tanta rapida e potente sotto il cielo d'Egitto può colle acacie, e massime coi tamarischi, che condensano e stringono le arene, mettervi riparo. Un terzo ostacolo sembra più grave,

ma non è neppur esso invincibile, e sono le dune di Said, e di Suez. Probabilmente le più difficili a vincere sono quelle di Said, dove la corrente da Ovest a Est, che rade le coste africane del Mediterraneo, deve necessariamente trasportare le arene delle vicine bocche del Nilo. Però anche le dune di Suez sono enormi, e l' azione fortissima ed assidua delle correnti e delle maree che concorsero a formarle, potranno tendere a mantenerle e rinnovarle. Ma che non vince l'opera dell'industria moderna dopo ciò che vedemmo a Venezia, a Cherburgo, e in altri porti di Francia e Inghilterra?

Rispetto al vantaggio del taglio di questa lingua di terra, è inutile spender parole. Tutti sanno che per esso l' oriente dell' Asia, cioè le Indie, la China, il Giappone; l'oriente dell'Africa colle fiorenti colonie di Portonatale, e l' isola di Madagascar, le ricche colonie olandesi, quindi l'Australia cresciuta in pochi decennii da 100,000 abitanti a un milione e mezzo con un avvenire indefinito, e tutta la Polinesia si farebbero più vicine all'Europa di una buona metà del viaggio, e all'Italia nostra, di $^4/_7$ di quel che sarebbe girando attorno il Capo di Buona Speranza. Le conseguenze che se ne avrebbero per il ben essere, il commercio, e la civiltà del mondo è facile immaginarle. Fu dunque universale e giusto l'applauso che si ebbero l' idea di quest'opera, e il di lei promotore Ferdinando di Lesseps. Esso ottenne la concessione nel 1854, e al principio del 1856 pubblicò gli Statuti della Società, che prese il nome di Compagnia Universale del canale marittimo di Suez con quei privilegi e regole che tutti conoscono. Il capitale fu determinato a 200 milioni di franchi diviso in 400,000 azioni. Il canale dovea avere 100 metri di largo, 8 di fondo, 86 miglia comuni italiane, ossia circa 160 chilometri di lungo. La durata del lavoro fu da prima stabilita a 6 anni, ma l' esenzione dalle tasse pei terreni occupati a 10. Al lavoro fu posto mano nel 1858. Lascio le discussioni politiche che suscitò, e che non fanno al caso, limitandomi ad accennare che Francia, Italia, ed Austria favorirono il progetto, Inghilterra parve contrariarlo, però solamente per le vie diplomatiche.

Ora gettiamo uno sguardo sopra questa famosa lingua di terra, che si frappone al commercio dei due mondi. L'istmo forma un'insenatura naturale, che s'alza generalmente non più di 6 o 7 piedi sopra il livello del mare, sorgendo in un solo luogo a 37. La sua esatta lunghezza da un mare all' altro è di 65 miglia comuni italiane. La superficie dov' è deserta, sabbiosa ed arida, dove occupata da laghi. Percorriamola insieme da un mare all'altro. Il canale comincia al Porto-Said sul Mediterraneo, che di per sè non è buon porto, poichè

fondo d' ancoraggio per grosse navi non s' incontra, che a 2 chilometri dalla sponda. Però assidui lavori lo hanno scavato e difeso così che ora grosse navi possono maggiormente accostarsi. Da Said per un 30 chilometri il canale traversa il gran lago di Menzaleh, dove l'ingegno e l'assiduità del sig. Lesseps furono messi alle più dure prove. Questo enorme lago, che s'allarga da Damiata sino a Pelusio, e occupa circa una quinta parte della via che terrà il canale, ha un fondo limaccioso e mal fermo. Convenne creare in esso non solo la via delle navi, ma le stesse sponde immergendovi massi di calce idraulica, che le formassero. Spesso il lavoro dovè rinnovarsi perchè la potente azione delle acque distruggeva quella dell' uomo. Finito il lago comincia la terraferma, o a dir meglio il letto d'un' altro lago, però disseccato, il lago di Abu Balleh, o Ballah. Qui s' incontra quella massima altura di 37 piedi di cui dicemmo, poi proseguendo si giunge al lago di Timsah tuttora coperto dall'acque, e che forma come il centro dell'istmo. Questo lago è destinato ad essere il gran serbatoio o bacino delle navi che passeranno l'istmo. Sulla sua sponda settentrionale sta la nascente città di Ismailia, che già conta, dicono, da 4 o 5000 abitanti, e alla quale il taglio dell'istmo promette uno splendido avvenire. Passato il lago viene la famosa valle di Goscem o Ghessen nota pel soggiorno degli Israeliti, indi le rovine del Serapeo. Qui il terreno piano e sodo non sembra presentare gravi ostacoli; maggiori invece s' incontrano nei *Laghi amari* che stanno a secco, a traverso i quali il canale dovrà aprirsi la via per circa 16 chilometri. Finiti questi il canale descrivendo un arco per evitare difficoltà di terreno passerà pel campo di Scialuf, dove si sta attivamente lavorando al suo scavo, ed entrerà nel Mar Rosso, alla sua estremità settentrionale prolungandosi dentro le sue dune per oltre due chilometri.

Vediamo ora il già fatto, e il da farsi. È scavato il canale da Porto-Said sul Mediterraneo sino al lago Timsah per circa 60 chilometri. Esso ha 60 metri di largo, ma sventuratamente non più di un metro e mezzo, e talvolta meno di fondo (*). Dal lago Timsah al Mar Rosso tutto è in lavoro, e un 40 macchine a vapore della forza complessiva di 10,000 cavalli, governate e assistite da 9,000 operai, e dirette da ingegneri europei scavano assiduamente, ma pur troppo più lentamente che non si vorrebbe, la via delle acque.

(*) Questi particolari mi furono gentilmente comunicati dall'egregio sig. conte Edmondo di Carnè figlio dell'illustre accademico francese, reduce or ora di là.

Le macchine, che sono cucchiaie mosse con sistema rotatorio, pigliano e sollevano le sabbie, versandole sopra carri, che le depongono sulle due rive. La difficoltà delle riparazioni costringe a usare cautele che necessariamente ritardano il lavoro, condotto però con una intelligenza e con un' assiduità alla quale tutti i visitatori rendono omaggio.

Così finora le acque del Mediterraneo si arrestano al lago Timsah, cioè a poco più di $^1/_3$ del cammino che dovranno percorrere. Vinsero invero le massime alture, che stanno tra i due laghi Menzaleh e Timsah, vinsero le melme invaditrici e insidiatrici del Menzaleh, ma devono ancora percorrere il terreno difficile dei *Laghi amari*, e quello ancor più difficile delle sabbie mobili di Scialuf. Ma quel che più duole si è che anche nel tratto aperto, le acque non si profondano oltre un metro, o un metro e mezzo, onde non aprono la via che a barche, o chiatte cariche per lo più di carbone, che approvigionano i vapori di Suez, le quali giunte al lago Timsah non possono pervenire a Suez, che usando dell'altro canale di acqua dolce di cui sto per dire.

La sagacia del sig. di Lesseps dovea rivolgersi necessariamente e innanzi tutto a soddisfare al primo bisogno di chi sta, e lavora nel deserto, all'acqua potabile. L'istmo non ha acqua dolce. Suez non solo manca d'acqua dolce e di pozzi, ma non ha neppure pioggie fuorchè rarissime e leggere. Quando io visitai quel povero paese nel 1856 non vi avea piovuto da 3 anni, e facea compassione il vedere la interminabile processione dei cameli che portavan le otri dal Nilo, non essendo allora compiuta la via ferrata. Il solo fiume dell'Egitto, senza il quale l' Egitto non esisterebbe, senza il quale le sabbie del Sahara cancellerebbero ogni traccia di vita della famosa terra, è il Nilo. Dal Nilo già nel 10.° secolo derivò Moez fondatore del Cairo il canale che porta il suo nome, e da esso presso Zagazig si parte quello di Arsinoe nel cui antico letto scorre il canale di *el Uadi*, ossia italianamente *della Valle* (*). Questa ristorazione devesi a Mehemet Alì, che per essa mutò *el Uadi* da deserto in un magnifico distretto, dove il gelso, il riso, il frumento, ed altre colture prosperarono rapidamente. Ma alla morte di Mehemet tutto decadde, e fu provvido pensiero del sig. Lesseps di comprare con 2 milioni di franchi quel terreno, e ristorare il canale, traendone un profitto che si stima da alcuni eguale

(*) La voce araba *uadi* non corrisponde precisamente a quella di *valle*, ma si suol tradurre per essa. *Uadi* è più spesso una gola, o insenatura angusta, o il letto secco d'alcun torrente.

e da altri superiore a quello che ricaverà dal passaggio delle navi. Il canale fu condotto dal sig. di Lesseps da Ras-el-uadi, che tradurremo *Capo-canale*, suo termine al tempo di Mehemet Alì, sino a Suez, mandandone un braccio a Ismailia. E già se qui terminasse l' opera di Lesseps, grande sarebbe la riconoscenza che gli è dovuta, poichè dovunque corre il canale, esso porta con se la vegetazione, la cultura, e la vita. Il tratto da Ras-el-uadi sino al lago Timsah ha 35 chilometri di lungo, 0,478 metri di pendio, 7, 7 di largo al basso, 12, 5 alla superficie, 1, 2 di profondo, ed è già un nobilissimo lavoro, come pure degno d' ogni lode è l'altro braccio assai maggiore di circa 100 chilometri, che derivandosi dal canal principale a Nefisc segue una via alquanto tortuosa per evitare il bacino dei *Laghi amari*, e mette a Suez. Si è per questo canale d'acqua dolce che la communicazione tra i due mari ha luogo presentemente. Le barche partite da Said arrivano al lago Timsah, passano da esso nel canale d'acqua dolce, che vi mette presso Ismailia, e di là vanno a Nefisc, dov'entrano nel braccio principale che sbocca a Suez. Ond'è singolare e mirabile il vedere le aride sabbie del deserto traversate e come solcate da bianche vele latine, che muovono quelle barche, le quali già fanno alcun commercio fra i due mari. Diciamo *alcun commercio*, perchè siano pure frequenti i carichi di carbone, di sale, o di altre materie greggie, e di alcuni rare mercanzie, che si muovono lentamente su d'un canale che non ha che da un metro a un metro e mezzo di fondo, e dee lottare con una via ferrata aperta, e in pieno uso dal Mediterraneo al Mar Rosso, tale scambio non è cosa da potersi valutare a confronto dell'immenso profitto del gran canale ideato.

Ma che sarà dell' impresa ? Sarà essa compiuta ? Noi non ne dubitiamo. Il secolo che vide calarsi una fune telegrafica di 2500 miglia a 12000 piedi di profondità nel letto dell'Oceano, e ripescarne un'altra perduta alla stessa profondità senz'altra guida che il calcolo; il secolo che unì le sponde dei due Oceani con una via ferrata traverso le difficili ed enormi alture di Panamà, e ora le va unendo traverso tutto l' immenso continente americano per circa 3,500 miglia, questo secolo non suole sbigottirsi da difficoltà, nè da ostacoli. V'è una potenza che vince tutto, ed è l'umana attività ed intelligenza. Inghilterra non si lasciò stornare nell' impresa della fune sottomarina dell'Atlantico dai tre o quattro tentativi falliti, e dall'universale sfiducia; Francia non si lascerà vincere a Suez. L'opera è degna di lei, e gli Stati costieri del Mediterraneo, e massime Italia nostra che ha i maggiori interessi, devono soccorrerla. È certo omai che nei due anni

che restano l'opera non può essere compiuta, ma è certo altresì che può compiersi sicuramente con una maggiore spesa, e in un tempo alquanto più lungo. Errori si sono commessi, e credo sia cosa stolta e inutile il negarlo; ma è vero altresì che opere meravigliose e bellissime si sono compiute. Quella terra tra il Mediterraneo e Suez trascorsa raramente da qualche povera carovana, un dì affatto deserta e desolata, ora è in più luoghi fervente di industrie, d'abitazioni, e di coltura. Porto-Said già misero abituro di pescatori conta oltre 1000 abitanti, e dove approdava qualche nave peschereccia giungono legni frequenti. Ismailia già sponda solitaria ora è una bella e fiorente borgata di circa 5000 abitanti, *el-Uadi*, cioè *la Valle*, già pienamente isterilita, divenne un magnifico distretto, dove alligna e fiorisce ogni cultura europea ed africana, e Suez brutto ammasso di kan, e di baracche arabe, dove non era nè acqua, nè viveri, nè abitazione civile, fuorchè l'Albergo per gl' inglesi, divenne popoloso, animato, e persin polito. L'opera non è finita, anzi dirò parola dura, che forse mi sarà rinfacciata, l'opera non è sinora che abbozzata. Ma sebbene la speranza, e il fervido immaginare abbiano vinto il Lesseps quando fissava il termine del compimento; sebbene la politica più forse che l'umanità movessero il Vice-Re a torgli le servitù dei Fellah, che a decine di migliaia con indefesso e utilissimo lavoro compirono la maggiore e più difficile parte dell' opera qual' è, costringendo il Lesseps a usar macchine di difficile, dispendioso, e non continuo lavoro, io tengo per fermo che il taglio si compirà, si compirà forse dallo stesso Lesseps. Ma dovesse anche finirsi da altri, a lui e alla Francia rimarrà sempre la gloria, ormai indestruttibile, d'averla osata e intrapresa.

Sulle tombe preistoriche rinvenute presso Cantalupo Mandela sulla via Valeria. Nota del prof. cav. Giuseppe Ponzi.

Io debbo in primo luogo presentare all'Accademia , per parte dell'autore, il cav. Michele Stefano de Rossi e mia, un opuscolo col quale venne data relazione all' Istituto archeologico prussiano sul Campidoglio, delle brillanti scoperte paleoetnologiche fatte presso di noi durante l' anno 1866 , intitolato : *Rapporto sugli studi e sulle scoperte paleoetnologiche nel bacino della campagna romana.* A questo lavoro trovasi aggiunta una mia appendice osteologica sulle razze umane trovate nelle tombe , che nel giugno del passato anno si scuoprirono presso il paese di Cantalupo , corrispondente all' antica *Mandela* nominata da Orazio , alla foce del fiume *Digentia* nell' Aniene sulla via Valeria, e precisamente nel luogo detto il campo di s. Cosimato. Di queste io feci già comunicazione all'accademia, colla promessa di tornare a parlarne tosto che sarebbero stati compiti gli studi richiesti da così interessante avvenimento. Ora che questi hanno avuto il loro sviluppo, colgo l'occasione per soddisfare il mio impegno mettendo sotto i vostri occhi tanto i tipi delle razze umane a cui appartenne quella prisca gente nelle tombe sepolta, quanto gli oggetti che con esse si trovarono associati.

Nel compiere pertanto un tale ufficio non occorre ritornare sulle circostanze del ritrovamento, perchè se ben vi ricordate io allora vi parlai del mal governo usato dagli operai a quelli scheletri e dello sperpero degli oggetti , al ricupero dei quali il De Rossi, che tanto interesse prese in questa scoperta, molto ha dovuto fare e dire. Neppure vi parlerò dell'analisi anatomica da me fatta sui crani estratti da quelle cripte, nè dei confronti organici fra le due diverse razze insieme associate : cose tutte che potrete leggere nell'opuscolo che ora vi presento. Io intendo farvi solamente conoscere i risultati delle osservazioni, e le deduzioni che da quel ritrovamento possono trarsi, che sono del più alto interesse per la cronologia delle nostre contrade.

Le cripte di Cantalupo si rinvennero scolpite nella spessezza dei travertini tartarosi depositati dalle acque diluviane dell'Aniene, che in quel luogo si dilatarono in un piccolo lago per ricevere il fiume di Licenza, messi poi allo scoperto pel ritiro delle acque.

Erano due : una situata a più alto livello contenevo due cadaveri con armi in pietra polita: l'altra più bassa ne comprendeva tre con ossa di ani-

mali. Degli scheletri racchiusi nella grotticella superiore uno era disteso l'altro raggruppato per mancanza di spazio ; però ambedue si distinguevano per i loro crani brachicefali o a testa rotonda, e con essi erano lance freccie e coltelli in pietra focaia di regolarissime forme e squisito lavoro, insieme ad un vaso di terra , ridotto in frammenti dai ragazzi a colpi di sassi , dai quali comparisce essere stato costrutto di terra vulcanica del luogo, grossolanamente impastata, foggiata a largo collo, senza l'uso del torno e malcotta.

Nella cripta inferiore al contrario erano tre scheletri distesi uno a fianco dell'altro : tutti dolicocefali, o a testa allungata dall' avanti all' indietro. Due erano d' età adulta, il terzo di un giovane alla seconda dentizione: ma così somiglianti fra loro che avresti detto spettare ad una medesima famiglia. I resti degli animali poi formàvano un cumulo ai loro piedi, ed erano di cavalli, bovi, porci, un cane, e due cervi che oggi non più vivono spontanei nelle nostre contrade. Di essi una branca di mandibola molto usata dalla masticazione rappresentava il cervo ordinario o il *C. Elaphus* , e una mascella superiore molto giovine , e di maggior volume , con tutti i denti molari ha fatto credere spettare alla Renna o al *C. Tarandus* , vissuto ancor esso in Italia dopo i tempi quaternari, poi emigrato.

Dalle relazioni poi di coloro che abitano presso quei luoghi abbiamo saputo che il campo di s. Cosimato dove sono state rinvenute quelle tombe si è sempre distinto per i frequenti rinvenimenti di armi in pietra , per modo che tutti i contadini ne serbano qualcuna credendole pietre di saette. Laonde sorge naturale il sospetto essere stata quivi una necropoli che accenna ad una prossima stazione, e che molto lusinga le nostre ricerche.

Una scoperta di tal natura non solo interessa alla scienza etnologica perchè è stata la prima in Italia; ma altresì, perchè messa in relazione con tutte le altre fatte in Europa spande una luce mirabile a chiarire i fatti delle epoche antistoriche che non hanno potuto esserci narrate dagli scrittori contemporanei.

I crani dolicocefali e brachicefali, e gli oggetti sepolti con essi, apertamente dimostrano due razze di uomini diverse per organizzazione e per costumi. La prossimità delle due cripte e il modo identico di escavazione e di seppellimento, danno inoltre a credere essere presso a poco del medesimo tempo. Di modo che può argomentarsi le due razze convivessero insieme: la dolicocefala di una più alta statura , testa più grande allungata e fisionomia aperta : i brachicefali a cranio piccolo rotondo : faccia tendente alla romboi-

dale, più prognata, e di una costituzione forte e robusta siccome si scorge dalle loro ossa.

Fu opinione dei dotti archeologi scandinavi che la razza brachicefala fosse la prima ad abitare le regioni europee, e che la dolicocefala rappresentasse una immissione di straniera popolazione. Ma dappoichè si moltiplicarono le scoperte e le osservazioni, specialmente degl' inglesi, intenti a scuoprire chi furono i primi abitatori del loro paese, si è venuto a sapere da essi che la razza dolicocefala fu quella che precedette, e che invece la brachicefala invase l' Europa. Però questa opinione non venne abbracciata da tutti avendo altri dimostrato anche i brachicefali di data primitiva.

A dire il vero le tombe di Cantalupo ci condussero col Nicolucci ad abbracciare la ipotesi seconda ; ma con ciò non intendiamo risoluta la questione, non avendo ancora noi, tante scoperte bastanti a dare un giusto giudizio. In qualunque modo peraltro sarà per essere la soluzione di quel problema, egli è certo che al declinare dell'epoca della pietra si osserva un cambiamento istantaneo nello stato sociale , per il quale l' umana famiglia quasi di un salto è portata a condizioni molto migliori. Si mostra il bronzo già formato, e non il puro rame come avrebbe dovuto essere, se si fosse seguitato a camminare per gradi, e il bronzo medesimo già composto di rame e di stagno fusi entro forme regolari, siccome dimostrano gli oggetti rinvenuti riferibili a quei tempi, e gli stessi vasi fusori entro cui si è mantenuto il residuo di quella operazione. Dietro il bronzo inoltre comparisce l'oro, e quindi vari altri metalli. Ma non sono solamente questi a indicarci un passaggio istantaneo da uno stato sociale all'altro , tant'altre osservazioni lo attestano. Gli oggetti d'ornamento non sono più i denti degli animali, i pezzetti informi di quarzo, o di fluorina; ma il bronzo e lo stesso oro in vario modo foggiati: le armi e gli utensili parimenti sono in bronzo ; e i cadaveri non sono più racchiusi fra rozze pietre mal connesse. Si scavano grotte per conservarli , siccome sono quelle di Cantalupo, ovvero si ardono per essere ridotti in cenere, e sepolti in cassa mortuaria, sotto cumuli di terra.

Tanto tesoro d'osservazioni oramai ci conduce a credere che una nuova razza, sia o no la brachicefala, più avanzata nella civilizzazione, sopragiunta in Europa vi conducesse un nuovo ordine sociale, comunicandogli i propri costumi. Ma da quali regioni si partì questo popolo invasore dei nostri paesi ? Da tutti i dati fin qui raccolti sembra che costoro venissero d'oltremonte e non d'oltremare, e perciò l'oriente fosse la loro culla. Ad avvalorare una tale

opinione interviene l'analisi chimica portata sullo stesso bronzo importato. Questo metallo prodotto dalla industria dell' uomo è una mistione di rame e di stagno. Lo stagno trovasi sempre puro, e non misto ad altre sostanze: l'altro al contrario contiene sempre sostanze avventizie in dose diversa, costituite da altri metalli che lo rendono impuro. I primi fonditori non conoscendo ancora l' arte dell' affinaggio , usarono il rame quale veniva estratto dallo loro miniere. Questa circostanza è preziosissima, perchè ci somministra il mezzo per giungere all' origine e riconoscere i monti da cui il rame venne tratto. Così sappiamo che il rame e l'oro degli Urali servì alla fabbricazione degl' istromenti e degli oggetti ornamentali che ora si rinvengono nel Meclemburgo e nella Danimarca, e che i bronzi della Svizzera sono composti col rame estratto da varie contrade d' Europa fornite di quel metallo (1).

Il rinvenimento su tanti punti dell' Europa di oggetti in bronzo, chiaramente dimostra che, quegli invasori portarono i loro metalli su vasti territori, e con questi un corso rapido verso uno stato sempre più civile. Le scoperte di Cantalupo non ismentiscono queste dottrine paleoetnologiche, anzi le avvalorano col loro accordo, laonde abbiamo il vantaggio di non errare nel giudicare quei sepolcri, attribuendoli al correre di quei tempi che furono di passaggio fra il declinare dell'uso della pietra, e il principiar del bronzo, sebbene niun'oggetto metallico vi sia stato rinvenuto.

Quanto ai rapporti geologici dimostrati da quelle tombe , si conferma sempre ciò che altre volte abbiamo detto , cioè che l' epoca della pietra polita corrisponde all' abbassamento delle acque diluviali , o al cessare delle grandi correnti per cui furono messi allo scoperto quei depositi di carbonato calcare, entro i quali fu fatta l'escavazione delle due piccole cripte per riporre i cadaveri di Cantalupo.

Dal complesso della fauna quaternaria e dallo svariato aspetto che mostrano le reliquie degli animali che a quella si riferiscono siamo portati a fare delle distinzioni riferibili ai diversi periodi di tempo attraversati dalle razze umane.

L'epoca archeolitica, rappresentata presso di noi dalle pietre rozzamente tagliate dei depositi diluviali di ponte Molle , Inviolatella e Caprine , ha dimostrato fin qui una serie di animali particolari fra i quali si notano l' Ele-

---

(1) Vedi Morlot: *Sur le passage de l'age de la pierre a l'age du bronze, et sur les métaux employès dans l'age du bronze. Coppenhageu* 1866.

fante primigenio, il Rinoceronte, la Jena, il Cervo ordinario, la Renna, il Bove primigenio ec.

Molti di questi animali non si rinvengono più nell'epoca neolitica o della pietra polita corsa dopo il ritiro delle acque diluviali ; imperocchè sebbene nelle tombe di Cantalupo gli animali racchiusi sembrino tutti domestici, pure nessuna traccia si è rinvenuta di Elefanti o di Rinoceronti, come all' Inviolatella, perchè forse erano già spenti o scomparsi. Però vi si fanno rimarcare i due Cervi *Elephus* e *Tarandus* ? indicanti la loro sussistenza all'epoca della pietra polita. La moderna deficienza di quelli ruminanti a corna piene, chiaramente dice che , anche quelli finalmente si sottrassero per emigrare , uno nella Lapponia (la renna) , l' altro restringersi nelle contrade settentrionali dell' Europa (il cervo ordinario) , per dare alla nostra fauna attuale quella fisionomia che tuttora mantiene, nelle temperate regioni.

Le scomparse successive di animali, o le modificazioni della fauna quaternaria, chiaramente accennano dunque, ad un lento e continuato cambiamento di clima fino a quello che tuttora regna, attraverso il quale l'uomo progredendo si è dovuto trovare sotto le influenze diverse del mondo circostante.

Nota. E qui io debbo riferire un bel caso avvenutomi. Mentre io mi occupava di questo argomento mi giunse il Bollettino della Società geologica di Francia tom. XXIV. 1867, n.° 1. In questo io lessi che le mie osservazioni sulla Fauna quaternaria erane state già fatte e pubblicate fin dal novembre del passato anno dal chiarissimo Dupont , che nella provincia di Namur nel Belgio ebbe a ripeterle nel bacino della Mosa. A dire il vero io provai molto piacere nel vedere il perfetto accordo in cui si sono trovati i medesimi lavori , fatti all' insaputa scambievole in due paesi così separati e diversi , e tanto più ne godetti perchè le osservazioni del sig. Dupont appoggiano ed avvalorano il giudizio già pronunciato di riferire le tombe di Cantalupo a quell' epoca della pietra polita quando ancora sotto il cielo d' Italia vivevano il Cervo ordinario e la Renna ?

COMUNICAZIONI

Il sig. cav. prof. Respighi comunicò, che la contrarietà della stagione, non gli aveva permesso di trarre dall' osservazioni da esso fatte sulla eclisse solare del 6 marzo 1867, alcun risultamento concludente e proficuo, sia in riguardo all'astronomia che alla fisica.

Per quello riguarda l'astronomia; non si è potuto fare altra osservazione, che quella della grandezza dell'ecclisse, e dell'ultimo contatto; ma l'una e l'altra in modo assai incerto.

In riguardo alla meteorologia, l'unico risultamento meritevole di rimarco, è quello di un sensibile abbassamento del barometro coll'aumentare dell'eclisse, seguito da un sensibile innalzamento al suo diminuire; fenomeno altre volte osservato dal prof. Respighi, e da altri durante gli eclissi, e dal quale egli ritiene potersi ricavare un argomento, favorevole ad una spiegazione, già da lui proposta sulla variazione diurna della pressione atmosferica.

Il prof. Volpicelli enumerò brevemente le diverse macchine elettriche, di recente inventate e costrutte dai fisici Topler, Holtz, Bertsch, Piche, e Parville, denominate da essi *elettrofori continui*, e concluse che non sono essenzialmente di nuova invenzione; perchè un illustre fisico italiano il prof. Giuseppe Belli, fin dal 1831 costrusse uno di questi elettrofori continui, descritto nel tomo I degli annali del regno Lombardo Veneto (Padova 1831), ed anche nel tomo 3.° del corso elementare di fisica sperimentale dell'autore stesso, Milano 1837, p. 432. Perciò la priorità in questo genere di macchine elettriche, si deve al fisico italiano sopra nominato; se pure non vogliasi attribuire al Nicholson pel suo duplicatore della elettricità, pubblicato da esso nel 1788.

COMMISSIONI

Sulla pesca delle paranze.

RAPPORTO

Commissari sig.[ri] prof.[ri] P. A. Guglielmotti, A. Cialdi, G. Ponzi, e V. Diorio (*relatore*).

S. E. il sig. Ministro del commercio e dei lavori pubblici avendo con suo dispaccio N.° 3399, invitato la pontificia accademia de' Nuovi Lincei ad esternare l'opinamento suo, intorno alla domanda presentata dai proprietari di barche peschereccie pel riattivamento del divieto di pescare con le paranze forastiere nel tempo volgarmente designato fra le due Croci, ossia dal 3 di maggio al 14 di settembre: il dotto consesso degnavasi di nominare per l'oggetto una commissione composta del R. P. Alberto Guglielmotti de' Predicatori, comm. Alessandro Cialdi colonnello di marina, e cav. Vincenzo Diorio relatore, professore di zoologia nell'università romana, ai quali graziosamente si aggiunse il sig. prof. cav. Giuseppe Ponzi, perchè studiate le leggi in distinte epoche emanate intorno a quel genere di pesca, e messele a confronto con i trovati della scienza e con i risultamenti della pratica, convenissero insieme sugli argomenti valevoli ad illustrare lo zelante Ministro, che si prefigge, meritando ogni lode, di accrescere e moltiplicare i prodotti utili, mentre favorisce l' industria e provvede convenientemente ad ogni necessità cittadina.

Riunitisi pertanto i sudetti a posta in Civitavecchia si fecero a studiare i due quesiti ministeriali; cioè a dire 1.° Se il modo di pescare delle paranze, come si usa attualmente, distrugga in realtà la prolificazione del pesce novello: 2.° Se, ciò essendo, considerata la entità del bisogno di quel genere di alimenti, possa tollerarsi tal genere di pesca fra le due Croci; ovvero abbia ad infrenarsene l' abuso obligando i paranzellari alla distanza, ed alle reti a maglia chiara, entro i termini prescritti dalla legge del 1778.

La risposta alle quì compendiate domande, ci obligava a prapararne il terreno, richiamando alla mente 1.° che sia la pesca di paranze; 2.° come

si verifichi la riproduzione dei pesci. Siamo quindi in bisogno di riassumere succintamente le cose vedute o discorse a questo proposito.

La pesca di paranza si fa con due barche veleggianti di conserva le quali mettono e stracinano in mare una rete a cono allungatissimo di circa 150 metri di lunghezza. Presenta essa una parete superiore triangolare, unita alle laterali, le quali sono continue e legate coll'inferiore, per mezzo di tante tramacelle distanti l'una dall'altra un 30 cent. circa. Questi due cancelli laterali servono a dare uscita all'acqua dallo interno del sacco retigero, allorquando viene esso calumato, ossia immerso nell'onde. L'apice del cono suddetto sta, durante la immersione della rete, ammainato e chiuso da robusta fune: disciolto, serve come sentina di scolo a pesca compiuta. Ritornano per questa via al mare i prodotti inutili della medesima. La bocca del cono, ossia l'apertura della rete, viene rafforzata da una grossa gomena di giunco; ed i piombi disposti ad arte lungo il labbro inferiore della medesima ne assicurano la discesa e la dimora in fondo al mare; mentre dei galleggianti disposti regolarmente sul labbro superiore, mantengono la rete tutta aperta in mezzo all'acqua: ed i canapi, che dai rinfianchi tramacellati della rete risaliscono fino a bordo delle navicelle pescareccie, ne mantengono distese le pareti. Ogni paranza dispone di oltre a 500 metri di sferzina o fune di sommersione; e quindi ad altrettanta circa profondità di mare può scendere la rete della quale quelle si servono Questa rappresenta, nell'atto della pesca, una immensa fauce che rade e scompiglia il fondo dell'acqna, e raccoglie e stringe in angusta gola quanto vi ha di non liquido nell'onde. Ed infatti le maglie della rete di paranza che verso l'apertura del cono ammettono facilmente nel lume loro un pugno umano, vanno a grado a grado stringendosi così che negli ultimi cinquanta metri lasciano a stento passare fra di loro una penna da scrivere. Quest'orca di distruzione si muove, seguendo i canapi che l'assicurano alle bilancelle appajate, con la celerità corrispondente alla foga del vento nel seno della vela latina che quelle tengono spiegata; e quindi a tempo sereno ed a mare quieto scarso è il prodotto che, in tutt'altre circostanze eguali, sogliono ritrarne i pescatori.

Siegue dal fin qui detto che la pesca di paranza non isceglie i prodotti utili e maturi per l'alimentazione umana; ma toglie e riunisce quanto vi ha di massa viva o morta in grembo al mare. Zoofiti, crostacei, molluschi, insieme le ova e lo allevime del pesce novello, e insieme i fuchi e le alghe, i frantumi degli scogli ed i resti dei naufragi, il tutto impastato

delle arene del fondo si trova raccolto nel immenso sacco, che disteso dalla zavorra raccolta da una parte, e dalle funi tesate dal vento dall'altra, chiude siffattamente le maglie sue che nemmen l'acqua ne sfugge, non ostante l'ampiezza sù rimarcata. Siegue da ciò che praticamente parlando ogni maglia divien cieca, nell'atto della pesca: stimiam quindi superfluo per la legge di occuparcene.

Indicammo però fin dal principio che pure alla speciale maniera del riprodursi de' pesci conveniva nel caso nostro fare attenzione. Ed in fatti a tutti è noto come moltissimi fra i pesci si riproducano per ova le quali si lasciano dalle generanti, senza precedente accoppiamento, e che per la specifica loro gravità vanno a posarsi sul fondo del mare : là talune volte le genitrici preparano quasi un letticiuolo di muschi per lo adagiamento dei nascituri, e trasportano delle piccole breccie, o frantumi d'ogni maniera, per innalzare un riparo contro alle correnti che potrebbero disturbare l'opera della natura mentre lavora per lo sviluppo dei germi. I maschi lasciano pure, nelle specie ovipare , la loro semenza nelle onde ; ed è la legge fisica del peso specialmente che guida l' umor fecondante sulle ova le quali , come abbiam detto, toccarono già il fondo; ed ivi i spermatozoidi viventi compiono la fecondazione delle ovicina; dalle quali dopo alcune settimane d' incubazione veggonsi uscire i pesciolini, con sotto al ventre la vescichetta vitellina. Riassorbita questa , il pesce è ancor fanciullo e chiamasi tecnicamente *allevime* , mentre fu prima *germe*: porta un abito proprio, è ancora inetto alla riproduzione, immaturo per la mensa, e mangiato scioglie il ventre. Le femmine dei pesci scelgono per deporre le loro ova, i bassi fondi, i seni garantiti dalle correnti, le spiaggie sottili a ridosso, ove è meno sferzante il flutto, e l'acqua più ossigenata: si avvicinano per conseguenza verso terra, dove nella bella stagione veggonsi carolare a turbe nell'acqua chiara i pesciolini nati di recente. Non si può quindi calcolare quanto grave danno arrechi alla riproduzione dei medesimi lo strascico di quelle gomene e sacco di spazzamento di che abbiamo superiormente fatta menzione.

Se non che non in tutti i tempi dell' anno il pregiudizio è eguale ; e se conviene stabilire in genere un tempo al divieto, non si deve per l'altro estremo conchiuderne che siffatto genere di pesca debbasi per sempre abolire. Tutti gli autori, convengono essere in sul finire di marzo che il più dei pesci si riproducono. Il prof. Coste avendo studiato nei vivaj artificiali , le specie dei pesci più comuni su questo rapporto, trovò come se ne sviluppino in

Gennaio	3
Febbraio	5
Marzo	5
Aprile	10
Maggio	18
Giugno	12
Luglio	2
Agosto	1
Settembre	2
Ottobre	2
Novembre	6
Decembre	4

Il pesce restando allo stato di *allevime* fino a circa il 6.° mese di sua vita.

Ora quanta non fu la scienza e la previsione del legislatore nostro che dettando l' Editto memorabile del 1778, vietò dalla Pasqua, ossia dal compiuto plenilunio di marzo, a quasi tutto il settembre, la pesca delle paranze ? Dinanzi ai dati ed ai fatti raccolti dalla scienza moderna chi potrebbe fare di meglio ?

Se non che accennamo ancora essere le spiaggie sottili, ed i siti più riparati dalle correnti impetuose quelle ove di preferenza i pesci ovipari depositano la loro progenitura. Chiamansi *littorali* le specie che sieguono siffatta abitudine; mentre i *pelasgici* sfidano più volentieri lo imperversar delle onde. I littorali forniscono 36 specie circa ai nostri mercati, e sono quelli che meglio sopperiscono alla nostra alimentazione. Ora in ragione dei passi d'acqua che si ritrovano , diminuendo il numero delle immature vittime sacrificate dallo strascico della gomena peschereccia delle paranze, chiaro apparisce avere con moltissima previsione i nostri legislatori prefissa la distanza alla quale la pesca possa effettuarsi. Crediamo quindi necessario di consigliare che non solo a 30, ma sibbene a 50 passi d'acqua (m. 81), debba ogni rete di paranza essere calumata. Tale distanza, anche col tempo grosso, non toglie ai paranzellari la vista della riviera; assicura verso terra il tranquillo sviluppo dello allevime; e può facilmente conoscersi ed apprezzarsi dai pescatori , ed essere sopravveduta al bisogno dagli ufficiali dei porti e dei legni guardacoste.

Chiusa entro questi limiti di tempo e di distanza, la pesca delle paranze può fomentare perennemente l' industria del paese, e moltiplicandone ogn'anno

il prodotto, assicurare una rendita sempre crescente allo Stato, un cibo sempre sano ed abbondevole ai cittadini.

Nè è da temere che per siffatte misure restrittive sia per avvenirne manco di approvigionamenti pel consumo della popolazione; perciocchè abbiamo noi altre maniere di pesca che, o fomentate o tollerate, non cesseranno dal produrre un contingente non iscarso al bisogno nel tempo del divieto. E in fatti proprio in quel tempo vengono a visitare il nostro mare le sarde, le alici, e lo stuolo dei pesci emigratori che, seguendone la rotta, fanno lieta la pesca delle reti a tramaglio, dei palamiti e delle lenzare gittate dai palacrisi e dalle manaidi. A queste si vorrebbe dare maggior incremento, e compenserebbero il mal inteso danno prodotto dal divieto delle paranze. Arroge che la tolleranza delle sciabiche apporterà ancora al mercato altra porzion di pesce nei mesi di presuntivo maggior bisogno.

Riassumendo per tanto in poche parole tutto il fin qui discorso, portiamo opinione che s'abbia a richiamare in vigore l'editto dell'anno 1778, proibendo la pesca delle paranze nostrane e straniere dalla Pasqua di Resurrezione fino alla Croce di settembre: crediamo conveniente di portare a cinquanta passi d'acqua la distanza minima per la pesca anzidetta: stimiamo finalmente superfluo il limitare le dimensioni della maglia delle reti per quella pesca, sembrandoci che ne verrebbero effetti presso che uguali a quelli della rete attualmente in uso.

L'accademia, ad unanimità di voti, approvò le conclusioni del precedente rapporto.

COMITATO SEGRETO

La commissione composta dei signori professori, monsignor D. Barnaba canonico Tortolini, cav. Mattia Azzarelli, e cav. Lorenzo Respighi (relatore), lesse il suo rapporto tanto sul consuntivo per l'amministrazione del 1866, quanto sul preventivo pel 1867; e l'accademia, con unanimità di voti, approvò le conseguenze dei nominati commissari.

L'accademia, riunita in numero legale a un ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Volpicelli. — P. Sanguinetti. — Socrate Cadet. — G. cav. Ponzi. — E. Rolli. — S. Proia. — A. comm. Cialdi. — R. P. A. Gnglielmotti. — R. D. Chelini. — M. cav. Azzarelli. — A. cav. Coppi. — F. monsignor Nardi. — L. Jacobini. — V. cav. Diorio. — C. comm. Sereni. — B. monsignor Tortolini. — B. principe Boncompagni. — N. comm. Cavalieri S. Bertolo.

Pubblicato nel 30 di aprile del 1867.
P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Della legge onde un ellissoide eterogeneo propaga la sua attrazione da punto a punto. Memoria del prof. DOMENICO CHELINI. Bologna, 1862; un fac. in 4.°

Delle sezioni del cono, e della prospettiva nell' insegnamento della geometria analitica. Nota del MEDESIMO. Bologna, 1864; un fasc. in 4.°

Sugli assi centrali delle forze, e delle rotazioni nell'equilibrio, e nel moto dei corpi. Memoria del MEDESIMO. Bologna, 1866; un fasc. in 4.°

*Memorie dell'*ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'INSTITUTO DI BOLOGNA. Serie 2ª, Tomo VI; fasc. 1.mo

*Rendiconto dell'*ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE DI NAPOLI. Anno V; fasc. 12 – ed Anuo VI; fasc. 1°.

Ragguaglio di un triennio di Clinica medica nella REGIA UNIVERSITA' DI PALERMO; *del prof.* CARLO MAGGIORANI. Palermo, 1866; un vol. in 8.° gr.

Nuove osservazioni geologiche sulle rocce antracitifere delle Alpi; del comm. prof. ANGELO SISMONDA. Torino, 1867; un fasc. in 4.°

Bullettino Meteorologico del R. OSSERVATORIO DI PALERMO. N.i 4, 5, e 6, del 1866.

*Bullettino Meteorologico dell'*OSSERVATORIO DEL COLLEGIO ROMANO, in corrente.

Documents . . . *Documenti della* COMMISSIONE SANITARIA DEGLI STATI UNITI. Vol. 2 in 8.° – New York, 1866.

Bulletin . . . *Bullettino della Commissione* SUDDETTA del 1863, e 65. Tre volumi in uno. New York, 1866.

Illustrated . . . *Catalogo illustrato del* Museo di Zoologia comparata, nel Collegio di Harvard. N.[i] 1 e 2. Cambridge (Massachusetts), 1865.

Annual . . . *Rapporto annuale del* Museo suddetto del 1864, e 1865.

Bulletin . . . *Bullettino del* Museo suddetto del 1863.

Annual . . . *Rapporto annuale degli agenti dell'* Istituto Smitsoniano di Washington pel 1864.

Sitzungsberichte . . . *Contiresi della R.* Accademia di Monaco. Fasc. I-IV.– 1866, t. I.-Fasc. I, III, IV-1866, t. II.

Monatsbericht . . . *Contoreso mensile della R.* Accademia di Berlino. – Settembre, e Ottobre 1866.

Sveriges . . . *Ricerche geologiche in Svezia, di A.* Erdmann. 19, 20 e 21.

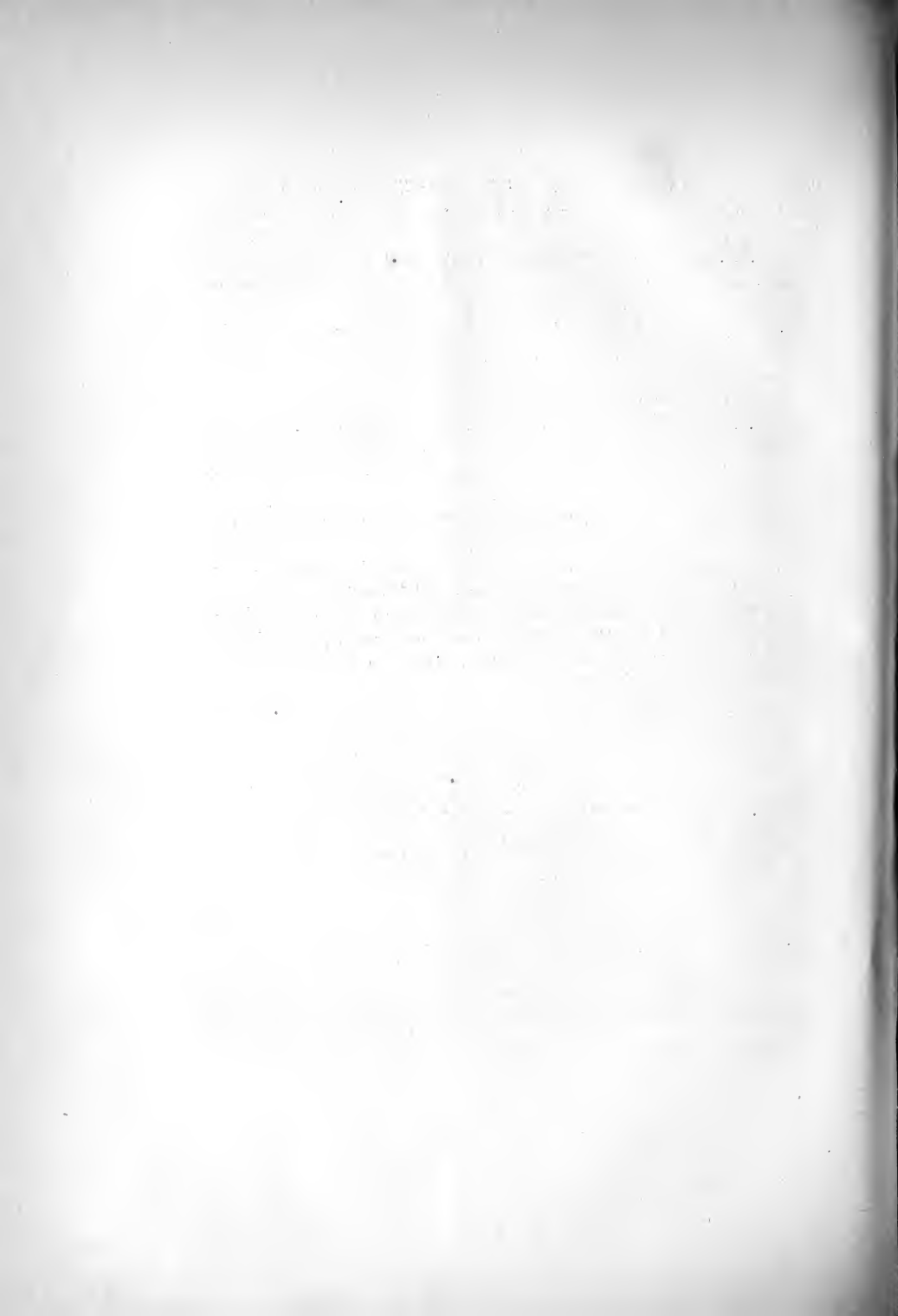
Die Bedeutung . . . *Il significato delle misure moderne dei gradi. Discorso tenuto nell'Accademia delle Scienze di Monaco, dal dott. C. M.* Bauernfaind. 1866.

Die Entnichlung . . . *Lo sviluppo delle idee nelle scienze naturali. Discorso di G.* Liebig.-1866.

Delle interpolazioni e quadrature meccaniche per gli usi astronomici. Memoria del prof. Giovanni Santini. Un fasc. in 4.° Venezia 1866.

Rapporto sugli studi, e sulle scoperte paleoetnologiche nel bacino della Campagna Romana del cav. Michele Stefano de Rossi, *con Appendice Osteologica del cav. prof.* Giuseppe Ponzi. Roma 1867: un fasc. in 8.°

IMPRIMATUR
Fr. Hieronymus Gigli Ord. Pr. S. P. A. Mag.

IMPRIMATUR
Petrus De Villanova Castellacci Archiep. Petrae Vicesgerens.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE V.ª STRAORDINARIA DEL 31 MARZO 1867
PRESIEDUTA DALL' ANZIANO DEL COMITATO SIG. PROF. SOCRATE CADET

COMITATO SEGRETO

Si comunicò, dal sig. prof. Socrate Cadet, anziano del comitato, che nelle ore pomeridiane del 22 marzo testè decorso, avvenne la morte dell' illustre commendatore Nicola prof. Cavalieri S. Bertolo, presidente assaissimo benemerito dell' accademia. Si fece conoscere altresì che il medesimo, aveva per sua testamentaria disposizione, lasciato erede l'accademia nostra.

Quindi fu letto dal segretario l' onorevole dispaccio dell' Emo. e Rmo. protettore, sig. Cardinale Altieri, circa l'amministrazione.

L' accademia fu talmente rammaricata, per la dolorosa perdita del suo presidente, che, dopo aver decretato pel medesimo un funerale, con una iscrizione lapidaria, da porsi nell'aula massima delle sue tornate, e dopo aver pregato Sua Eccellenza Rma. mosignor Nardi, a tessere l'elogio funebre del chiarissimo defunto, si sciolse immediatamente.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Volpicelli. — G. cav. Ponzi. — V. cav. Diorio. — S. Proja. — B. monsignor Tortolini. — E. Rolli. — P. Sanguinetti. — M. cav. Azza-

relli. — S. Cadet. — P. D. Chelini. — L. Jacobini. — L. cav. Respighi. — A. cav. Coppi. — M. duca Massimo — F. monsignor Nardi. — C. comm. Sereni. — R. P. A. Guglielmotti.

Pubblicato nel 30 di aprile del 1867.

P. V.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE VI.ª DEL 7 APRILE 1867
PRESIEDUTA DALL'EMO. E RMO. SIG. CARD. ALTIERI PROTETTORE DELL'ACCADEMIA

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Continuazione e fine delle Microficee delle acque minerali di Terracina
di ELISABETTA FIORINI-MAZZANTI (1).

Hydrocoleum Caput-Avis Fior-Mazz. Mss. Cespite deformato erecto, sordide viridi, 2–3 pollicibus alto; ob varia trichomata inclusa in vagina irregulari peculiarem formam sumente; saepius ad medium crasso statim attenuato, collum et caput avis e rostro linguam sursum erigentis simulante; trichomatibus in vagina communi fasciculatis, flexuosis, intricatis; substantia gonimica aut in annulis irregularibus, aut varie interrupte disposita; propria vagina effoeta hyalina, $0,^{mm}010$ ad $0,^{mm}012$ metiente, subtilissime longitudinaliter striata. Fig. 1. *b. c.*

Hab. In aquis mineralibus Terracinae.

Oss. Specie veramente bizzarra da me trovata in sufficiente copia una sol volta alla prima sorgente delle acque solforoso-ferruginose di Terracina fuori della porta Napoletana, quasi di fronte all'eccelsa e pittoresca rupe, quivi denominata *Pischio Montano*. La dico prima sorgente, tale essendo tra le scoperte; ma dovunque se si scavasse lungo la scogliera sottoposta alla strada,

(1) Vedi questi Atti della sessione V, dell'anno XVI, del 12 aprile 1863.

ne apparirebbero del pari, giù scorrendo esse acque dalle sovrapposte rocce. Che io poi non l'abbia più trovata non è meraviglia, dappoichè cresciuto il concorso degli attingenti quelle acque, ogni vegetazione venne guasta e distrutta.

Spirulina pulchella Fior-Mazz. Mss. {Vivide mobilis; trichomatibus tenerrimis, laete viridibus, laxe intricatis diam. 0,006 ad 0,mm008 metientibus; a substantia gonimica prius spisse lineatis, endochromatibus punctiformibus lateralibus, serius in cellulas globosas alterne collapsis; anfractibus plus minus densis, quandoque in spiris anguis instar convolutis. Fig. 2. *b*. *c*.

Hab. Terracinae super saxis ad scaturigines aquae sulphuratae in stratubus exiguis, aut in filamentis rarioribus alias inter Algas commixta, praecipue inter *Calothricem De Notaris*, et *Oscillariam dissilientem*.

Symphyosiphon cyanescens Fior-Mazz. Mss. Cespitulis subtomentosis, parum effusis, aut orbicularibus, albo-cyanescentibus; trichomatibus a basi ad medium circiter fasciculatim concretis, dein liberis arcuato-intricatis, hinc inde lamellosis; interne minute annulatis; vagina e substantia gonimica effoeta hyalina; striolis longitudinalibus aegre conspicuis, diam. 0,mm013 metiente. Fig. 3.

Hab. Anxure in scopulis aqua marina et minerali madefactis, una cum *Amphora ballosa*.

Schizosiphen lasiopus Kütz.
Hab. Ut supra ad scopulos aquis mineralibus et marinis madefactos.

Drilosiphon julianus Kütz. *Scytonema julianum* Menegh.
Ut supra in aquis sulphuratis.

Rhynchonema vesicatum Kütz.
Hab. Ut supra in consortio *Drilosiphonis juliani*.

Cocconeis scutellum Smith.

Nilzchia purvula ejusd.
Hab. Ut supra alias inter Algas.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. Grandezza naturale dell' *Hydrocoleum Caput-Avis*.
b. c. Filamenti del medesimo ingranditi di 500 diametri.

Fig. 2. *b. c.* Filamenti della *Spirulina pulchella* ingranditi di 750 diametri.

Fig. 3. Vagina del *Symphyosiphon cyanescens* ingrandita in diametro di 750 volte.

COMUNICAZIONI

Don Baldassarre dei principi Boncompagni, presentò in dono, da parte dell'autore sig. M. Steinschneider, una nota in idioma tedesco, sulla storia delle scienze matematiche del secolo XII, intitolata: Abraham judeus-Savasorda e Ibn Esrd.

COMITATO SEGRETO

L'accademia, dietro l'invito dell' Emo suo protettore, venne per mezzo di schede alla nomina del suo presidente. Il risultamento di questa votazione, i votanti essendo ventitrè, fu come siegue:

	Voti
Sig. Duca D. Mario Massimo.	18
Sig. prof. Carlo comm. Sereni.	1
Sig. cav. Benedetto prof. Viale	1
Monsignore Don Barnaba canonico Tortolini. .	1
Don Baldassarre dei principi Boncompagni . .	1
R. P. Angelo Secchi	1

Per conseguenza, il sig. Duca Don Mario Massimo risultò eletto presidente.

Dopo ciò, l' Emo. protettore dell'accademia, fece leggere al segretario, una lettera del sig. Duca Massimo, colla quale il medesimo dichiarava, che per plausibili ragioni, non poteva accettare l'onore, che l'accademia gli conferiva, col nominarlo suo presidente.

L'accademia tuttavia, sperando rendere senza effetto la indicata rinuncia, nominò una commissione, composta dell'intero comitato, di monsignor Nardi unitamente al sig. professore Benedetto cav. Viale onde pregasse l'onorevole sig. Duca, perchè accettasse la carica di presidente de' Nuovi Lincei.

CORRISPONDENZE

Il sig. prof. Domenico Piani ringrazia l'accademia, per averlo nominato suo corrispondente italiano.

Il sig. Littrow, a nome dell'I. osservatorio di Vienna da esso diretto, ringrazia per gli Atti dell'accademia nostra ivi giunti.

Il bibliotecario della società reale delle scienze di Upsala, ringrazia per lo stesso motivo.

Il sig. E. Fries annunzia l'invio del vol. 6.°, fasc. 1, dei nuovi atti della R. società delle scienze di Upsala.

Il segretario presentò in dono, da parte dell'autore sig. ingegnere Serra-Carpi, una sua nota, che ha per titolo « Applicazione del pendolo alla determinazione dei pesi specifici.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

B. cav. Viale — Socrate Cadet. — G. cav. Ponzi. — A. cav. Coppi. — P. Sanguinetti. — E. contessa Fiorini — E. Rolli. — S. Proia. — B. monsignor Tortolini — P. Volpicelli. — M. cav. Azzarelli. — C. comm. Sereni. — V. cav. Diorio. — A. comm. Cialdi. — L. cav. Respighi — L. Jacobini. — R. D. Chelini. — B. principe Boncompagni. — R. P. A. Guglielmotti. — L. comm. Poletti. — F. monsignor Nardi. — O. Astolfi.

Pubblicato nel 30 di aprile del 1867.
P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

*Rendiconto dell'*Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Febbraio 1867.

Intorno alla teoria del moto permanente dell' acque nei canali, e nei fiumi, con alcune applicazioni pratiche alla stima delle portate ed ai rigurgiti. Nota del prof. D. Turazza. Un fasc. in 4.° Venezia, 1862.

Del moto di un corpo rotondo pesante, fisso ad un punto del suo asse di figura, oppure giacente sopra di un piano. Nota dal medesimo. Un fasc. in 4.° Venezia, 1863.

Appendice alla nota del moto di un corpo suddetto, del MEDESIMO. Un fasc. in 4.° Venezia, 1864.

Di alcune proprietà relative agli assi di rotazione di un sistema rigido. Memoria del MEDESIMO. Un fasc. in 4.° Venezia, 1864.

Intorno agli assi principali, ed agli assi permanenti in un sistema rigido qualunque. Memoria del MEDESIMO. Un fasc. in 4.° Venezia, 1865.

Esame del progetto dell'ingegnere ispettore Gedeone Scottini, esteso allo scopo di regolare le acque delle provincie alla destra del basso Po; del MEDESIMO. Un fasc. in 4.° Bologna, 1866.

Applicazione del Pendolo alla determinazione dei pesi specifici; Invenzione di GIUSEPPE *dott.* SERRA-CARPI *(Circolare scientifica).*

Traité . . . *Trattato di medicina legale e di giurisprudenza della medicina di A.* DAMBRE. Un fasc. in 8.° Brusselle. 1867.

Nova Acta REGIAE SOCIETATIS SCIENTIARUM UPSALIENSIS. Seriei Tertiae. Vol. VI. fasc. 1.° 1866.

Monatsbericht . . . *Bullettino della R.* ACCADEMIA DI SCIENZE PRUSSIANA. Novembre 1866.

Sitzungsberichte . . . *Atti della I. R.* ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI VERONA. Fasc. dal 2-6. Febbraio–Giugno. Vienna, 1866.

Sitzungsberichte . . . *Atti della R. I.* ACCADEMIA SUDDETTA. (Classe di scienze matematiche e naturali. – *Nuova serie*) dal gennaio al giugno 1866.

Archiv . . . *Archivio della I. R.* ACCADEMIA SUDDETTA. Fasc. 35 e 36. – Vienna, 1866.

Fontes rerum austriacarum. Fasc. 7.° e 25.°. Vienna 1866.

Sitzungsberichte . . . *Atti della I. R.* ACCADEMIA SUDDETTA. (Classe filosofica-istorica). Fasc. 1, e 2–4. Vienna, 1866.

Almanach . . . *Almanacco della I. R.* ACCADEMIA SUDDETTA pel 1866.

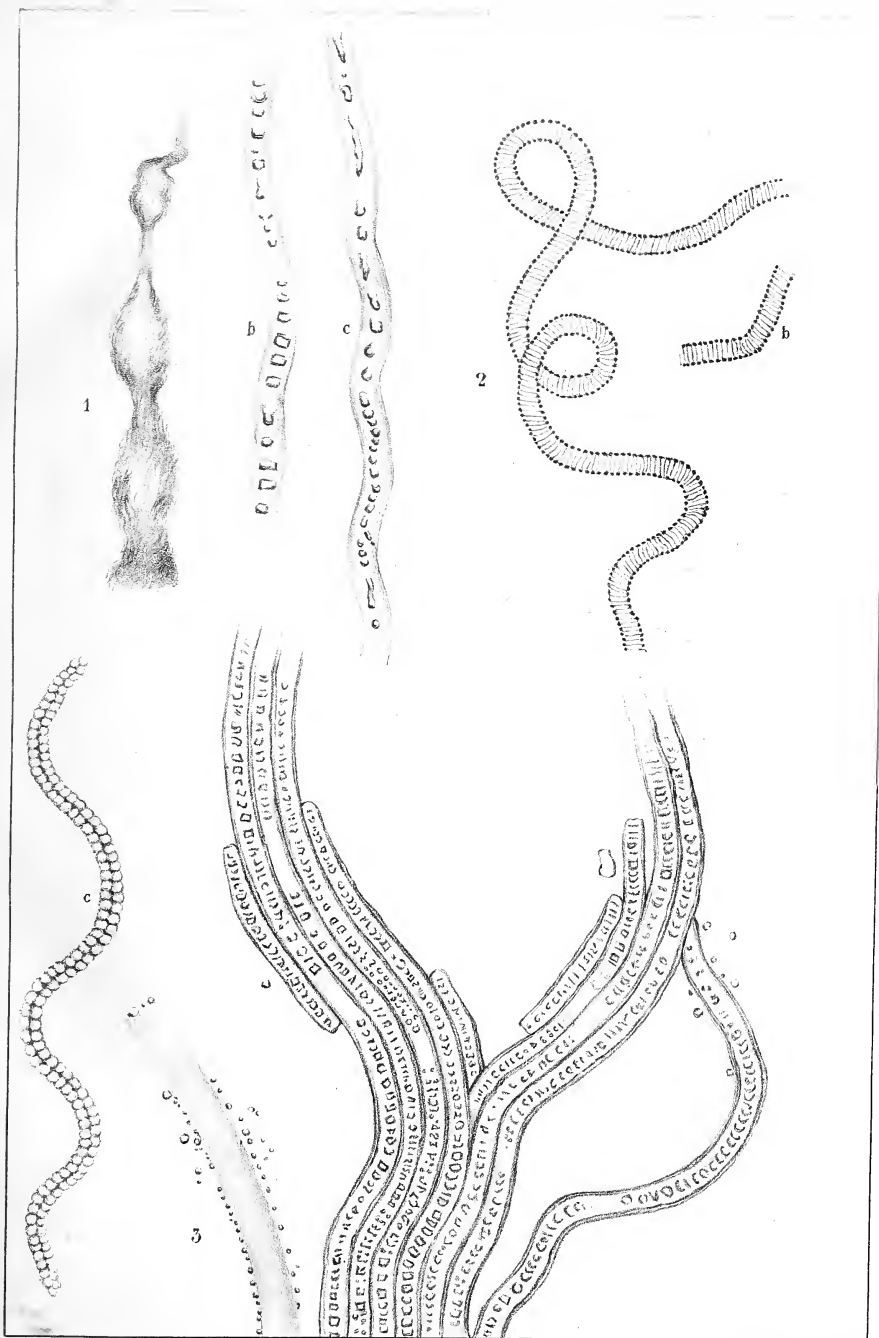
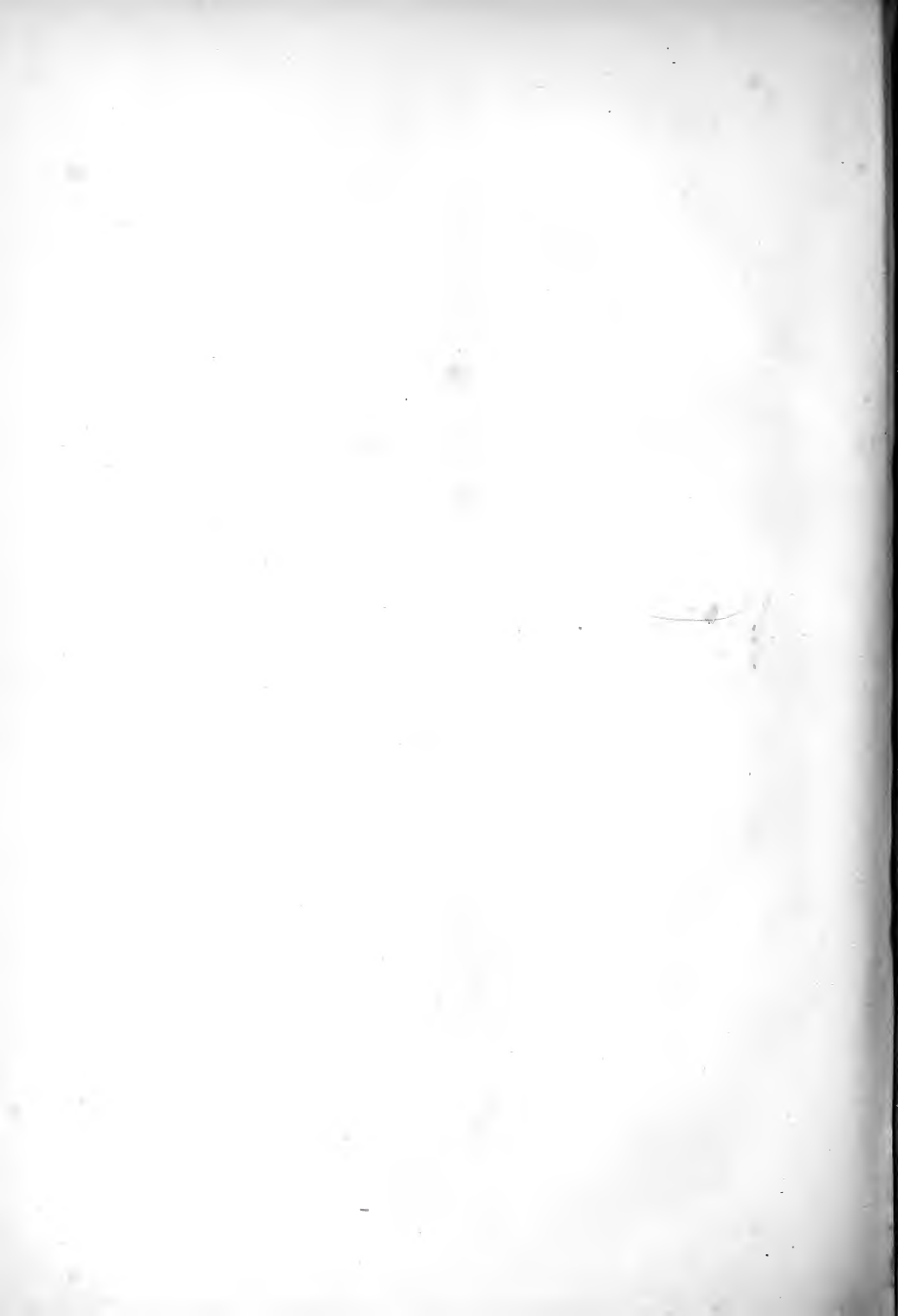
Comptes . . . *Conti resi dell'*ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL'IMPERIALE ISTITUTO DI FRANCIA in corrente.

Nuove osservazioni intorno la causa dell' indocolera – la preservazione da esso per emanazione sulfurea moderata – l'efficacia del solfuro nero d' idrargiro a trionfarlo; e l'efficacia di questo solfuro a trionfare alcune malattie dell' apparecchio urinario. Lettera II. del prof. SOCRATE CADET. Roma, 1867; un fasc. in 8.°

IMPRIMATUR
Fr. Hieronymus Gigli Ord. Pr. S. P. A. Mag.

IMPRIMATUR
Petrus De Villanova Castellacci Archiep. Petrae Vicesgerens.

C.te E. Fiorini dis.

Roma Lit. Danesi

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE VII.ª DEL 22 APRILE 1867

PRESIEDUTA DALL'EMO. E RMO. SIG. CARD. ALTIERI PROTETTORE DELL'ACCADEMIA

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Elogio funebre di Nicola Cavalieri San Bertolo, commendatore dell'O. P. di s. Silvestro, presidente del collegio filosofico nell' università romana, del consiglio d'Arte, e dell'accademia de' Nuovi Lincei. Detto da mongnor FRANCESCO NARDI.

Se l'alta stima, e il caldo affetto bastassero, Colleghi illustri, Signori spettabilissimi, io non dubiterei che oggi le mie parole fosser degne del defunto, e di voi. Poichè, o Signori, chi conobbe quest'uomo, e non l'amò? Chi assistette anche alla sola sera di questa nobilissima vita, e non ammirò quel potente e fecondo ingegno, quel vasto e sicuro sapere, e più ancora quella modestia che copriva sì grandi meriti, quella franca lealtà che ti mettea subito nell'animo la certezza del vero, e quella dignitosa affabilità egualmente lontana dal fasto che offende, e dalla piacenteria che disgusta? Tali intelligenze sono rare, o Signori, e tali cuori sono più rari ancora, e quando noi li vediamo scendere nella tomba, un dolore profondo ci stringe, perchè rivolti all'altra parte del nostro orizzonte non vediamo già levarsi tali astri, che ci compensino di quelli che tramontano. Se non che, o Signori, il dolore non basta; ingegno vorrebbersi e conoscenze pari all'alto soggetto, senza le quali il salire a questo luogo mi sarà forse non ingiustamente imputato a temerità. Due pensieri però mi riconfortano; il primo si è che con tal uomo l'arte non è costretta a ripiegarsi, direi quasi, sopra se stessa, cercando nell' artificio delle parole ciò che manca nei fatti; l' altro pensiero si è la vostra indulgenza, che invoco fervidamente.

Nicola Cavalieri San Bertolo Patrizio Comacchiese, Commendatore dell'Ordine Pontificio di S. Silvestro, Presidente del Collegio filosofico, del Consiglio d'arte, e dell'Accademia de' nuovi Lincei, professore emerito di architettura statica e idraulica nella nostra Università, nacque in Civitavecchia il 30 decembre 1788. Fu detto, o Signori, che noi Italiani, siamo troppo municipali; io credo l'accusa ingiusta, ma se in alcuna parte fosse vera, credo non avremmo ad arrossirne. Chi ha tali municipii, come Italia, penso che abbia altresì alcun diritto di amarli, anche se non portino i nomi gloriosi di Roma, Firenze, Pisa, Venezia, Milano, Genova, Napoli. Così per esempio quella modesta città, che non conta forse oltre 8,000 abitanti, fu patria, oltrechè al nostro Cavalieri, ad una lunga serie di uomini distinti, e di parecchi chiarissimi, de' quali il celebre Manzi nato anch'esso colà raccolse in una sua opera i nomi ed i meriti. Nè quel suolo si è insterilito; il primo degl' incisori italiani, il Calamata, e due de' più valenti scrittori italiani di cose marittime, il colonnello Cialdi, ed il P. Guglielmotti, ne sono prove viventi e irrefragabili. E invero, o Signori, se molta ragione del misterioso svolgimento dell'anima è negli organi che le ministrano, senza i quali starebbe nel mondo come straniera, noi intenderemo facilmente come queste forze preziose che un pigro aere, e un triste cielo addormentano, vengano invece ridestate, cresciute, direi quasi moltiplicate dallo splendido sole, dall'aura vivace, dal suolo ridente, e dall' interminato orizzonte del mare su cui spazia senza confini quest' occhio, e questo spirito, al quale ogni confine è odioso. Però il soggiorno del Cavalieri su quella spiaggia amena non passò i due lustri. La madre Giovanna Costa era Civitavecchiese; ma il padre Giambattista non istava colà, che come ufficiale del presidio pontificio, argomento allora di onore più che di necessaria difesa, perchè il diritto vegliava alle frontiere degli Stati, e profonda era la riverenza alle somme chiavi nelle genti cattoliche. Per le vicende, a cui la milizia va soggetta, la famiglia del nostro Nicola sul finire del secolo tramutossi da Civitavecchia a Roma, poi di qua a Comacchio, dove avea già prima stanza antica e onorata. Colà Nicola divenne alunno del Seminario vescovile, e con grande amore studiò i classici latini ed i nostri, che poi gli rimasero famigliari per tutta la vita. Fra essi preferì que' due sommi, che agli animi elevati più altamente ragionano Virgilio e Dante; onde non era infrequente udirlo sino ne' più tardi suoi anni ripetere, quando ne fosse giusta occasione, quei versi che non hanno gli eguali. Questo amore ai buoni studii veniagli rinfiammato da un suo con-

giunto, che da loro avea tratta non poca gloria, il celebre Appiano Bonafede, o se vogliamo col suo nome arcadico Agatopisto Cromaziano, il quale con modi a dir vero non sempre caritatevoli, ma vigorosi, e in ogni caso condegni, frustò colla penna il gran frustatore di quei tempi Giuseppe Barretti. Tempi beati, o Signori, in cui si disputava sui meriti degli Arcadi e dei Subarcadi, e su tal nome o pronome! Che se ora la politica, l'economia pubblica, la terribile arte della guerra occupano tutte le lingue, e tutte le penne, se ora tutti sono deputati, ministri e capitani, almeno vorrei che non impallidisse nella nostra terra quella fiaccola delle lettere classiche, di cui fummo due volte maestri all' Europa; vorrei che questa sacra latinità, che sola può salvare la nostra lingua dall' invasione francese, seguisse a mantenersi il primo cibo dell' intelletto italiano; vorrei che si smettesse la insensata pretesa di saper scrivere con decoro senza essere nudriti di quelle lettere, senza le quali non vi avrà mai nè grazia, nè potenza di stile, ma piuttosto un barbaro pedestre, ignobilissimo scrivacchiare francesemente, il quale se dovesse crescere e trionfare, finirebbe col falsare la più bella fra le lingue, che abbia parlato l' umanità. Suol dirsi invero che l' alloro letterario è sterile; non è male che lo sia, o Signori; ciò gli accresce decoro, e allontana gli animi volgari, pei quali le lettere non sono fatte. Ma è poi vero che sia sterile? Uno stile se non eloquente, almeno chiaro, corretto e puro non è forse la prima condizione di ogni lavoro anche scientifico, che voglia esser letto, e durare? I nostri antichi, e con essi il Cavalieri il sapeano, e l'amore ai classici studii rimase in lui come una seconda religione profondamente radicata nell'animo per tutta la vita, ritraendone quella dicitura spontanea, e quella notevole purezza di lingua che domina in tutti i suoi scritti. Alle lettere aggiunse la loro madre e maestra la filosofia, vero faro in ogni scienza umana, e forse fu dessa che svegliò in lui altro e più potente amore, che divenne quello della sua vita. Come Biagio Pascal, col quale ebbe molte cose comuni, così il Cavalieri, al primo Euclide che gli venne alle mani, sentì sorgere la sua vocazione, e decidersi il suo avvenire. Le scienze matematiche, le quali hanno sopra le altre il privilegio d'impadronirsi affatto dell'uomo, e assorbirne, direi quasi, ogni pensiero e ogni affetto, divennero e rimasero la mira della sua intelligenza, e la ragion principale della sua gloria. Ne percorse i primi studii in Comacchio, poi a Ferrara, dov' era un ottima scuola di scienze fisiche e matematiche. Gli furono maestri di geometria il Genta, di architettura il Foschi, di fisica il Muratelli, d' idraulica il

Donati, tutti uomini chiari, e della patria benemeriti. Quali fossero i progressi del giovine Cavalieri il dimostra meglio che ogni parola, il vederlo appena uscito dalle scuole scelto dal celebre Guglielmini suo ripetitore nella cattedra di calcolo sublime a Bologna, e poco dopo dal ministro dell' interno del regno d' Italia fatto pubblico maestro di matematiche in quella università. E sapete o Signori, qual'era l'età del Cavalieri ripetitore del Guglielmini, e maestro di matematiche nell' università di Bologna? Ventun'anno! Tenne il pubblico insegnamento sino a che, mutatesi le condizioni politiche, ebbe dalla restaurata dominazione pontificia l'altro, certo non men grave officio, d' ingegnere distrettuale nel basso Po. Questo più nobile dei fiumi italiani è però insieme il più difficile a reggere, e ciò sovrattutto laddove arricchito da tutti gli affluenti volge tardo e grosso al vicino mare. Tutti sanno come nelle sue terribili piene il gran volume delle acque stia qua e là sospeso sopra la circostante campagna, così da minacciare ad ogni istante la distruzione. Al Cavalieri stava dunque confidata la salvezza di quel fertile e vasto paese, che dalla destra del Po va sino al mare, quindi tutte le strade, e canali, e porti, e rive sia del maggior fiume, sia di quegli altri che a lui si associano, formando quella fitta rete di vie d' acqua e di terra, che non ha forse altro riscontro in tutta Italia. Governar quelle difficili acque, impedirne i guasti, trarne sapiente profitto per l' agricoltura e il commercio, prevenire soprattutto le spaventose catastrofi, che sotto il nome di *Rotte* spargono la rovina e la morte, fu il difficile ministero a cui attese, sinchè la voce del sapiente Pontefice Pio VII lo chiamò a maggior mole di lavoro, nominandolo ispettore nel corpo degli ingegneri residente in Roma, perchè di qua dirigesse tutte le opere nazionali di acque e di strade. Quando esso ricevea questo gravissimo incarico non avea ancora trent'anni; pur seppe guadagnarsi in breve l'animo di tutti, disarmando colla sua modestia quella vigile e fiera nemica d'ogni merito, che appellasi invidia. D'altronde non coll'assiduo sollecitare, nè coi facili ossequii, nè colla spesso fortunata adulazione apriasi la via, ma con fatti, dei quali era impossibile negare, od anche sminuire il valore. - All'opera assidua del suo ministero aggiungeva di tratto in tratto quella men diretta, ma più largamente utile, dello scrittore. Primo lavoro che desse alle stampe fu un (1) Saggio di un metodo analitico per la stima dei terreni

(1) Saggio d'un nuovo metodo analitico per la stima dei terreni ecc. di Nicola Cavalieri San Bertolo, ingegnere in capo, sotto ispettore delle acque e strade, e professore di architettura statica e idraulica nella pontificia scuola degli ingegneri. Roma 1821.

scritto sapiente che dava un modo facile e sicuro in argomento difficilissimo, nel quale la sagacia degli Italiani, che ne furono maestri all'Europa, fu messa al più duro cimento. Il Cavalieri traccia una via razionale, su cui più tardi egli dimostrò coi fatti quanto si possa operare. Ma non fu che un preludio di ciò ch'ei sapeva e poteva; questo apparve pochi anni dopo, nel 1828, in quell' opera che trasmetterà il suo nome alla più tarda posterità. Le Istituzioni di architettura statica e idraulica del Cavalieri furono allora un prezioso benefizio per l' Italia, e formeranno per sempre un' ampia conserva a trarne utilissimi insegnamenti (1). Darne un' idea anche leggiera sarebbe abusare della vostra tolleranza, e far cosa d' altronde inutile per gran parte di voi, ai quali quei volumi sono o famigliari, o almeno assai conti. I lavori di terra, e massime quelli degli argini così necessarii in un paese trascorso da acque subitanee e impetuosissime, i modi di costruirli, mantenerli, ripararli, rifarli, quindi le strade, queste arterie e vene della vita sociale, mentre aveano dall'ufficio del Cavalieri quella sapiente ed ampia costruttura, che tutti ammiriamo nello Stato Pontificio, riceveano nella prima parte di quest' opera le teorie ed i precetti più sapienti. Da questi viensi a trattare delle costrutture in legname e ferro, principali elementi di ogni edifizio umano, e di essi è esposta ogni ragione e regola dall' istante in cui sono recisi dal bosco, o cavati dalla miniera, sino a quello in cui fondano, sorreggono, coprono, adornano i privati e pubblici edifizii. Quanto può e deve sapersi dalla fibra moleculare del vegetabile, o del metallo, qual' è dato dalla natura sino alla lenta e irresistibile azione che il tempo avrà usata su di essi dopo gli anni ed i secoli, tutto è in queste pagine sapienti esposto con un' ordine ed una precisione ammirabile, alla quale nulla puoi aggiungere, e nulla tôrre.

Invero scrivendo il Cavalieri innanzi al 1828 non potea darci le meraviglie create poi dallo Stephenson, Brunell, Cockerell, Erricson, Baird, Everett, Esherwood, Low, Sommeiller, Talabot, Play, Paleocapa, Brighenti. Il Cavalieri avea ben veduto costruirsi strade sul dorso delle più alte Alpi a 8,000 piedi dal livello del mare, e scavarsi gallerie meravigliose, e gittarsi ponti pensili, sotto i quali potea passare liberamente un vascello da

(1) Istituzioni di architettura statica e idraulica di Nicola Cavalieri San Bertolo ingegnere superiore nel corpo di acque, e strade, e professore nell'Archiginnasio romano della Sapienza, Bologna vol. 1, 1828, vol. 2, 1829.

linea; anzi conosceva e lodava i primi saggi delle vie ferrate. Ma che si sarebbero traforate le stesse Alpi, così che il carro portentoso correrebbe non interrotto da Roma a Vienna, a Parigi, a Berlino, a Pietroburgo, anzi che questa stessa Italia, che esso trovava affatto sprovvista di tali vie, ne sarebbe ora traversata da una rete continua da Susa a Taranto; che a fianco del ponte sospeso di Menai, che esso descriveva ammirando, se ne sarebbe edificato un'altro tubulare assai più stupendo; che la macchina di Fulton correrebbe tutti i mari, facendo America soli 10 giorni lontana da Europa; che in alcuni istanti si potrebbe trasmettere il pensiero umano da una sponda all'altra dell'Atlantico, quindi in poche ore traverso tutta America, e traverso tutta l'Asia vincendo il viaggio del sole; che un fluido aeriforme allora quasi ignorato, schiarirebbe le tenebre notturne; e che la pressione idraulica e la potenza sconfinata del vapore trionferebbero di presso che tutte le difficoltà della Statica e della Meccanica, il Cavalieri non lo avea mai veduto, nè potea dirlo. Ma se non era profeta, era sapiente; e il carattere della vera sapienza si è non solo di raccogliere, ordinare, e far utile quanto di buono ha il presente, ma di schiudere altresì le porte dell'avvenire, e prepararlo e affrettarlo, e ciò fè il Cavalieri nella prima parte della sua opera. La seconda poi non ha cosa che sia antiquata, anzi starei per dire che non sia eterna, massime dove parla delle costrutture murali in tutte le loro parti, dall' imo delle fondazioni sino al sommo delle volte. Invero qui i Romani antichi e moderni nulla hanno da apprendere, ma molto da insegnare. E benchè nè essi, nè noi, lo confesseremo volentieri, non sappiamo far uscire dalla terra interi sobborghi in pochi mesi, pure in compenso mostriamo ancora vigorose le costrutture laterizie del tempo dei Re e dei Consoli dopo 15 o 20 secoli, e intatte stanno dopo 6 o 700 anni le mille opere prodigiose dei papi, mentre altrove mura bianchissime, e appena finite, si scassinano, si sgretolano, si fendono, e cascano, così che non sai che cosa troveranno i più tardi nepoti di tutti quegli splendidi fabbricamenti. L' argomento delle macchine e manovre architettoniche, e quello della stima de' lavori dipendenti dall' arte dell' ingegnere, sono anch'essi trattati magistralmente; ma dove il genio del Cavalieri mi parve levarsi a più ingegnosi concetti, fu nella condotta delle acque. Formatosi alla scuola de'grandi Lombardi del XVI secolo, fecondò col suo studio i preziosi semi che di qui germineranno anche alle più tarde età, perchè se i modi potranno variare, i principii e gli elementi rimarranno immutati.

L' opera del Cavalieri si diffuse subito per tutta Italia accrescendogli grande stima, e valendogli la chiamata all' insegnamento dell' Architettura statica e idraulica nella nostra Università, cui Leone XII aggiungendo il Cavalieri, diede a Roma e allo Stato uno dei maggiori benefizii, che un Sovrano non può spesso, neppur volendolo, compartire a' suoi sudditi, quello di un' ottimo maestro. Egli e il Venturoli divennero realmente i ristauratori della scienza idraulica fra noi, scienza che dopo aver creato maraviglie, erasi per colpa dei tempi alquanto offuscata. Profittarono sapientemente di questo, direi quasi, rinascimento i Pontefici successori a Leone, e affidarono al Cavalieri quel portento che Roma antica legò alla moderna a imperituro testimonio della sua grandezza, gli acquedotti. Nove rivi, dei quali alcuno poteva paragonarsi ad un fiumicello, recavano sovra archi o sotterra il tributo delle loro acque all'antica Roma. Le incursioni dei barbari, e le ingiurie del tempo altro non ci lasciarono di sei, che le solenni ruine; anzi quei tre stessi, che ora la alimentano, eransi guastati e impoveriti nei due primi decennii di questo secolo, quando Roma priva del suo Pontefice, e ridotta a provincia, vedea l'erba crescere nelle sue strade, e a secco le sue cento maravigliose fontane. Rifare quelle lunghe vie d' acqua, e reintegrare l'opera più grandiosa di Roma in modo degno di lei, tal fu il còmpito confidato dai pontefici al Cavalieri; còmpito, che egli adempì con tale sapienza, da meritarsi un nuovo e più geloso uffizio nella distribuzione entro Roma dell'acqua Felice. Quest' acqua sebbene ceda in eccellenza all' altra che non ha uguale, è però la più preziosa, poichè sgorgando in più alto luogo, può sola dissetare le parti più elevate di Roma cisteverina, dando alimento e vita all' Esquilino, al Viminale, al Quirinale, e al Capitolino. Soddisfare ai pubblici e privati bisogni resistendo alle ingiuste pretensioni, provvedere al pubblico decoro e insieme alla privata economia, ornare e giovare ad un tempo, fu la difficile opera, cui per lunghi anni attese il Cavalieri, vincendo enormi ostacoli colla sapienza dell'arte, e coll' imparziale equità del suo animo. Incredibile, ma pur vero, o Signori, ed elogio non solo del Cavalieri, ma insieme della sua età! qui dove trattavasi di dare o negare a centinaia di famiglie la prima richiesta, l'acqua potabile, di non ledere alcun diritto, ma altresì di non favorire a danno di tutti la privata cupidigia di alcuni, il Cavalieri ebbe lode universale, così chè la sua sistemazione dopo 30 anni resta qual venia da lui stabilita.

Compiuto qnesto lavoro, altro più grave e difficile gli venne affidato, la revisione del censimento dello Stato Pontificio. È il censimento, com'è noto, la prima base d'ogni retto ordinamento finanziario, poichè se non v'è Stato che regga senza pubbliche gravezze, se la giustizia egualmente che la buona economia e politica ne vogliono l'equo riparto, nè questo può mai esser tale, dove non corrisponda esattamente alla rendita, ognun vede che tutti i principii d' un buon governo collimano nella giusta estimazione dei terreni. Ma qual opera , o Signori ! L' esame geologico del suolo , e l' agronomico delle coltivazioni, le testimonianze degli esperti, e quelle degli uomini del luogo , le misurazioni geodetiche, e i confronti colle terre vicine, gli atti giudiziarii, e i prezzi delle locazioni e delle vendite, tutto questo è già enormemente difficile a raccogliersi, e pur tutto questo non basta. Dove concorrono elementi così disparati, dove tanti interessi contrarii si urtano in maniera così diretta e perenne , il vero non è facile a sceverarsi dal suo contrario. I Pontefici Pio VI e VII , Leone , Gregorio, e Pio IX poser tutti l'animo a condurre a fine tanta mole di lavoro per tutto lo Stato Pontificio dal Po al Garigliano, ritraendo in carte e in valori tutta quella nobilissima terra , cuore d' Italia , corona e difesa di questa sacra Roma. Errori erano inevitabili, e vi furono; anzi ci furono errori persino nelle correzioni. Ma se noi paragoniamo il censimento pontificio qual divenne per le cure indefesse e sapienti d'un principe della Chiesa (1), il cui nome rimarrà eternamente unito a quest' opera gigantesca, riconosceremo che anche quale sta , benchè non compiuto in ogni parte per colpa degli avvenimenti, sostiene non solo il confronto d'ogni altro in Europa , ma forma veramente una delle glorie del pontificato civile. Al quale, o Signori , è in uso rinfacciare perpetua inimicizia ad ogni progresso e miglioramento sociale, quasi che gli stupendi campi dell'Emilia, e il paradiso dell'Umbria e delle Marche , e le pestilenziali paludi pontine mutate in ricchissime campagne, e l'agiatezza del contadino maggiore che in molte altre parti d' Italia non fosser prove abbastanza irrefragabili del contrario. Che se tutto non è così qual vorremmo , se alcun tratto potrebbe assai più utilmente biondeggiare di messi, o verdeggiar di vigneti, anzichè offrire pastura a mandre vaganti, non credo che possa apporsi ad un governo, il quale sotto

(1) Breve memoria sui Catasti dello Stato Pontificio , non che sui lavori desunti dal materiale censuario per cura della presidenza del Censo (Emo Card. Bofondi) umiliata alla Santità di N. S. Papa Pio IX nel decembre 1862.

Sisto IV, Clemente VII, Paolo V, Pio VI e VII per la coltura dell'agro romano diè leggi così rigorose, da varcare quasi i confini del rispetto alla proprietà (1). Il governo pontificio, o Signori, ed è bene ripeterlo oggi altamente e a tutti, adempì nobilmente e sapientemente anche in ciò il suo mandato; ma non è il governo che deve seminare o piantare, nè farsi fabbricatore o negoziante, nè frammettersi colla sua azione a quella dei privati; e non è giusto addossare altrui le proprie colpe, e far pubblica la privata negligenza di chi potrebbe fare, e non fa. Verrà tempo, o Signori, quando calmate le passioni, giustizia riprenderà il suo impero; e allora molte cose che ora alle menti o guaste, o troppo corte sembrano vere, perchè le odono e leggono tutti i dì da tutte le parti, e talvolta anche da tali uomini, dai quali meno sarebbero ad aspettarsi, verrà tempo, io dicea, che simili accuse saranno ben diversamente giudicate dalla vera storia, poichè il giudizio di Dio anche sopra la terra non si compie in un giorno.

Perdono, illustre amico, se obliava per un' istante le tue ceneri, e il tuo nome! Nol feci che per ripetere i tuoi sensi di leale divozione al Principe, di rispetto e d' onore a tutti gli ordini sociali, ma insieme di amor vero e forte alla giustizia e alla patria.

Dal censimento pontificio condotto dopo il 1842 in gran parte dal Cavalieri non ebbe soltanto vantaggi la pubblica e privata economia, ma insieme le conoscenza geografica e corografica d' Italia, la quale per le mappe catastrali e le belle carte che ne uscirono, può dirsi ora compiuta dalle Alpi al Garigliano. La carta Cassiniana di Francia venne continuata sull'istessa scala, e con tal precisione, che potrà essere imitata, ma vinta non mai.

Tali meriti furono ricompensati condegnamente dall'augusto nostro Pontefice appena salito al trono col nominare il Cavalieri presidente a vita del Consiglio d'arte nel luogo del professor Venturoli, che finia la sua mortale carriera. Questi due uomini, ai quali Italia e Roma devono tanto, professavano le stesse scienze, erano da circa tre lustri colleghi nello stesso Consiglio e nella stessa Università, e godeano fama uguale, o poco diversa nelle medesime scienze.

(1) Sisto IV dispose: « che fosse lecito a chiunque di seminare nella terza parte delle » tenute dell'Agro Romano, e delle confinanti provincie del Patrimonio, e di Marittima e Campa- » gna, a propria scelta, costringendo il possessore a concederle per mezzo del Tribunale, » rimessa al giudice la facoltà di destinare il terreno ed il canone o livello da pagarsene». Vedi Const. Clementis VII Ad sacram X cal. Maji 1523 num. 1 e 2. Estratto dal discorso del nostro illustre e benemerito Ab Coppi sull'Agricoltura dell'Agro Romano Num. 82.

Ebbene mai un ombra d' invidia fra loro , ma accordo e amicizia costante. Ah ! Signori quando gli uomini sanno levarsi al di sopra di queste basse nubi delle passioni alle regioni sempre serene del vero e del giusto, ciò accadrà sempre, ma sventuratamente a pochi bastan le ali per giungere lassù.

Volsero quindi gli anni procellosi 48 e 49. Quanto il miglior dei Pontefici volle fare e fece di bene fu volto a stromento del suo contrario. La partecipazione ad alcun diritto sovrano concessa ai sudditi, mentre riempiva di riconoscenza gli animi retti, fornì ai sovvertitori il modo di rapirgli la più sacra delle corone. Si opposero i buoni, ma la tempesta facendosi sempre più gagliarda, accadde che non pochi fra questi smarrisser la via, e sperando di salvare dagli estremi mali il paese che amavano , continuassero a sostenere alcun pubblico officio anche sotto gli usurpatori. Tra questi, o Signori, fu il Cavalieri, e non lo tacerò qui nel tempio santo di Dio, dove ogni cosa men vera sarebbe delitto. Membro dell'alto Consiglio legittimamente eletto dal suo Sovrano, non si ritrasse da esso quando votò illegalmente , nè rifiutò poi il suo aiuto ad un ministero però tutto d' arte e di scienza. Fu traviamento , nol nego, o Signori ; ma non saprei chi abbia diritto a rimproverarlo se in quell'ufficio il Cavalieri si condusse in modo, che l'illustre Generale Oudinot, il cui nome è pronunciato con riverenza da ogni cattolico, appena restituita Roma al Pontefice , lo scelse a Commissario straordinario pel Ministero dei lavori pubblici; se il Cavalieri stesso deplorò il fatto con tali ferme e nobili parole, che gli accrescono onore e riverenza presso chi ripensa l'ardua vittoria che uomo di tale ingegno e di tali meriti dovea riportare sopra se stesso; se finalmente chi tiene le doppie chiavi lo riammise alla sua grazia, e lo decorò dei più ambiti segni del suo favore. Lungi , o Signori , da noi tutti l' idea , che alcuna infedeltà al legittimo Sovrano sia mai colpa leggiera ; ma passa enorme differenza tra chi si trovò allora travolto in un turbine che rendea gli uomini quasi inconscii del loro operare, e chi medita in tranquillo silenzio sacrileghe e odiose congiure , come grandemente differiscono chi posto appena il piede sulla falsa via, ne lo ritrae , e chi tranquillamente per lunghi anni in essa persevera e avanza.

Riaccolto amorevolmente il Cavalieri da Colui che sulla terra rappresenta così bene la divina bontà, non cessò mai sino ai più tardi anni dalla sua benefica opera nei gravissimi uffizii che il Sovrano gli affidava. Però non furono i soli. Mentre nel Consiglio d'arte continuava a reggere i pubblici lavori dello Stato trovava sempre quel tempo, che all' uomo veramente amico delle scienze non

manca mai, per consacrarsi a lavori letterarii o scientifici. Membro delle più illustri Accademie nazionali, e di tutte le nostre di Roma, due però ne amò sopra l' altre, ed erano la Tiberina che mantien vivo tra noi il culto delle lettere e delle scienze economiche e storiche, e quella dei nuovi Lincei che provvede all' incremento delle scienze fisiche e matematiche. Cinque nobilissimi discorsi lesse nella prima. Due trattano quell' argomento, che a lui già valse tanta gloria, cioè dell' acque e acquedotti dell' antica Roma (1), e di quelli della moderna (2), il terzo del primato che a Italia compete nella scienza idraulica (3), il quarto dell' origine, spirito, e utilità degl' istituti accademici (4), l'ultimo, e pur troppo l'ultimo lavoro che uscisse dalla sua penna, prova come l' architettura alunna delle scienze sia maestra delle arti (5). V' è in questi discorsi chiarezza d' idee, vastità e sicurezza di cognizioni, e nobiltà di stile che rifugge dal frondoso epitetare, e da quei leziosi ornamenti, che dovrebbero dar diletto, e dan noia. La rete quasi inestricabile all'occhio volgare degli antichi acquedotti serpeggianti nella campagna ed in Roma venne messa in piena evidenza, e ogni via d' acqua studiata, seguita, misurata. E quali misure, o Signori! Il Cavalieri, riducendo tutto a valori e quantità, trovò che a Roma antica veniva per nove canali, 247 castelli, e un fitto intreccio di tubi fittili e plumbei, tal copia d' acqua, da formare un fiume dieci metri largo, due alto, e veloce quattro quinti come il nostro Tevere, onde se condanna giustamente alcuna iperbole di qualche antico, lascia però intera la sentenza di Sesto Giulio, e Dionigi d' Alicarnasso: *ex quibus* (aquaeductis) *maxima apparet magnitudo romani Imperii.*– Le ragioni e i meriti degli Italiani nella scienza idraulica, di cui sovrattutto in Lombardia furono, anzi sono tuttora maestri

(1) Sulle acque e gli acquedotti dell' antica Roma, dissertazione letta nella pontificia accademia Tiberina, dal Socio residente Nicola Cavalieri San Bertolo nella tornata 6 luglio 1866, Roma anno stesso.

(2) Sulle acque della moderna Roma, e sui modi usati nella distribuzione di esse, discorso letto nella pontificia accademia Tiberina il 6 dicembre 1857. Roma 1859.

(3) Del primato italiano nella scienza idraulica, discorso letto il 15 nov. 1863 nella pontificia accademia Tiberina dal Socio residente Nicola Cavalieri San Bertolo. Roma anno stesso.

(4) Discorso intorno all' origine, allo spirito, e all' utilità degli Istituti accademici, letto il 4 dic. 1859 nella pontificia accademia Tiberina dal socio residente Nicola Cavalieri San Bertolo. Roma 1860.

(5) L' architettura alunna delle scienze, maestra delle arti, ragionamento recitato nella pontificia acccdemia Tiberina del prof. Comm. Nicola Cavalieri San Bertolo. Roma 1866.

all' Europa, si appoggiano a nomi e a fatti, e non a frasi ampollose. Invero dove nacquero, scrissero e operarono Leonardo da Vinci, Castelli, Viviani, Borelli, Torricelli, Grandi, Guglielmini, Manfredi, Venturoli, e aggiuugeremo Cavalieri San Bertolo, non occorrono amplificazioni, e basta la storia.– Nel ragionamento sugli istituti scientifici il Cavalieri dovea lottare con un pregiudizio non passato, ma presente. Era tempo in cui l' appartenere a un' accademia veniva stimato sì grande onore, che nobili ingegni sel contendevano con quel fervore ben noto a chi conosce la storia del glorioso secolo XVII, quando la nostra de' Lincei già illustrata dal più grand' uomo di quell'età, dava all'Europa un esempio nobilmente imitato dai Curiosi di Vienna, dalla reale accademia di Londra, da quella delle Scienze di Parigi, e sovrattutto da quella ch' ebbe sì breve ma sì gloriosa vita, e fu detta del Cimento. Ora, o Signori, per essere accademico non occorre avere scritto il *Sidereus nuntius* o i *Dialoghi*, e quelle porte si aprono quasi da sè; però *multiplicasti gentem, sed non multiplicasti laetitiam*, e così le moderne accademie d' Italia, che quelle d'oltre Alpi illanguidirono nello spirito, in ragione che s' impinguarono nel numero. Forse la leggerezza della nostra età, l' ampiezza poco profonda de'nostri studii, il chiacchieramento di mille giornali, e riviste che assordano, ma poco insegnano, le preoccupazioni politiche, il poco amor per la scienza nelle classi ricche dimentiche delle gloriose tradizioni domestiche, e cent' altre cause, che noioso e dispiacevole sarebbe il riferire, ci hanno il loro merito in questo doloroso fatto; ma il fatto è innegabile, e ogni uomo sincero il confessa. A ristorare l' antico vanto di queste nobili società mira il Cavalieri, paragonando il passato col presente, e tenendoci dinanzi agli occhi lo scudo di Rinaldo, sta quasi a vedere se il sangue ci si moverà nelle vene. E noi invochiamo che si muova vigoroso, o Signori, massimamente in questa nostra accademia, la quale per la nobiltà delle sue origini, e della sua storia, per la perpetua cura che ebbe del suo nome, per quegli uomini che tuttora altamente l' onorano acquistò non poca nè ingiusta fama nel mondo scientifico, fama che deve trasmettere accresciuta alle età che verranno. Il Cavalieri che vi apparteneva da oltre 20 anni, che l' avea spesso arricchita de' suoi preziosi lavori, tra i quali merita molta lode la soluzione d' un problema di geometria analitica, onde deduceva una notevole proprietà dell' iperbole appoloniana (1), sembrò stringersi a lei con maggiore affetto in questi ultimi

(1) Soluzione d' un problema di geometria analitica, dalla quale si deduce una notevole proprietà dell' iperbola apolloniana. Nota del prof. N. Cavalieri San Bertolo. Roma 1866

tempi. Un biennio di sapiente governo, dopo il quale l' accademia lo rivolea a voti pressochè unanimi a suo Presidente, ne fu bella prova; nè la cadente età, nè le molte cure lo tolsero mai da quel seggio, dove con dignità e fermezza governava le nostre dotte, ma non sempre tranquille discussioni. Però i benefizii del Cavalieri verso la nostra accademia non doveano finir colla sua vita; essi doveano farsi perenni, e il suo nome collegarsi per sempre con quello di questa nobile istituzione, poichè ad essa legò tutto il suo patrimonio non redato in facile modo dagli avi, ma raccolto in 40 anni di assidue, oneste e sapienti fatiche. Questo lascito non sarà sterile, o Signori; ognuno che sarà chiamato a goderne, mentre benedirà la memoria del Cavalieri, troverà nella sua nobilissima vita un' esempio e uno stimolo, che sarà assai maggior benefizio.

E qui cessando di parlarvi dello scienziato, vorrei parlarvi dell' uomo. Non di rado, o Signori, lo scienziato è più facile a lodarsi, che l' uomo; e l' oratore è qui sovente costretto a imitare il pittore, che accortamente rileva tal parte del quadro, e tale altra aduggia. Nel Cavalieri però così non è. Qui tutto è chiaro e puro, e la vita privata come la pubblica non hanno cosa a nascondere. Un fortunato connubio lo strinse ad una egregia donna con cui ebbe comuni tutti i giorni della sua vita, e tutti gli affetti del suo cuore. Questo fu crudelissimamente trafitto quando Iddio volle per se l'unico figlio, che nel più bel fiore della sua vita e delle belle speranze già fatte sicure, gli venia rapito da crudel malattia, or sono 10 anni. Non cessò mai dal lagrimarlo, parendogli ormai questa vita un peso, poichè non avea più in chi rinnovarla; però dinanzi ai suoi vincea il proprio dolore per temperare quello della moglie e della vedova, che divennero lo scopo ancora più assiduo delle sue affezioni e benefizii. Senonchè questi non limitavansi alla cerchia domestica. Largo numero di poverelli, che ora invocano sul suo capo quelle benedizioni, delle quali Iddio lo corona, venivano da lui continuamente provveduti non con quelle carità fastose fatte a suon di tromba, stampate nei giornali col nome, la somma e l' elogio, ma tacitamente, perchè se v' era cosa da cui il Cavalieri più abborrisse, fu senza dubbio l' ostentazione. Dignità era nel suo volto, nel suo tratto, e nelle sue parole; ma dignità che procedeva dal rispetto a se e ad altrui, dignità così discosta dal ridicolo sussiego e dall' offensiva burbanza, quanto è l' oro dall' orpello. Amici avea non molti, ma veri, e ad essi la difficile costanza e la perfetta ugualità conservava, ma innanzi tutto quella schiettissima sincerità di carattere, che è la prima, o a dir meglio la sola radice da cui possa germinare la soave e delicata pianta dell'ami-

cizia. Ma se questa è privilegio per se ristretto , ed insensato è chi vuole troppo allargarlo , l' affabilità e la cortesia son doveri universali, che furono costantemente usati dal Cavalieri anche nelle più difficili prove, alle quali l'*irritabile genus* non solo dei poeti , ma degli scenziati altresì non di rado lo pose.

D' una virtù mi rimane a parlarvi, e voi presentite qual sia. Il sacro carattere di chi vi parla, il luogo donde lo fa, ciò stesso che già disse di lui, ben vi fanno presagire di qual virtù io intenda. Non si mena una vita così nobile e pura,o Signori, non si lascia una fama così intemerata, massime da chi ebbe così potente ingegno , senza che il cuore sia penetrato, condotto, sorretto, assiduamente governato dalla fede. E per fede non intendo io già un vago sentimentalismo religioso buono per far quattro versi, ma inutile allorchè si tratta di resistere all' assiduo e potente invito delle passioni, e di fare il suo dovere ogni dì, ogni ora, e in ogni occasione di questa vita difficile e combattuta. Per fede io intendo la professione esplicita, continua e provata colle parole e coll' opere della religione dei nostri Padri, di quella religione, cui Italia e Roma devono la loro grandezza, anzi direi quasi la loro esistenza, la Religione cattolica, apostolica e romana. Il Cavalieri vi rimase sempre fedele , praticandola senza pompa, ma con profonda, assidua e sincera osservanza. Non una linea de' suoi scritti, non una parola del suo conversare contristava i buoni cattolici. E ciò fu in ogni tempo, anche nei più difficili, quando l' essere e mostrarsi cattolico valea disprezzo e pericolo. Questa fede confortollo nelle crudeli sventure famigliari, che Iddio, quasi a staccarlo da questo mondo, gli inviò ; questa fede rese tranquille e serene le ultime ore che passò nella terra, ore che furono tutte di grandissima edificazione ai parenti e agli amici. Ah ! Signori, le ricchezze, i piaceri, la gloria possono inebbriare , e offuscare questa povera mente e questo ancor più povero cuore così facilmente sedotto; ma, fratelli, amici, colleghi, allorquando la scienza si ritira dal letto senza parole, allorquando l' amicizia stessa non ha più che lagrime , e si vede la vita dietro a se, e dinanzi a se il giudice Iddio, ah allora si scorge, si sente, si riconosce quale è il cuore, la coscienza, e la fede dell'uomo. Ebbene, o Signori, quell' ora tremenda fu incontrata dal Cavalieri con mente serena, con animo tranquillo , con volontà rassegnata e sommessa. Ragionava della sua fine colla calma del vero cristiano , e a Dio spesso levando l' animo suo gli offeriva i supremi dolori leniti dagli ajuti di quella Chiesa , che prendendo l'uom dalla culla l' accompagna sino alla tomba, e della quale mai si sente mag-

giore il divino conforto, come nell'ultimo abbandono di tutto, e di tutti. Essa raccolse il suo spirito la sera del 22 del passato marzo. E ora sta pregando per lui, e noi unendo alle sue le nostre fervide preghiere, a Te ci rivolgiamo che la tua onnipotenza massimamente nel perdonare manifesti, la tua infinita pietà supplicando, perchè detersa ogni labe, Tu riceva nella perfetta gloria quest' anima preclara, alla quale noi tutti e la tua Roma devono immortali benefizii. E a questa aggiungiamo una seconda preghiera: suscita o Signore, e mantieni a vantaggio e decoro di un popolo e di una città che ti è così cara, uomini simili a questo, che la illustrino colle loro opere, la edifichino coi loro esempii, e la onorino per tutti i tempi colla loro memoria.

Pensieri intorno vari argomenti : di Gaspare Mainardi *S. C.*

I. Su la risoluzione delle equazioni algebriche per mezzo di funzioni irrazionali.

È tutt'ora desiderata la risoluzione di questo problema, giudicato assai difficile (1). Ma le difficoltà sarebbero mai inerenti ai principii, forse troppo elevati, da cui si tentò di desumerla? Avendo io osservato, che il sistema coniugato delle potenze di una sostituzione ciclica d' ordine composto è il prodotto di analoghi sistemi, tutti fra loro permutabili, gli ordini dei quali sono i fattori primi dell'ordine composto: che ognuno di questi sistemi aritmetici parziali ammette un sistema geometrico con esso permutabile e decomponibile; perchè d'ordine composto: che questi sistemi derivati dal primo sono tutti permutabili fra loro: considerando quanto Abel ha dimostrato (2), intorno la forma delle funzioni irrazionali che possono essere radici di una equazione algebrica: stimai, che ove la sostituzione ciclica primitiva risguardi tutte le radici di una equazione algebrica risolvibile per radicali, il sistema complesso di sostituzioni sopra indicato appartenga esclusivamente alla equazione

(1) Abel. Oeuvres Tome 2.e pag. 265.
(2) Tome 2.e pag. 185.

medesima; cosicchè qualunque funzione algebrica delle radici, invariabile per quelle sostituzioni, debba essere simetrica; epperò esprimibile per i coefficienti. Tale deduzione è avvalorata da fatti da che; porge immediatamente con tutta generalità una prima spartizione delle radici in gruppi indicata da Galois (1) e dimostrata con analisi ingegnosa, ma forse non appieno convincente, nei comenti del sig. Betti (2): offre la risoluzione delle equazioni del quinto grado quale fu accennata da Abel (3): e conduce ad equazioni algebriche di qualsivoglia ordine risolvibili per radicali.

1). Indico con S o uno, o il prodotto di più cicli indipendenti di alcuni simboli, il numero dei quali sia $m+1=(r+1)a$, $r+1=(t+1)b$, $t+1=(u+1)c$ ... essendo a,b,c ... segni di numeri primi eguali o distinti; ed osservo le decomposizioni di sistemi coniugati che seguono

$$1+S+S^2 \ldots +S^m=(1+S+S^2 \ldots +S^{a-1})(1+S^a+S^{2a} \ldots +S^{ra})$$
$$=(1+S+S^2 \ldots +S^{a-1})(1+S^a+S^{2a} \ldots +S^{(b-1)a})(1+S^{ab}+S^{2ab} \ldots +S^{tab})$$
$$=(1+S+S^2 \ldots +S^{a-1})(1+S^a+S^{2a} \ldots +S^{(b-1)a})\times$$
$$\times(1+S^{ab}+S^{2ab} \ldots +S^{(c-1)ab})(1+S^{abc}+S^{2abc} \ldots +S^{uabc}) \text{ ecc.}$$

Se $m+1=p^h$, $a=b=c \ldots =p$

$$1+S+ \ldots +S^{p^h}=(1+S \ldots +^{p-1})(1+S^p+S^{2p} \ldots +S^{(p-1)p}(1+S^{p^2}+S^{2p^2} \ldots$$
$$\ldots S^{(p-1)p^2})(1+S^{p^3} \ldots +S^{(p-1)p^3}) \ldots (1+S^{p^{h-1}} \ldots +S^{(p-1)p^{h-1}}).$$

Se θ_2, θ_3, θ_4 ... rappresentano tanti cicli indipendenti degli ordini 2, 3, 4... essendo $S=\theta_2\theta_3\theta_4$, $1+S+ \ldots +S^{11}=(1+\theta_2\theta_3\theta_4)(1+\theta_3{}^2\theta_4)(1+\theta_3+\theta_3{}^2)$,

$$S=\theta_3\theta_6\theta_7\text{ , } 1+S \ldots +S^{41}=(1+S+S^2)(1+\theta_6{}^3\theta_7{}^3)(1+\theta_7+\theta_7{}^2 \ldots +\theta_7{}^6).$$

Figuriamoci una funzione affatto arbitraria di p^h simboli, che indico coi numeri 1, 2, 3 ... p^h, essendo p primo; applicando alla funzione il sistema coniugato del ciclo S d' ordine p^h i simboli si permuteranno congiungendosi nei seguenti gruppi:

---

(1) Liouville. Journal de mathemat. Tome II.e 1846
(2) Annali di matemat. Roma 1852-1855.
(3) Tome 2.e pag. 270.

$$\left\{\begin{array}{l}[(1,p^{h-1}+1,2p^{h-1}+1..(p-1)p^{h-1}+1),(2,p^{h-1}+2,2p^{h-1}+2...(p-1)p^{h-1}+2)\\ \qquad (3,p^{h-1}+3...(p-1)p^{h-1}+3),...(p,p^{h-1}+p...(p-1)p^{h-1}+p)]\\ [(p+1,p^{h-1}+p+1...(p-1)p^{h-1}+p+1),....(2p,p^{h-1}+2p,...(p-1)p^{h-1}+2p)]\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ [(p-1)p+1,\ p^{h-1}+(p-1)p+1,...(p-1)p^{h-1}+(p-1)p+1)...\\ \qquad ...(p^2,p^{h-1}+p^2...(p-1)p^{h-1}+p^2)]\end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}[(p^2+1...(p-1)p^{h-1}+p^2+1)\ \dots\dots\ (p^2+p...(p-1)p^{h-1}+p^2+p)]\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\end{array}\right\}$$

. . . .

$$\left\{\begin{array}{l}\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ [(p^{h-2}+1...(p-1)p^{h-1}+p^{h-2}+1)...(p^{h-1},2p^{h-1},3p^{h-1}...(p-1)p^{h-1}+p^{h-1})]\end{array}\right\}$$

Le sostituzioni S, S^p, S^{p^2}.... permutano simultaneamente, quali i p simboli costituenti ogni gruppo di prima specie racchiuso fra le parentesi ( ); quali i p gruppi di prima specie che determinano ogni gruppo di seconda specie scritto fra le parentesi [ ]; quali ancora permutano i p gruppi di seconda specie raccolti fra le parentesi { } ecc.

2) Per intraprendere l'esame delle equazioni algebriche risolvibili per radicali, essendo il metodo uniforme, considero alcuni esempi. La equazione sia del grado 35=5.7: indico con F una funzione intera delle radici 0,1,2...34, variabile con ogni permutazione. Tutti i valori di F si otterranno applicandovi cicli degli ordini 2, 3, 4 ... 34, le loro potenze, i prodotti delle medesime e ciò con qualsivoglia ordine. Sia S il ciclo del 35.mo grado, ed applicato alla funzione F il sistema coniugato

$$1+S+S^2...+S^{34}=(1+S+...+S^4)(1+S^5+S^{2.5}...+S^{6.5})$$

osservo che le sostituzioni S, S^5 stabiliscono la congiunzione dei seguenti gruppi di radici

0	5	2.5	3.5	. . . . . .	6.5
1	5+1	2.5+1	3.5+1	. . . . . .	6.5+1
2	5+2	2.5+2	3.5+1	. . . . . .	6.5+2
. .	. .	. .	. .	. . . . . .	. .
4	5+4	2.5+4	3.5+4	. . . . . .	6.5+4

cosicchè S^5 permuta fra loro simultaneamente e circolarmente le radici di ogni riga o gruppo ; mentre S cambia la prima riga nella seconda , questa nella terza ecc. la quinta nella prima. Rappresento le radici di un gruppo qualunque ordinatamente coi segni $z_{x,0}\ z_{x,1}\ z_{x,2} \ldots z_{x,y} \ldots z_{x,6}$, le sostituzioni con $S = \binom{x+1}{x}$, $S^5 = \binom{y+1}{y} = S_1$; ed i sistemi delle sostituzioni geometriche $T = \binom{3x}{x}$, $T_1 = \binom{5y}{y}$, da che $3^4 \equiv 1$ (mod. 5), $5^6 \equiv 1$ (mod. 7), i quali sistemi sono $1+T+T^2+T^3 = (1+T)(1+T^2), 1+T_1+\ldots+T_1^5 = (1+T_1)(1+T_1^2+T_1^4)$. Scrivo in luogo di ogni radice $z_{x,y}$ il solo indice y che la distingue, ed applicata la sostituzione T_1, sostituito ad ogni prodotto $5y$ il corrispondente residuo rispetto al numero sette, ogni gruppo delle $z_{x,y}$ fornirà le permutazioni che seguono

1	2	3	4	5	6
5	3	1	6	4	2
4	1	5	2	6	3
6	5	4	3	2	1
2	4	6	1	3	5
3	6	2	5	1	4

d'onde si scorge che qualunque radice, per la sostituzione T_1, può occupare qualunque posto, ma le altre tutte vengono rimosse e correlativamente disposte con certa legge; sono pertanto tutte funzioni di una qnalsivoglia tali che supposte $1 = \varphi'_x$, $2 = \varphi_x^2(\varphi'_x)$, $3 = \varphi_x^3(\varphi'_x)$, ... $6 = \varphi_x^6(\varphi'_x)$, combiato φ' in φ^2 divengono $\varphi^2(\varphi^2) = \varphi^4(\varphi')$, $\varphi^3(\varphi^2) = \varphi^6(\varphi')$, $\varphi^4(\varphi^2) = \varphi'$, $\varphi^5(\varphi^2) = \varphi^3(\varphi')$, $\varphi^6(\varphi^2) = \varphi^5(\varphi')$ e dalle altre trasposizioni si deduce che $\varphi^h(\varphi^k) = \varphi^k(\varphi^h) = \varphi^m(\varphi')$, se $h.k \equiv m$ (mod.7); $\varphi^h(\varphi^k) = \varphi'$ se $h.k \equiv 1$ (mod. 7). Le sostituzioni T_1 spartiscono le radici φ_x in due gruppi φ', φ^4, φ^2 ; φ^3, φ^5, φ^6 cosicchè o permutano simultaneamente le tre φ di ogni gruppo, o scambiano l'un gruppo nell'altro. Di qui si deduce che, essendo α , β , γ radici primitive delle equazioni $\alpha^7 = 1$, $\beta^2 = 1$, $\gamma^3 = 1$, le funzioni

$$(1)\qquad (z_{x,0} + \alpha\varphi'_x + \alpha^2\varphi_x{}^2 + \ldots + \alpha^6\varphi^6)^7 = \theta_x(\alpha)$$

$$(2)\qquad \theta_x(\alpha) + \theta_x(\alpha^2) + \ldots + \theta_x(\alpha^6) = \omega_x$$

$$[(\theta_x(\alpha) + \gamma\theta_x(\alpha^4) + \gamma^2\theta_x(\alpha^2))^3 + \beta(\theta_x(\alpha^3) + \gamma\theta_x(\alpha^5) + \gamma^2\theta_x(\alpha^6))^3]^2 = \omega'_x$$

$$(\theta_x(\alpha) + \gamma\theta_x(\alpha^4) + \gamma^2\theta_x(\alpha^2))^3 + (\theta_x(\alpha^3) + \gamma\theta_x(\alpha^5) + \alpha^2\theta_x(\alpha^6))^3 = \omega_x''$$

$$[(\theta_x(\alpha) + \theta_x(\alpha^4) + \theta_x(\alpha^2)) + \beta(\theta_x(\alpha^3) + \theta_x(\alpha^5) + \theta_x(\alpha^6))]^2 = \omega_x''',$$

queste funzioni non vengono alterate dalle sostituzioni S_1, T_1.

Le sostituzioni S permutano circolarmente fra loro le funzioni ω, cioè ω_0, ω_1, ω_2, ω_3, ω_4; così pure le ω_x', le ω_x'' ecc. e se δ è radice primitiva della equazione $\delta^5 = 1$, le funzioni

$$(3)\qquad \omega'_0 + \omega'_1 + \omega'_2 \ldots + \omega'_4 = \psi',\ (\omega'_0 + \delta\omega'_1 + \delta^2\omega'_2 \ldots + \delta^4\omega'_4)^5 = \psi(\delta),\ \text{ecc. ecc.}$$

non subiscono cambiamento per quella sostituzione S; mentre la $T = \binom{3x}{x}$ applicata alle ω'_x, ω''_x ecc. cagiona le trasposizioni

$$\begin{matrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 \\ \omega_3 & \omega_1 & \omega_4 & \omega_2 \\ \omega_4 & \omega_3 & \omega_2 & \omega_1 \\ \omega_2 & \omega_4 & \omega_1 & \omega_3 \end{matrix}$$

cioè ognuna può occupare qualunque posto, ma le altre tutte vengono correlativamente rimosse, epperò sono tutte dipendenti da una qualsivoglia di esse, talchè espresso il fatto coi segni ω_1, $\omega_2(\omega_1)$, $\omega_3(\omega_1)$, $\omega_4(\omega_1)$, dovranno essere

$$\omega_2(\omega_2) = \omega_4(\omega_1),\ \omega_3(\omega_2) = \omega_1,\ \omega_4(\omega_2) = \omega_3(\omega_1)$$

$\omega_k(\omega_h) = \omega_h(\omega_k) = \omega_m(\omega_1)$, se $h.k \equiv m$ (mod. 5): $\omega_h(\omega_k) = \omega_1$, se $hk \equiv 1$ (mod. 5).

Indichiamo con ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 le funzioni $\psi(\delta)$, $\psi(\delta^2)$, $\psi(\delta^3)$, $\psi(\delta^4)$: e notiamo che le sostituzioni T spartiscono quelle funzioni nei due gruppi ψ_1, ψ_4 : ψ_2, ψ_3 talmente che vengono permutate fra loro simultaneamente le ψ di ciascun gruppo, oppure il primo gruppo si scambia col secondo. Tutto ciò premesso concludiamo che le funzioni

$$(\psi_1 + \psi_4) + (\psi_2 + \psi_3) = 2A,\ (\psi_1 + \psi_4)(\psi_2 + \psi_3) = B,\ \psi_1.\psi_4 + \psi_2\psi_3 = 2C,\ \psi_1\psi_4.\psi_2\psi_3 = D$$

invariabili pel sistema coniugato composto dagli elementi S, S_1, T, T_1, devono essere assolutamente simetriche; epperò funzioni intere dei coefficienti della equazione proposta a risolvere

Avremo pertanto $\psi_1 + \psi_4 = -A + \sqrt{(A^2 - B)}$, $\psi_1\psi_4 = C + \sqrt{(C^2 - D)}$: mediante le ψ, ψ' e le equazioni (3) si determinano le ω, ω' ω''...: colle (2) si ottengono le funzioni $\theta_x(\alpha)$: e per ultimo colle equazioni (1) conseguiremo le radici $z_{x,y}$. Vuolsi però notare che una delle funzioni $\psi_1\psi_4$, $\psi_1+\psi_4$ deve essere funzione intera dell'altra.

3) Se la equazione a risolvere fosse del grado 3.5.7, applicata alla funzione F delle sue radici 0,1,2,3... la sostituzione ciclica S dell'ordine 3.5.7 siccome $1+S+S^2 \ldots +S^{3.6.7-1} = (1+S+S^2)(1+S^3+S^{2.3} \ldots +S^{4.3})(1+S^{3.5}+S^{2.3.5} \ldots \ldots + S^{6.3.5})$ vediamo che le sostituzioni $S^{3.5}$, S^3, S congiungono le radici in gruppi come segue

$$[(0,3.5,\ 2.3.5 \ldots 6.3.5),\ (3,\ 3.5+3,\ \ldots\ 6.3.5+3)$$
$$(2.3,\ 3.5+2.3,\ \ldots\ 6.3.5+2.3),\ \ldots.\ (4.3,\ 3.5+4.3,\ \ldots.\ 6.3.5+4.3)]$$
$$[(1,\ 3.5+1,\ 2.3.5+1,\ \ldots\ 6.3.5+1),\ (3+1,\ 3.5+3+1, \ldots\ 6.3.5+3+1) \ldots$$
$$\ldots\ (4.3+1,\ 3.5+4.3+1,\ \ldots\ 6.3.5+4.3+1)]$$
$$[(2,3.5+2 \ldots 6.3.5+2),(3+2,\ \ldots\ 6.3.5+3+2) \ldots (4.3+2,\ \ldots\ 6.3.5+4.3+2)].$$

Le sostituzioni $S^{(3.5)}$ permutano simultaneamente e circolarmente tutte le radici congiunte in ogni gruppo di prima specie racchiuse fra le parentesi ( ): le sostituzioni $S^{(3)}$ permutano simultaneamente e circolarmente fra loro i cinque gruppi di prima specie raccolti fra le parentesi [ ], senza alterare la posizione relativa delle radici componenti ogni gruppo di prima specie. Le sostituzioni S permutano circolarmente i gruppi di seconda specie, il primo col secondo, questa col terzo, il terzo col primo. Ad ognuno dei sistemi aritmetici coniugati d'ordine primo derivati da S, $S^{(3)}$, $S^{(3.5)}$ corrisponde un sistema geometrico d'ordine composto, epperò decomponibili, siccome quelli delle sostituzioni T, T_1 dell'antecedente paragrafo. Quei sistemi tutti d'ordine primo, fra loro permutabili, offrono le sostituzioni che ammette la funzione F, ove la equazione sia risolvibile per radicali; della quale conseguiremo le radici procedendo come si è fatto di sopra.

4) Le equazioni del quarto grado presentano eccezione. Indicate le radici coi segni x_0, x_1, x_2, x_3, il ciclo (0123)=S produce il sistema coniugato $1+S+S^2+S^3=(1+S)(1+S^2)$ il quale separa le radici nei gruppi x_0, x_2 : x_1, x_3. La sostituzione S^2 permuta fra loro simultaneamente le radici di ciascun gruppo, la S scambia l'uno coll'altro gruppo, per cui la funzione $[(x_0+x_2)-(x_1+x_3)]^2=y$ non è alterata da quel sistema. Il ciclo (012) produce tre valori di y, ed ogni

funzione simetrica di quei valori, non essendo alterata dai cicli (01), (012), (0123) è simetrica rispetto alle radici $x_0, \ldots x_3$.

5) Per una equazione del quinto grado, le cui radici siano $y_0, y_1, \ldots y_x \ldots y_4$, formata la funzione $(y_0+\alpha y_1+\alpha^2 y_2 \ldots +\alpha^4 y_4)^5=\theta(\alpha)$, essendo α radice primitiva di $\alpha^5=1$, questa funzione non è alterata dalla sostituzione aritmetica $S=(01234)=\binom{x+1}{x}$: a questa corrisponde la sostituzione geometrica $T=\binom{3x}{x}$, quindi il sistema coniugato $1+T+\ldots+T^3=(1+T)(1+T^2)$, per il quale qualunque radice, per esempio y_1, può occupare nella funzione $\theta(\alpha)$ qualunque posto; ma le altre radici, essendo pure rimosse con certa legge, sono tutte funzioni di y_1, tali che indicate con y_1, $y_2(y_1)$, $y_3(y_1)$, $y_4(y_1)$ deve essere $y_h(y_k)=y_k(y_h)=y_m(y_1)$ se $h.k\equiv m$ (mod. 5) ed $y_h(y_k)=y_1$ se $h.k\equiv 1$ (mod. 5).

Poniamo $$\theta(\alpha)+\theta(\alpha^4)=A\,,\quad \theta(\alpha).\theta(\alpha^4)=B$$

$$(\theta(\alpha)+\theta(\alpha^4))+(\theta(\alpha^2)+\theta(\alpha^3))=2C\,,\quad (\theta(\alpha)+\theta(\alpha^4))(\theta(\alpha^2)+\theta(\alpha^3))=D.$$

Siccome il sistema T, o permuta simultaneamente $\theta(\alpha)$ con $\theta(\alpha^4)$, $\theta(\alpha^2)$ con $\theta(\alpha^3)$, o scambia il gruppo delle prime due con quello delle due seconde, le funzioni C, D inalterabili dai due sistemi S, T saranno funzioni simetriche delle radici $y_0, y_1 \ldots$ Avremo per tanto $\theta(\alpha)+\theta(\alpha^4)=A=C\pm\sqrt{(C^2-D)}=p\pm\sqrt{q}$: per brevità: sarà B funzione intera e data di A, epperò della forma $B=r+s\sqrt{q}$; avremo $\theta(\alpha)=p+\sqrt{q}+\sqrt{(h+k\sqrt{q})}$ ove p,q,h,k rappresentano funzioni intere dei coefficienti della equazione a risolvere, le radici della quale si avranno da ultimo mediante le equazioni

$$y_0+\alpha y_1+\ldots+\alpha^4 y_4=\sqrt[5]{\theta(\alpha)}\,.$$

Per una equazione del settimo grado, formata la funzione $(y_0+\alpha y_1 \ldots \ldots+\alpha^6 y_6)^7=\theta(\alpha)$ invariabile per la sostituzione $S=\binom{x+1}{x}$, se α è radice primitiva di $\alpha^7=1$, la sostituzione geometrica $T=\binom{3x}{x}$ apprende essere tutte le $y_1 y_2 \ldots y$ funzioni di una qualunque di esse, per esempio y_1, tali che $y_h(y_k)=y_k(y_h)=y_m(y_1)$ se $h.k\equiv m$ (mod. 7), ed $y_k(y_h)=y_1$, se $h.k\equiv 1$ (mod. 7): Quella sostituzione T determina il sistema $1+T+\ldots+T^5=(1+T)(1+T^2+T^4)$ che applicato alla funzione $\theta(\alpha)$ fornisce i tre gruppi

$$\theta(\alpha),\ \theta(\alpha^6)\ :\ \theta(\alpha^2),\ \theta(\alpha^5)\ :\ \theta(\alpha^3),\ \theta(\alpha^4)\,,$$

di cui le T, o permutano simultaneamente due a due gli elementi, o scam-

biano circolarmente l' uno nell' altro gruppo : quindi è che le tre somme $\theta(\alpha)+\theta(\alpha^6)$, $\theta(\alpha^2)+\theta(\alpha^5)$, $\theta(\alpha^3)+\theta(\alpha^4)$, come ancora i tre prodotti $\theta(\alpha).\theta(\alpha^6)$, $\theta(\alpha^2).\theta(\alpha^5)$, $\theta(\alpha^3).\theta(\alpha^4)$; i di cui termini corrispondenti possono esprimersi l'uno per l'altro in funzioni intere, quelle tre somme, o prodotti, saranno radici di una equazione del terzo grado , componibile razionalmente col mezzo della proposta istessa, di cui ne porgerà la risoluzione.

Ma svolgerò maggiormente il tema quando mi si offra opportunità di proseguire questi studi.

II. *Su la risoluzione delle equazioni algebriche.*

La risoluzione delle equazioni algebriche di quinto grado, per mezzo di funzioni ellittiche, venne elaborata dai matematici con molta maestria ed elevazione di concetti. A me sembra che un pensiero , direi quasi , spontaneo conduca, con brevissimo calcolo, al notevole trovato; avviando ad ulteriori indagini più generali.

1) Essendo proposta a risolvere la equazione (1) $x^5+Ax^3+Bx^2+Cx+D=0$, osservo che le radici si possono considerare geometricamente quali ascisse dei punti comuui ad una parabola $y^2=mx$ e ad una linea del terzo ordine $(x^2+bx+c)x=(dx^2+ex+f)y$, epperò venire determinate dalle intersezioni di curve del second'ordine. Rendo pertanto la equazione (2) $\left(\frac{x^2+bx+c}{dx^2+ex+f}\right)^2 x=m$ identica alla (1) col porre

$$d=\theta f,\ m=-\frac{D}{f^2},\ e=\frac{C}{2D}f,\ b=-\frac{D}{2}\theta^2,\ c=\frac{1}{2b}(B+m(e^2+2df))$$

$$(3)\qquad \theta^6+\frac{4C}{D^2}\theta^2-\frac{4A}{D^2}\theta^2+\frac{16}{D^2}\theta+2\frac{C^2-4BD}{D^2}=0$$

quindi

$$(4)\qquad \left[x^2-\frac{D}{2}\theta^2 x+\frac{1}{\theta^2}\left(\frac{C^2-4BD}{4D^2}-2\theta\right)\right]\sqrt{x}=\pm\left(\theta x^2+\frac{C}{2D}x+1\right)\sqrt{-D}$$

Se in questa equazione (4), del quinto grado rispetto a $\sqrt{x}$, si sostituiscono ai simboli x, θ due radici qualsivogliano delle (1), (4) la medesima riescirà identica, attribuendo al secondo membro il debito segno : dunque tre radici della (3) che indico con θ, θ_1, θ_2 corrispondono alla stessa x, prendendo il secondo membro, per esempio, col segno superiore. Per tanto due di quelle

radici riducono la (4) al terzo grado, mentre tre porgono immediatamente

$$(5)\qquad x=\frac{1}{D}\left\{\frac{C^2-4BD}{2D^2}\left(\frac{1}{\theta}+\frac{1}{\theta_1}+\frac{1}{\theta_2}\right)-4\right\}\frac{1}{\theta\theta_1\theta_2}:$$

ed ogni valore di $\theta\sqrt{-D}=\Sigma\pm\sqrt{x}$, rifferendo la Σ alle radici della (1). Se si cambiano, nella equazione (1) la x in $\frac{x}{h}$, nella (3) la θ in $\frac{\theta}{h^2 t}$, essendo h, t indeterminate, supposto $A=0$ la (3) stessa assume la forma

$$(6)\qquad \theta^6+\frac{4Ct^3}{D^2}\theta^3+\frac{16t^3}{D^2}\theta+2\frac{C^2-4BD}{D^2}h^{10}t^6=0,$$

e posti

$$\frac{5^5D^4}{2C^5}=E,\ \frac{Ct^3}{D^2}=\frac{5}{m},\ 5\frac{C^2-4BD}{C^2}D^2h^{10}=2,\ 16m-1=y,\ y^3+E(y+1)=0,$$

si avrà

$$(7)\qquad \theta^6-\frac{20}{m}\theta^3-8\frac{1-16m}{m^2}\theta+\frac{20}{m^2}=0:$$

equazione modulare del sig. Kronecker: potendosi fare che sia

$$16m=\left(\frac{y}{\sqrt[3]{-E}}\right)^3=1+y>0,\ \text{e}\ <16.$$

La (6) può ridursi pure alla forma $\theta^6-10\varphi\theta^3-\psi\theta+5\psi^2=0$, altra assegnata da quell' illustre matematico.

Il metodo esposto si applica a qualunque equazione di grado dispari. La $x^3+Ax+C=0$ si riduce alla forma

$$\left(\frac{x+a}{\theta x-1}\right)\sqrt{x}=\pm\sqrt{m},\ \text{se}\ m=-C,\ a=-\frac{C}{2}\theta^2,\ \theta^4+\frac{8}{C}\theta-\frac{4A}{C^2}=0:$$

la quale manca del secondo e terzo termine. Quindi, mediante la radici x, x_1, x_2,

$$\theta=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}{\pm\sqrt{m}}.$$

Una equazione del settimo grado assume la forma

$$\frac{x^3+ax^2+bx+c}{\theta x^3+ex^2+fx+1}\sqrt{x}=\pm\sqrt{m}$$

risolvendo altra equazione algebrica, la quale rispetto a θ ascende al grado 2.3.5: (*) di che spero occuparmi in appresso.

(*) M Hermitz. Sur les fonctions de sept lettres.

Non lascierò di avvertire che la equazione (2), ossia

$$\frac{x^2+bx+c}{x^2+\frac{e}{d}x+\frac{f}{d}}=\frac{y}{dx},$$

porge la costruzione geometrica delle x cercate.

2) Per ridurre una equazione del quinto grado ad altra del sesto possiamo impiegare un metodo che conduce a ricerche più generali. Siano $x_0, x_1 \dots x_4$ le radici della equazione, ed $x^5=1$ porga $x=\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Formo la funzione $(x_0+\alpha x_1+\dots+\alpha^4 x_4)^5=\varphi(\alpha)$, che non varia pel ciclo $(x_0 x_1 \dots x_4)$. Applico a $\varphi(\alpha)$ la sostituzione geometrica $\binom{x_{3i}}{x_i}=\mathrm{T}$, e ne desumo la funzione $\mathrm{X}=\varphi(1)+(1+\mathrm{T}+\dots\mathrm{T}^4)\varphi(\alpha)=\varphi(1)+\varphi(\alpha)+\varphi(\beta)+\varphi(\gamma)+\varphi(\delta)$, simetrica rispetto alle radici di $x^5-1=0$, onde

$$\mathrm{X}=\sum\frac{1.2\dots5}{1.2\dots a1.2\dots b\dots1.2\dots e}x_0^a x_1^b x_2^c x_3^d x_4^e,$$

essendo $a, b \dots e$ tutti i numeri interi positivi tali che $a+b+c+d+e=5$, $b+2c+3d+4e\equiv0$ (mod. 5) epperò $\mathrm{X}=\Sigma x_i^5+120x_0x_1\dots x_4+20\mathrm{P}+30.\mathrm{Q}$, ove

$\mathrm{P}=\Sigma x_h x_k^2 x_l^2$ e $h+2(k+l)\equiv0$ (mod. 5), $\mathrm{Q}=\Sigma x_h x_k x_l^3$ ed $h+k+3l\equiv0$ (mod. 5) (1).

Sappiamo che Q è funzione intera di P e dei coeficienti della equazione di quinto grado, e viceversa

$$\begin{aligned}\mathrm{P}&=x_0(x_2^2x_3^2+x_1^2x_4^2)+x_0^2(x_1x_2^2+x_1^2x_3+x_2x_4^2+x_3^2x_4) \qquad (2)\\ (1)\qquad &+x_1x_3^2x_4^2+x_1^2(x_2x_3^2+x_2^2x_4^2)+x_2^2x_3x_4\\ \mathrm{Q}&=x_0(x_1^3x_2+x_1x_3^3+x_2^3x_4+x_3x_4^3)+x_0^3(x_2x_3+x_1x_4)\\ &+x_1(x_2^3x_3+x_2x_4^3)+x_1^3x_3x_4+x_2x_3^3x_4.\end{aligned}$$

Indichiamo, le radici $x_0, x_1 \dots$ coi soli numeri 0, 1 ...; con $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ i cicli (0,1), (0,1,2), ... (0,1,2,3,4). Mediante le formule (1) si rileva che rispetto alla funzione P, come riguardo alla Q, quei cicli porgono $\theta_2\theta_3=\theta_3\theta_2^2$, $\theta_2\theta_3^2=\theta_3\theta_2$ epperò i due sistemi coniugati $1+\theta_2$, $1+\theta_3+\theta_3^2$ sono permutabili fra loro e non vengono alterati dalle sostituzioni θ_4, θ_3; epperò le P,Q sono funzioni che ammettono unicamente sei valori forniti dalle sostituzioni θ_2, θ_3. Possiamo per tanto comporre una equazione del sesto grado le cui radici siano i valori di P, la risoluzione della quale porgerebbe sei valori della

funzione $\varphi(1)+\varphi(\alpha)+\varphi(\beta)+\varphi(\gamma)+\varphi(\delta)=X=f(P)$: da ognuna di queste equazioni , col mezzo della sostituzione θ_4 , ne dedurremo altre quattro , e siccome $\varphi(1)$ è nota, si avranno ventiquattro equazioni fra altrettante incognite φ i valori delle quali forniranno quelli delle radici x_0 , x_1 ecc.

Applicato il metodo esposto ad una equazione del settimo grado , troviamo una delle funzioni analoghe alle P,Q componenti la X, $P=\Sigma x_h x_k^3 x_l^3$; essendo h,k,l tutti i numeri interi positivi e < 7 che rendono $h+3(k+l)\equiv 0$ (mod. 7), cioè

$$P=x_0(x_1^3x_6^3+x_2^3x_5^3+x_3^3x_4^3)+x_0^3(x_1x_2^3+x_2x_4^3+x_3x_6^3+x_4x_1^3+x_5x_3^3+x_6x_5^3)$$
$$+x_1(x_3^3x_6^3+x_4^3x_5^3)+x_1^3(x_2x_3^3+x_3x_5^3+x_3x_2^3+x_6x_4^3)+$$
$$+x_2x_5^3x_6^3+x_2^3(x_3x_4^3+x_4x_6^3+x_6x_3^3)+x_3^3x_4x_5^3+x_4^3x_5x_6^3.$$

su la quale terrò discorso in appresso.

III. Esprimere le sommatorie simetriche delle radici di una equazione algebrica per i suoi coeficienti (*).

Siano $x_1,x_2 \dots x_m$ le radici della equazione $x^m - a_1x^{m-1}+a_2x^{m-2}\dots\pm a_m=0$, (1) $\Sigma x_1^p x_2^q \dots x_h^t=\Sigma A a_1^\alpha a_2^\beta a_3^\gamma \dots a_m^\rho$ la sommatoria composta colle radici e coi coeficienti. Se $p<q..<t$. saranno $\alpha+2\beta+3\gamma\dots+\rho m=p+q\dots+t$, $\alpha+\beta\dots+\rho$ non $>t$. Supponiamo $x^m-a_1x^{m-1}+a_2x^{m-2}\dots=(x-x_1)(x^{m-1}-b_1x^{m-2}+b_2x^{m-3}\dots)$ epperò $a_1=b_1+x_1$, $a_2=b_2+b_1x_1$, $a_3=b_3+b_3x_1$ ... Ordino la equazione (1) rispetto alle potenze di x_1 come segue

$$\Sigma x_2^p x_3^q \dots x^t{}_{h+1}+x_1^p\Sigma x_3^q x_3^r \dots x_h^t+x_1^q\Sigma x_2^p x_3^r \dots x_h,..=\Sigma A(b_1+x_1)^\alpha(b_2+b_1x_1)^\beta\dots(b_mx_1)^\rho:$$

I coeficienti delle potenze omologhe di x_1 dovendo essere in ambo i membri eguali identicamente, quelli delle potenze x_1 , $x_1^2\dots x_1^{p-1},x^{p+1},\dots$ del secondo membro essendo nulli indipendentemente dalle b_1 , b_2 ... , forniranno tante equazioni lineari fra i coeficienti incogniti indicati con A. Gli altri coeficienti, ommesso il primo per esuberanza di mezzi , saranno sommatorie simetriche delle radici x_2 , x_3... nelle quali manca uno degli esponenti p,q,r ... Queste nuove equazioni si trattano, come si è fatto della (1) ; e ciò, se abbisogna, si prosegue fino a che le sommatorie siano quelle delle potenze di radici, di cui le espressioni per i coeficienti sono ben note. Prendo due esempi dall'opera del sig. Serret $\Sigma x_1^2x_2^2..x_r^2x_{r+1}\dots x_{r+t}=\Sigma x_2^2x_3^2..x^2{}_{r+1}x_{r+1}\dots x_{r+t+1},+\ x_1\Sigma x_2^2x_3^2\dots$

(*) J. A. Serret. - Cours d'Algèbre supèrieure - 3.e edit. - Tome I.e pag. 381-391.

$$\ldots x^2_{r+1}\, x_{r+2} \ldots x_{r+t} + x_1^{\,2}\, \Sigma x_2^{\,2}\, x_3^{\,2} \ldots x_r^{\,2}\, x_{r+1} \ldots x_{r+t} = \sum_{y=0} A_y\, a_{r-y}\, a_{r+t+y} =$$

$$\Sigma A_y [b_{r-y}\, b_{r+t+y} + x_1 (b_{r-y}\, b_{r+t+y-1} + b_{r-y-1}\, b_{r+t+y}) + x_1^{\,2}\, b_{r-y}\, b_{r+t+y-1}].$$

Il coeficiente di $x_1^{\,2}$, che rappresenta la sommatoria cercata corrispondente ad una equazione di grado $m-1$, in cui il numero dei fattori quadrati è $r-1$, quel coeficiente apprende che A_y non dipende da m ed r. Il coeficiente di x_1 esprime le equazioni $A_{y+1}(t-1) = A_y(t) + A_{y+1}(t)$, $A_0(t) = A_0(t-1)$ epperò $A_y = \frac{t(t+1)\ldots(t+y-1)}{1.2..y} (-)^y$, $A_0 = 1$. Ciò che si riconosce pure notando essere $a_r a_{r+t} = S(r-1) + (t+1) S(r-2) + \frac{(t+1)t}{2} S(r-3)$ ecc. ove $S(r-x)$ rappresenti la sommatoria dei prodotti di $r+t$ radici delle quali $r-x$ elevate al quadrato, le altre lineari.

Volendo $\Sigma x_1 x_2^{\,2} x_3^{\,3} = \Sigma x_2 x_3^{\,2} x_4^{\,3} + x_1 \Sigma x_2^{\,2} x_3^{\,3} + x_1^{\,2} \Sigma x_2 x_3^{\,3} + x_1^{\,3} \Sigma x_2 x_3^{\,2}$

$$= Aa_6 + Ba_1 a_5 + Ca_1^{\,2} a_4 + Da_2 a_4 + Ea_3^{\,2} + Fa_1 a_2 a_3 + Ga_1^{\,3} a_2^{\,2} + Ka_2^{\,3};$$

col metodo proposto, un brevissimo calcolo porge i valori di A,B, ...

IV. Intorno ad una serie di Laplace (*).

Date due equazioni $x = \varphi[t + \alpha P(x,y)]$, $y = \psi[u + \beta Q(x,y)]$ esprimere qualvoglia funzione $F(x,y)$ per una serie ordinata rispetto a potenze intere positive di α, β? Supponiamo

$$F(x,y) = F[\varphi(t), \psi(u)] + (a_1 \alpha + a^{(1)} \beta) + (a_2 \alpha^2 + a_1^{(1)} \alpha\beta + a^{(2)} \beta^2) + \ldots + a_m \alpha^m + \ldots + a_r^{(s)} \alpha^r \beta^s + \ldots$$

Siano $\alpha P(x,y) = \omega$, $\beta Q(x,y) = \theta$ onde $x = \varphi(t+\omega)$, $y = \psi(u+\theta)$

$$F[\varphi(t+\omega), \psi(u+\theta)] - F[\varphi(t), \psi(u)] = \left(a_1 \frac{\omega}{P} + a^{(1)} \frac{\theta}{Q}\right) + \left(a_2 \frac{\omega^2}{P^2} + a_1^{(1)} \frac{\omega\theta}{PQ} + a^{(2)} \frac{\theta^2}{Q^2}\right) + \ldots$$

$$\ldots + a_n \frac{\omega^n}{P^n} + \ldots + a_r^{(s)} \frac{\omega^r \theta^s}{P^r Q^s} + \ldots \quad (1)$$

ove nel secondo membro intendo che P, Q rappresentino $P[\varphi(t+\omega), \psi(u+\theta)]$. Immagino sviluppato il primo membro di questa equazione (1) rispetto alle potenze di ω, θ e per trovare un coeficiente a_n moltiplico la equazione per P^n, differenzio n volte rispetto ad ω, quindi posti $\omega = \theta = 0$ ottengo

---

(*) Laplace - Mécanique Céleste - Tome I.° pag. 174. — J. Bertrand - Traité de calcul différ. et intégr. - Tome I.° pag. 399.

$$\sum_{h=1}^{h=n}\frac{n(n-1)\ldots(n-h+1)}{1.2\ldots h}\,d_t^{n-h}(\mathrm{P}^n)d_t^h\mathrm{F}=\sum_{h=1}^{h=n-1}n(n-1)\ldots(n-h+1)a_h d_t^{n-h}(\mathrm{P}^{n-h})+$$

$$+\,1.2.3\ldots a_n \quad (2)$$

dove P,F rappresentano $\mathrm{P}[\varphi(t),\psi(u)]$, $\mathrm{F}[\varphi(u),\psi(u)]$. Fatto in questa equazione (2) $n=1,2,3\ldots$ si desumono successivamente i valori di a_1, $a_2\ldots$ quindi la formula di Lagrange $a_n=\frac{1}{1.2\ldots n}d_t^{n-1}(\mathrm{P}^n d_t\mathrm{F})$, e le relazioni

$$(3)\qquad \sum_{h=1}^{h=n}\frac{n(n-1)\ldots(n-h+1)}{1.2..h}d_t^{n-h}(\mathrm{P}^n).d_t^h\mathrm{F}$$

$$=\sum_{h=1}^{h=n}\frac{n(n-1)\ldots(n-h+1)}{1.n..h}\,d_t^{n-h}(\mathrm{P}^{n-h}).d_t^{h-1}(\mathrm{P}^h d_t\mathrm{F})$$

$$(4)\qquad \frac{n(n-1)..(n-z+1)}{z}\,d_t^{n-z}(\mathrm{P}^n)$$

$$=\sum_{h=z}^{h=n}\frac{n(n-1)\ldots(n-h+1)}{1.2..(h-z).h}\,d_t^{n-h}(\mathrm{P}^{n-h}).d_t^{h-z}(\mathrm{P}^h)$$

dalla quale, particolarizzando la funzione P, derivano varie formule d' integrali finiti deffiniti.

Per conseguire $a_r^{(s)}$ moltiplico la (1) per $\mathrm{P}^r\mathrm{Q}^s$, differenzio il prodotto r volte per ω, s volte per θ, pongo dippoi $\omega=\theta=0$ e ne desumo

$$(5)\qquad \sum_{z-1}^{z=r}\frac{r(r-1)\ldots(r-z+1)}{1.2..z}\,d_t^{r-z}d_u^s(\mathrm{P}^r\mathrm{Q}^s).d_t^z\mathrm{F}+$$

$$+\sum_{z-1}^{z=s}\frac{s(s-1)\ldots(s-z+1)}{1.2..z}\,d_t^r d_u^{s-z}(\mathrm{P}^r\mathrm{Q}^s).d_u^z\mathrm{F}+$$

$$+\sum_{z=1}^{z=r}\sum_{v=1}^{v=s}\frac{r(r-1)..(r-z+1)\times s(s-1)..(s-v+1)}{1.2..z\times 1.2\ldots v}\,d_t^{r-z}d_u^{s-v}(\mathrm{P}^r\mathrm{Q}^s)d_t^z d_u^v\mathrm{F}$$

$$=\sum_{z=1}^{z=r} r(r-1)\ldots(r-z+1)a_z d_t^{r-z} d_u^s(P^{r-z}Q^s)+$$

$$+\sum_{z=1}^{z=s} s(s-1)\ldots(s-z+1)u^{(z)} d_t^r d_u^{s-z}(P^r Q^{s-z})$$

$$+\sum_{z=1}^{z=r-1}\sum_{v=1}^{v=s-1} r(r-1)..(r-z+1)\times s(s-1)\ldots(s-v+1)a_z^{(v)} d_t^{v-z} d_u^{s-v}(P^{r-z}Q^{s-v})$$

$$+1.2..r\times 1.2..s a_r^{(s)},$$

da cui $\quad a_1^{(1)}=PQd_t d_u F+Qd_u P.d_t F+P.d_t Q.d_u F=f(P,Q),$

$$a_r^{(s)}=\frac{1}{1.2..r\times 1,2..s}d_t^{r-1}d_u^{s-1}f(P^r,Q^s) \qquad (6)$$

che sono le formole di Laplace. Sostituiti questi valori nella (5), eguagliati i coeficienti di una funzione $d_t^z d_u^v F$, ed assegnate alle P,Q forme particolari, derivano molte relazioni che forse meritano attenzione.

Il metodo esposto vale ad estendere più oltre le formule di Laplace. Essendo date $x=\varphi(t+\alpha P)$, $y=\psi(u+\beta Q)$, $z=\xi(v+\gamma R)$; ove P,Q,R siano funzioni di x,y,z possiamo svolgere qualunque $F(x,y,z)$ in serie ordinata per potenze intere positive di α,β,γ. Da che posto

$$F(x,y,z)=F[\varphi(t),\psi(u),\xi(v)]+\ldots+a_{1,1,1}\alpha\beta\gamma+\ldots+a_{l,m,n}\alpha^l\beta^m\gamma^n+\ldots$$

col metodo, di cui sopra, troviamo

$$a_{1,1,1}=PQRd_t d_u d_v F+Rd_v(PQ)d_t d_u F+Qd_u(PR)d_t d_u F+Pd_t(QR)d_u d_v F$$
$$+(RQd_u d_v P+Rd_v Q.d_u P+Qd_u Rd_v P)d_t F+[PRd_v d_t Q+Pd_t R.d_v Q+Rd_v P.d_t Q]d_u F$$
$$+[PQd_u d_t R+Qd_u P.d_t R+Pd_t Q.d_u R]d_v F=f(P,R,R)$$

$$(7) \qquad a_{l,m,n}=\frac{1}{1.2..l\times 1.2..m\times 1.2..n}d_t^{l-1}d_u^{m-1}d_v^{n-1}f(P^l,Q^m,R^n)$$

Volendo estendere la ricerca ad un maggior numero di equazioni le formule (6), (7) porgono gli elementi della induzione che agevola il calcolo laborioso.

V. *Integrazione delle equazioni lineari a differenze finite* (*).

Per brevità considero una equazione del second' ordine incompleta $a_n y_n + b_n y_{n+1} + c_n y_{n+2} = 0$. Scrivo la serie di equazioni conseguenti

$$
\begin{array}{llr}
M = -a_0 y_0 - b_0 y_1 = c_0 y_2 & & \alpha \\
N = \quad -a_1 y_1 = b_1 y_2 + c_1 y_3 & & \beta \\
\cdots\cdots\cdots & & \\
0 = a_{r-1} y_{r-1} + b_{r-1} y_r + c_{r-1} y_{r+1} & & .. \\
(A) \quad 0 = \quad a_r y_r + b_r y_{r+1} + c_r y_{r+2} & & .. \\
0 = \quad a_{r+1} y_{r+1} + b_{r+1} y_{r+2} + c_{r+1} y_{r+3} & & .. \\
\cdots\cdots\cdots & & \\
0 = \quad a_{n-2} y_{n-2} + b_{n-2} y_{n-1} + c_{n-2} y_n & &
\end{array}
$$

Nella colonna in cui si trova y_n ho aggiunto, un segno α nella prima riga, β nella seconda. Immagino il prodotto

$$\Pi = (c_0 + \alpha)(b_1 + c_1 + \beta)(a_2 + b_2 + c_2)\ldots\ldots(a_r + b_r + c_r)\ldots\ldots(a_{n-2} + b_{n-2} + c_{n-2})$$

e da esso desumo il determinante Δ formato coi coefficienti delle y_2, $y_3 \ldots y_2$ con α, β della tavola (A), e siccome possiamo supporre tutte le $c_r = 1$ avremo $\Delta = 1$, $y_n = M \dfrac{d\Delta}{d\alpha} + N \dfrac{d\Delta}{d\beta}$ quando si pongano $\alpha = \beta = 0$. Avremo pertanto $\dfrac{d\Delta}{d\alpha} = (b_1 + c_1)(a_2 + b_2 + c_2)\ldots\ldots(a_{n-2} + b_{n-2} + c_{n-2})$ purchè il prodotto si effettui colle norme seguenti. Supposto già impiegato il fattore resimo, se l' ultimo fattore

è	a_r	lo moltiplicheremo per	a_{r+1},	b_{r+1},	c_{r+1}
	b_r			b_{r+1},	c_{r+1}
	c_r		$-a_{r+1}$,	,	c_{r+1}

escludendo però il fattore $\pm a_{r+1}$ se c_{r-1} precede a_r o c_r. Il segno $-a_{r+1}$ si appone perchè passando da c_r ad a_{r+1} si retrocede dalla colonna $r+1$ alla

(*) Binet. Mém. de l' Acad. des sciences de France. T. 19 pag. 629. - An. 1845. - Libri. Mém. de Mathém. pag. 203.

r. Questo metodo è ad un dipresso quello di Binet con qualche facilitazione, non porge una risoluzione algebra, cui parmi meglio soddisfa il seguente. Immagino un determinante Δ di cui gli elementi sieno nella prima riga

$$a_1,\ a_2 \ldots a_n\ ,\qquad \text{nella seconda}\qquad b_1,\ b_2 \ldots b_n\ ,\ \text{ecc.}$$

Pongo sott' occhi alcune formule, forse conosciute, delle quali è agevole la prova. Supposti

$a^2{}_1 + a^2{}_2 \ldots + a^2{}_a = (a^2)$, $b^2{}_1 + b^2{}_2 \ldots + b^2{}_n = (b^2)$ ec. $a_1 b_1 + a_2 b_2 \ldots + a_n b_n = (ab)$ ec.

sono

$$\Delta^2(a_1 b_2) = (a^2)(b^2) - (ab)^2\ ,$$

$$\Delta^2(a_1 b_2 c_3) = (a^2)b^2)(c^2) - (a^2)(bc)^2 - (b^2)(ac)^2 - (c^2)(ab)^2 + 2(ab)(bc)(ca)$$

$$\Delta^2(a_1 b_2 c_3 d_4) = (a^2)(b^2)(c^2)(d^2) - \Sigma(a^2)(b^2)(cd)^2 + 2\Sigma(a^2)(bc)(cd)(db) - 2\Sigma(ab)(bc)(cd)(da)$$

$$\Delta^2(a_1 b_2 \ldots e_5) = (a^2)(b^2)\ldots(e^2) - \Sigma(a^2)(b^2)(c^3)(de)^2 + 2\Sigma(a^2)(b^2)(cd)(de)(ec)$$

$$+ \Sigma(a^2)\Sigma\overline{(bc)(de)}^2 - 2\Sigma(a^2)\Sigma(bc)(cd)(de)(eb) - 2\Sigma(ab)^2(cd)(de)(ec) + 2\Sigma(ab)(bc)(cd)(de)(ea)$$

$$\Delta^2(a_1 b_2 \ldots) = \overset{n}{\Pi}(a^2) + \Sigma\overset{x}{\Pi}(a^2)\overset{n-x}{\Pi}(-1)^{n-x}(bc)^2 - 2\Sigma\overset{x}{\Pi}(a^2)\overset{y}{\Pi}(-1)^{y}(bc)\overset{n-x-y}{\Pi}(-1)^{n-x-y}(de)\ .$$

Ogni simbolo Σ di somma, Π di prodotto deve estendersi a tutti i termini possibili della forma cui sono applicati. Ciascun fattore (ab), (ac)..$(ab)^2$, $(ac)^2$.. importa segno negativo: ogni prodotto che contiene fattori (ab), (ac) . . . si scrive con segno opposto e si moltiplica per due. Ripresa la equazione alle differenze, perchè $\Delta = 1$, sarà $y_n = \frac{1}{2}M\frac{d\Delta^2}{d\alpha} + \frac{1}{2}N\frac{d\Delta^2}{d\beta}$. Poniamo

$$a^2{}_r + b^2{}_r + c^2{}_r = S(r)\ ,\quad b_{r-1}a_r + c_{r-1}b_r = S(r, r+1)\ ,\quad c_{r-1}a_{r+1} = S(r, r+2)\ ,$$

onde

$$S(r, r+3) = S(r, r+4) = \text{ec.} = 0\ ,$$

$$S(1) = c^2{}_0 + \alpha^2,\ S(2) = b_1{}^2 + c^2{}_1 + \beta^2,\ S(1, n-1) = \alpha c_{n-2},\ S(2, n-2) = \beta c_{n-2}\ .$$

Siccome, a calcolo compito, dobbiamo porre $\alpha = \beta = 0$ ed ogni $c_r = 1$, nel valore di y_n sarà

$$\frac{1}{2}\Delta^2 = \left| \begin{array}{l} S(1,n-1)\left\{\begin{matrix} S(1,2) \\ S(1,3) \end{matrix}\right. \Sigma \overset{x}{\Pi} S(t) \overset{y}{\Pi} S^2(u,v)(-1)^y \overset{n-x-y-3}{\Pi} (-1)^{n-x-y-3} S(\rho,\mu) \left\}\begin{matrix} S(n-2,n-1) \\ S(n-3,n-1) \end{matrix}\right. \\ \\ +S(2,n-1)\left\{\begin{matrix} S(1,2) \\ S(2,3) \\ S(2,4) \end{matrix}\right. \Sigma \text{ ec. idem} \left\}\begin{matrix} S(n-2,n-1) \\ \\ S(n-3,n-1) \end{matrix}\right. \end{array} \right.$$

cioè al fattore $S(1,n-1)$ può succedere tanto $S(1,2)$ come $S(1,3)$ quale secondo: l'ultimo sarà l'uno dei due $S(n-2,n-1)$, $S(n-3,n-1)$. Il segno Σ deve estendersi a tutti i termini possibili, cui è apposto, fatti con $2n-6$ elementi della tavola (A) prendendone due, eguali o distinti, in ciascuna riga. I fattori $\Pi S(\rho,\mu)$, coi tre estremi che ho resi espliciti, sono prodotti di più funzioni $S(\rho,\mu)$ costituenti cicli, cioè i fattori si possono scrivere così che due consecutivi abbiano un indice comune col penultimo, l'altro comune col primo ma che non appartiene al secondo fattore. Altrettanto si dica intorno alla composizione dei termini moltiplicati per $S(2,n-1)$. Saranno poi

$$\frac{d\Delta^2}{d\alpha} = \frac{d\Delta^2}{dS(1,n-1)}, \quad \frac{d\Delta^2}{d\beta} = \frac{d\Delta^2}{dS(2,n-1)}$$

In qualche caso l'integrale di una equazione

$$d^2{}_x z + \varphi(x) d_x z + \psi(x).z = 0 \quad \text{si ottiene ponendo} \quad x = n\alpha\,, \; z = y_n(\alpha)$$

$$y_{n+2} + [\alpha\varphi(n\alpha) - 2] y_{n+1} + [\alpha^2\psi(n\alpha) - \alpha\varphi(n\alpha) + 1] y_n = 0$$

da cui desunto

$$y_n = f(\alpha, n, n\alpha)\,, \quad \text{si consegue } z = f(0, \infty, x)\,.$$

(Continua)

Sur quelques questions relatives aux fonctions elliptiques
par M. Eugène Catalan.

Dans un Mémoire publié en 1848 (*), M. Tortolini démontre, au moyen des coordonnées *elliptico-polaires* de Jacobi, le Théorème de Legendre, relatif aux fonctions complètes, à modules complémentaires. En rédigeant, pour mes Élèves, cette remarquable démonstration, il m' a semblé qu' on en peut rendre plus sensible l'interprétation géométrique, et qu' on peut aussi, en s' appuyant sur le principe qui a guidé le savant Géomètre romain, découvrir de nouveaux théorèmes, analogues à celui de Legendre. C'est ce que j'ai essayé de faire dans cette Note, qui se termine pas des remarques sur divers passages du *Traité des fonctions elliptiques*.

I.

Le Théorème de Legendre consiste en l'équation

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\Delta(b,\varphi)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\, \Delta(c,\theta) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\Delta(c,\theta)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\, \Delta(b,\varphi) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\Delta(b,\varphi)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\Delta(c,\theta)} = \frac{\pi}{2}. \qquad (1)$$

Si l'on pose

$$u = \sin\varphi\,, \qquad v = \sin\theta\,, \qquad (2)$$

on transforme aisément l'équation (1) en celle-ci :

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{(1 - b^2u^2 - c^2v^2)du\, dv}{\sqrt{(1-u^2)(1-v^2)(1-b^2u^2)(1-c^2v^2)}} = \frac{\pi}{2}. \qquad (3)$$

Pour interpréter cette relation, je considère la sphère représentée par

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \qquad (4),$$

et je suppose, comme M. Tortolini (**) :

$$x = u\sqrt{1-c^2v^2}\,, \qquad y = v\sqrt{1-b^2v^2}\,, \qquad z = \sqrt{(1-u^2)(1-v^2)} \qquad (5).$$

Ces valeurs satisfont à l'équation (4), quels que soient les paramètres u, v. D'ailleurs, le $\frac{1}{8}$ de la surface sphérique a pour mesure $\frac{\pi}{2}$; donc

$$\iint \frac{dxdy}{z} = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\left(\frac{dx}{du}\frac{dy}{dv} - \frac{dx}{dv}\frac{dy}{du}\right) du\, dv}{\sqrt{(1-u^2)(1-v^2)}} = \frac{\pi}{2}\,;$$

ou, par un calcul facile,

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{(1 - b^2u^2 - c^2v^2)du\, dv}{\sqrt{(1-u^2)(1-v^2)(1-b^2u^2)(1-c^2v^2)}} = \frac{\pi}{2}\,;$$

comme ci-dessus.

(*) *Sulla riduzione di alcuni integrali definiti ai trascendenti ellittici* (Giornale Arcadico, t. CXVI. *Agosto e Settembre* 1848).
(**) A la notation près.

On peut donc, ainsi que l'a trouvé M. Tortolini, parvenir au Théorème de Legendre en traçant sur la sphère les deux systèmes de courbes représentées par

$$u = const. \;,\qquad v = const.,$$

et en prenant, pour élément de la surface sphérique, le quadrilatère qui a pour côtés deux courbes consécutives du premier système, et deux courbes consécutives du second. Voyons quelles sont ces courbes.

II.

On tire, des formules (5) :

$$\frac{b^2x^2}{1-c^2v^2}+\frac{y^2}{v^2}=1,$$

ou, à cause de l'équation (4) :

$$\frac{c^2}{1-c^2v^2}\,x^2-\frac{1}{v^2}y^2+\frac{1}{1-v^2}\,z^2=0 \qquad \text{(A)};$$

puis, par un changement de lettres,

$$-\frac{1}{u^2}\,x^2+\frac{b^2}{1-b^2u^2}y^2+\frac{1}{1-u^2}\,z^2=0 \qquad \text{(B)}.$$

Les équations (A), (B) représentent deux cônes qui se coupent suivant quatre génératrices communes : le point où chacune de ces droites perce la sphère est déterminé par les formules (5).

Ces cônes sont orthogonaux. En effet, la condition ordinaire devient

$$-\frac{c^2}{u^2(1-c^2v^2)}\,x^2-\frac{b^2}{v^2(1-b^2u^2)}\,y^2+\frac{1}{(1-u^2)(1-v^2)}\,z^2=0,$$

ou

$$-c^2-b^2+1=0;$$

relation identique.

Les cônes (A), (B), orthogonaux l'un par rapport à l'autre, sont d'ailleurs orthogonaux relativement à la sphère; par conséquent, *les courbes suivant lesquelles ils la coupent sont orthogonales.*

Soient ds, $d\sigma$ les éléments des *coniques-sphériques* passant au point (x, y, z). On trouve

$$\left(\frac{ds}{du}\right)^2=\frac{1-b^2u^2-c^2v^2}{(1-u^2)(1-b^2u^2)},\qquad \left(\frac{d\sigma}{dv}\right)^2=\frac{1-b^2u^2-c^2v^2}{(1-v^2)(1-c^2v^2)};$$

donc, dA étant l'aire du *rectangle* déterminé par ces courbes et par les coniques infiniment voisines de celles-ci,

$$dA=\frac{(1-b^2u^2-c^2v^2)\,du\,dv}{\sqrt{(1-u^2)(1-v^2)(1-b^2u^2)(1-c^2v^2)}};$$

comme précédemment.

La conique-sphérique, intersection du cône (A) avec la sphere, a pour projection, sur le plan zx, l'ellipse représentée par

$$\frac{x^2}{1-c^2v^2}+\frac{z^2}{1-v^2}=1\,. \qquad \text{(A')}$$

De même, la seconde conique a pour équation

$$\frac{y^2}{1-b^2u^2}+\frac{z^2}{1-u^2}=1 \qquad \text{(B')}\,.$$

Soient $BD=\gamma$, $BE=\alpha$ les demi-axes de la coniques-phérique DME représentée par l'équation (A'). On a

$$\sin\gamma=\sqrt{1-v^2}\,,\quad \sin\alpha=\sqrt{1-c^2v^2}\,,$$

ou

$$\cos\gamma=v=\sin\theta\,,\ \cos\alpha=cv=c\sin\theta\ ;$$

ainsi,

$$\gamma=\frac{\pi}{2}-\theta.$$

$\theta=0$ donne $v=0$, $x^2+z=1$: l'ellipse DME se réduit à la circonference CGA.

Si l'on suppose $\theta=\frac{\pi}{2}$, ou $v=1$, on trouve $z=0$; et la valeur de x paraît indéterminée. Mais, A, C désignant les demi-axes de l'ellipse (A'), on a

$$A^2=1-c^2v^2\,,\quad C^2=1-v^2\,;$$

d'où

$$A^2-c^2C^2=b^2\,;$$

et, par conséquent, si $c=0$, $A=b$. Ainsi, *la limite inférieure des coniques* DML *est un arc* Be *de la circonférence* BA.

Les mêmes remarques s'appliquent aux coniques-sphériques GMF, représentées par l'équation (B').

En résumé, *le Théorème de Legendre équivaut à la décomposition de la sphère en rectangles infiniment petits, au moyen de coniques sphériques orthogonales.* Si l'on *découpait* autrement la surface, on trouverait d'autres théorèmes, plus ou moins intéressants.

III.

Par exemple, considérons les coniques projetées, sur le plan xy, suivant les cercles *orthogonaux* représentés par

$$x^2+y^2-2\alpha x+1=0 \quad \text{(C)}\,,\qquad x^2+y^2+2\beta y-1=0 \quad \text{(D)}.\ (*).$$

(*) *Journal de Liouville*, tome **XIX**, p. 134.

Deux courbes consécutives appartenant aux système (C), et deux courbes consécutives appartenant au système (D), déterminent un quadrilatère sphérique infiniment petit. Nous allons évaluer cet élément de la surface, après quoi nous exprimerons que l'intégrale double égale $\frac{\pi}{2}$.

IV.

Pour simplifier les équations (C), (D), posons

$$\alpha = \frac{1}{\sin\theta}, \quad \beta = \cot\varphi \qquad (6).$$

De là résulte

$$\frac{x}{\sin\theta} + y\cot\varphi = 1, \quad x^2 + y^2 - \frac{x}{\sin\theta} + y\cot\varphi = 0 \qquad (7);$$

puis, par un calcul que nous supprimons :

$$x = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta\cos\varphi}, \qquad y = \frac{\cos\theta\sin\varphi}{1 + \cos\theta\cos\varphi} \qquad (8).$$

On tire, des dernières formules:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\theta} &= \frac{\cos\theta + \cos\varphi}{(1 + \cos\theta\cos\varphi)^2}, & \frac{dx}{d\varphi} &= \frac{\sin\theta\cos\theta\sin\varphi}{(1 + \cos\theta\cos\varphi)^2}, \\ \frac{dy}{d\theta} &= -\frac{\sin\theta\sin\varphi}{(1 \cos\theta\cos\varphi)^2}, & \frac{dy}{d\varphi} &= \frac{\cos\theta(\cos\theta + \cos\varphi)}{(1 + \cos\theta\cos\varphi)^2}; \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

puis

$$\frac{dx}{d\theta}\frac{dy}{d\varphi} - \frac{dy}{d\theta}\frac{dx}{d\varphi} = \frac{\cos\theta}{(1 + \cos\theta\cos\varphi)^2} \qquad (10).$$

L'élément de l'aire est

$$dA = \frac{dx\, dy}{z} = \frac{1}{z}\,\frac{\cos\theta\, d\theta\, d\varphi}{(1 + \cos\theta\cos\varphi)^2};$$

mais

$$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} = \sqrt{2\beta y} = \sqrt{\frac{2\cos\theta\cos\varphi}{1 + \cos\theta\cos\varphi}};$$

donc

$$dA = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\cos\theta}{\cos\varphi}}\,\frac{d\theta\, d\varphi}{(1 + \cos\theta\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}. \qquad (11)$$

Si l'on fait varier θ et φ de 0 à $\frac{\pi}{2}$, on a le $\frac{1}{8}$ de la surface; ainsi

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\sqrt{\cos\theta}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{(1 + \cos\theta\cos\varphi)\sqrt{\cos\varphi(1 + \cos\theta\cos\varphi)}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}. \qquad (E)$$

Telle est l'équation qui remplace la relation (3).

V.

Afin de réduire la première intégrale, je fais d'abord

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} \varphi = p \operatorname{tg} \omega : \qquad (12)$$

il vient

$$\int \frac{d\varphi}{(1+\cos\theta\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\cos\varphi}} = 2p\int \frac{(\cos^2\omega - p^2\sin^2\omega)d\omega}{\left[\cos^2\omega+p^2\sin^2\omega+\cos\theta(\cos^2\omega-p^2\sin^2\omega)\right]^{\frac{3}{2}}\sqrt{\cos^2\omega-p^2\sin^2\omega}};$$

ou, en prenant

$$p = \cot \tfrac{1}{2}\theta \qquad (13):$$

$$\int \frac{d\varphi}{(1+\cos\theta\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\cos\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sin\frac{1}{2}\theta\cos^2\frac{1}{2}\theta}\int \frac{(\cos^2\omega + \cot^2\frac{1}{2}\theta\sin^2\omega)d\omega}{\sqrt{\cos^2\omega - \cot^2\frac{1}{2}\theta\sin^2\omega}}. \qquad (14)$$

La quantité placée sous le radical égale $1 - \dfrac{\sin^2\omega}{\sin^2\frac{1}{2}\theta}$. Soit donc, en second lieu,

$$\sin\omega = \sin\tfrac{1}{2}\theta\sin\psi \qquad (15);$$

l'égalité (14) devient

$$\int \frac{d\varphi}{(1+\cos\theta\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\cos\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\cos^2\frac{1}{2}\theta}\int \frac{1+\cos\theta\sin^2\psi}{\sqrt{1-\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin^2\psi}}. \qquad (16)$$

D'après les formules (12), (13), (15), on a, simultanément :

$$\varphi = 0, \quad \omega = 0, \quad \psi = 0;$$
$$\varphi = \tfrac{\pi}{2}, \quad \omega = \tfrac{1}{2}\theta, \quad \psi = \tfrac{\pi}{2}.$$

Ainsi, dans l'équation (16), les limites de la seconde intégrale sont 0 et $\frac{\pi}{2}$, lorsque la première intégrale est prise entre ces mêmes limites. Conséquemment, la relation (E) devient

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos\theta}\,d\theta}{\cos^2\frac{1}{2}\theta}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos\theta\sin^2\psi}{\sqrt{1-\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin^2\psi}} = \pi;$$

ou, après quelques réductions évidentes,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos\theta}\,d\theta}{\cos^2\frac{1}{2}\theta}\left[\cot^2\tfrac{1}{2}\theta\,F_1(\sin\tfrac{1}{2}\theta) - \frac{\cos\theta}{\sin^2\frac{1}{2}\theta}\,E_1(\sin\tfrac{1}{2}\theta)\right] = \pi \qquad (E').$$

VI.

Cette *réduite* de l'équation (E) peut être transformée à son tour. En effet, le premier membre (*) équivaut à

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos\theta}\,d\theta}{\cos^2\frac{1}{2}\theta} E_1(\sin\tfrac{1}{2}\theta) + \int_2^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos\theta}\,d\theta}{\sin^2\frac{1}{2}\theta}\left[F_1(\sin\tfrac{1}{2}\theta) - E_1(\sin\tfrac{1}{2}\theta)\right];$$

ou à

$$2\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{dc\sqrt{1-2c^2}}{(1-c^2)^{\frac{3}{2}}} . E_1(c) - 2\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{dc\sqrt{1-2c^2}}{c^2\sqrt{1-c^2}}\left[E_1(c) - F_1(c)\right],$$

c représentant $\sin\frac{1}{2}\theta$.

La quantité entre parenthèses égale $c\dfrac{dE_1(c)}{dc}$ (**); de plus,

$$\frac{E_1(c)}{1-c^2} - \frac{1}{c}\frac{dE_1(c)}{dc} = -\frac{1}{c\sqrt{1-c^2}} \cdot \frac{d\left[\sqrt{1-c^2}E_1(c)\right]}{dc};$$

donc

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt{1-c^2}}{c(1-c^2)} d\left[\sqrt{1-c^2}E_1(c)\right] = -\frac{\pi}{2};$$

ou enfin

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos\theta}}{\sin\frac{1}{2}\theta\cos^2\frac{1}{2}\theta} d\left[\cos\tfrac{1}{2}\theta\, E_1(\sin\tfrac{1}{2}\theta)\right] = -\frac{\pi}{2}. \qquad (E'')$$

VII.

On sait que l'intégrale générale de l'équation

$$(1-c^2)\frac{d^2y}{dc^2} + \frac{1-c^2}{c}\frac{dy}{dc} + y = 0 \qquad (F)$$

est

$$y = \alpha E_1(c) + \beta\left[F_1(b) - E_1(b)\right] \qquad (G) \quad (***).$$

(*) On ne peut pas le remplacer par

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos\theta}\,d\theta}{\sin^2\frac{1}{2}\theta} F_1(\sin\tfrac{1}{2}\theta) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\cos\theta)^{\frac{3}{2}}\,d\theta}{\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\frac{1}{2}\theta} E_1(\sin\tfrac{1}{3}\theta),$$

parce que ces deux intégrales sont infinies.

(**) *Traité des Fonctions elliptiques*, tome I, p. 62.

(***) *Fonctions elliptiques*, tome I, p. 64.

Comme une intégrale particulière est $y_1 = E_1(c)$, ou peut trouver l'intégrale générale sous une forme différente de (G), du moins en apparence. En effet, de l'équation (F), jointe à

$$(1-c^2)\frac{d^2 y_1}{dc^2} + \frac{1-c^2}{c}\frac{dy_1}{dc} + y_1 = 0,$$

on tire, par le procédé connu,

$$\frac{d\left(y_1 \frac{dy}{dc} - y\frac{dy_1}{dc}\right)}{y_1\frac{dy}{dc} - y\frac{dy_1}{dc}} + \frac{dc}{c} = 0;$$

équation dont l'intégrale est

$$c\left(y_1\frac{dy}{dc} - y\frac{dy_1}{dc}\right) = \lambda,$$

ou

$$d\frac{y}{y_1} = \frac{\lambda}{y_1^2}\frac{dc}{c}.$$

Par conséquent

$$y = E_1(c)\left[\lambda\int\frac{dc}{c[E_1(c)]^2} + \mu\right]. \qquad (G')$$

En comparant les valeurs (G), (G'), on trouve aisément

$$E_1(c)\left[\frac{dF_1(b)}{dc} - \frac{dE_1(b)}{dc}\right] - [F_1(b) - E_1(b)]\frac{dE_1}{dc} = \frac{\lambda}{\beta}\frac{1}{c}. \qquad (17)$$

Mais (*)

$$\frac{dF_1(b)}{dc} = -\frac{1}{b^2 c}[E_1(b) - c^2 F_1(b)],$$

$$\frac{dE_1(b)}{dc} = -\frac{c}{b^2}[E_1(b) - F_1(b)],$$

$$\frac{dE_1(c)}{dc} = \frac{1}{c}[E_1(c) - F_1(c)];$$

donc l'équation (17) devient :

$$F_1(b)\,F_1(c) - F_1(b)\,E_1(c) - E_1(b)\,F_1(c) = \frac{\lambda}{\beta};$$

ou, par le Théorème de Legendre,

$$\lambda = -\frac{\pi}{2}\beta.$$

Conséquemment, à cause des formules (G), (G'),

$$\alpha + \beta\,\frac{F_1(b) - E_1(b)}{E_1(c)} = \mu - \frac{\pi}{2}\beta\int\frac{dc}{c[E_1(c)]^2}. \qquad (18)$$

(*) *Fonctions elliptiques*, tome I, p. 61.

Représentons par $f(c)$ l'intégrale indéfinie, de manière que

$$\alpha + \beta \frac{F_1(b) - E_1(b)}{E_1(c)} = \mu - \frac{\pi}{2} \beta f(c) + const.$$

Lorsque $c = 1$, $b = 0$, $F_1(b) - E_1(b) = 0$, etc. ; et

$$\alpha = \mu - \frac{\pi}{2} \beta f(1) + const.$$

Par suite,

$$\frac{F_1(b) - E_1(b)}{E_1(c)} = \frac{\pi}{2} [f(1) - f(c)],$$

ou

$$\int_c^1 \frac{dx}{[E_1(x)]^2} = \frac{2}{\pi} \frac{F_1(b) - E_1(b)}{E_1(c)} \qquad \text{(H)}.$$

Il est à remarquer que les deux membres deviennent infinis pour $c = 0$. Du reste, pour vérifier cette relation, il suffit, comme nous venons de le faire implicitement, de différentier par rapport à c.

VIII.

On arrive à une autre intégrale définie elliptique quand on cherche l'intégrale double

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\omega \, d\theta \, d\omega \sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta \sin^2\omega} \, . \qquad (19)\ (*)$$

On peut d'abord écrire

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\omega \, d\omega \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sqrt{1 - \cos^2\omega \sin^2\theta} \, ,$$

ou

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} E_1(\cos\omega) \cos\omega \, d\omega \qquad (20).$$

En second lieu, si l'on renverse l'ordre de l'intégration, et que l'on fasse

$$\sin\omega = \cot\theta \operatorname{tg}\varphi \, ,$$

on trouve

$$A = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \left[1 + \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} \operatorname{l.tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)\right],$$

(*) Cette expression représente, à un facteur près, l'aire de la *surface cyclotomique à directrice circulaire*. (Voyez mon *Traité élémentaire de Geométrie descriptive*).

on, en remplaçant θ par $2x$:

$$A = \frac{\pi}{4} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x}{\sin 2x} \text{l. tg.} \left(\frac{\pi}{4} + x\right) dx.$$

Or (*)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\text{l. tg.} \left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{\sin 2x} dx = \frac{\pi^2}{8}, \qquad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, \text{l.tg.} \left(\frac{\pi}{4} + x\right) dx = \frac{\pi}{4};$$

donc

$$A = \frac{\pi^2}{8}. \tag{21}$$

Égalant les deux valeurs de A, on a

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos \omega) \cos \omega \, d\omega = \frac{\pi^2}{8},$$

ou

$$\int_0^1 E_1(c) \frac{cdc}{\sqrt{1 - c^2}} = \frac{\pi^2}{8} \tag{K}.$$

Pour vérifier ce résultat curieux, il suffit de prendre le développement de $E_1(c)$, de multiplier chaque terme par $\frac{cdc}{\sqrt{1 - c^2}}$, et d'intégrer : on trouve

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{2.3} - \frac{1.3}{2.4.6.7} - \frac{1.3.5}{2.4.6.8.9} - \ldots,$$

formule connue.

IX.

L'illustre créateur de la Théorie des Fonctions elliptiques, après avoir établi la relation

$$\Pi(-c^2 \sin^2\theta) + \Pi\left(-\frac{1}{\sin^2\theta}\right) = F + \frac{\text{tg}\,\theta}{2\Delta(\theta)} \log\left[\frac{\Delta(\varphi)\,\text{tg}\,\theta + \Delta(\theta)\,\text{tg}\,\varphi}{\Delta(\varphi)\,\text{tg}\,\theta - \Delta(\theta)\,\text{tg}\,\varphi}\right], \tag{L}$$

fait observer que le second membre devient infini quand l'amplitude φ égale θ ; puis il ajoute (**):

« Lorsqu'ensuite on suppose $\varphi > \theta$, le dénominateur devient négatif, et la va-
» leur de $\Pi\left(-\frac{1}{\sin^2\theta}\right)$ *redevient finie par la destruction mutuelle des parties in-*
» *finies et de signes contraires*. Mais alors la formule a besoin d'être rectifiée pour

(*) *Bierens de Haan*, T. 315.
(**) *Fonctions elliptiques*, tome I, p. 71.

» ne pas offrir le logarithme d'une quantité négative, et *il faudra l'écrire ainsi*

$$» \quad \Pi(-c^2\sin^2\theta) + \Pi\left(-\frac{1}{\sin^2\theta}\right) = F + \frac{\operatorname{tg}\theta}{2\Delta(\theta)}\log\left[\frac{\Delta(\theta)\operatorname{tg}\varphi + \Delta(\varphi)\operatorname{tg}\theta}{\Delta(\theta)\operatorname{tg}\varphi - \Delta(\varphi)\operatorname{tg}\theta}\right] \quad (M):$$

» *elle aura lieu depuis* $\varphi = \theta$ *jusqu'à* $\varphi = \frac{1}{2}\pi$.

» Lorsque $\varphi = \frac{1}{2}\pi$, cette formule donne entre les fonctions complètes la relation

$$» \quad \Pi_1(-c^2\sin^2\theta) + \Pi_1\left(-\frac{1}{\sin^2\theta}\right) = F_1 \qquad (N) \;».$$

La fonction $\Pi\left(-\frac{1}{\sin^2\theta}\right)$ devenant infinie pour $\varphi = \theta$, les propositions soulignées me paraissent inadmissibles : dans tous les cas, elles ne sont pas démontrées. Il y a plus : puisque, suivant Legendre, la limite inférieure des intégrales Π et F est θ, la relation (N), quand bien même elle serait vraie, ne résulterait pas de la formule (M).

Du reste, si l'on suppose $c = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, la relation (N) se réduit à

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} = \frac{\pi}{2};$$

ce qui est absurde.

En reprenant le calcul qui conduit à la formule (L), je trouve que, dans le cas de $\varphi > 0$, elle doit être remplacée par celle-ci :

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi} \frac{d\varphi}{(1 - c^2\sin^2\theta\sin^2\varphi)\Delta(\varphi)} + \int_{\varphi_1}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\left(1 - \frac{\sin^2\varphi}{\sin^2\theta}\right)\Delta(\varphi)} = \int_{\varphi_1}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\Delta(\varphi)}$$

$$+ \frac{1}{2}\frac{\operatorname{tg}\theta}{\Delta(\theta)}\log\left[\frac{\Delta(\theta)\operatorname{tg}\varphi + \Delta(\varphi)\operatorname{tg}\theta}{\Delta(\theta)\operatorname{tg}\varphi_1 + \Delta(\varphi_1)\operatorname{tg}\theta}\cdot\frac{\Delta(\theta)\operatorname{tg}\varphi_1 - \Delta(\varphi_1)\operatorname{tg}\theta}{\Delta(\theta)\operatorname{tg}\varphi - \Delta(\varphi)\operatorname{tg}\theta}\right], \qquad (M')$$

dans laquelle φ_1 est *supérieur à* θ.

Liége, 10 mars 1867.

E. Catalan.

COMUNICAZIONI

Dobbiamo rettificare nel modo che siegue, quanto fu pubblicato, pag. 127, relativamente alla votazione sul termine del divieto della pesca.

L'accademia con voti unanimi, accettò il rapporto della commissione, relativo alla pesca, fatta per mezzo delle paranze; però si discusse riguardo all'epoca della Pasqua, che dai commissari fu adottata, in corrispondenza delle leggi, delle abitudini, e dei costumi nostri, come termine ordinario pel divieto della pesca indicata. Poichè ad alcuni, fra' quali monsignor Nardi, non sembrava questo essere termine conveniente ad una legge; perchè intrinsecamente variabile fra limiti di 33. giorni, come si verifica per tale ricorrenza. La commissione per altro fece riflettere, che avuto riguardo al caso in cui la Pasqua riviene più alta, quel termine proibitivo, a volerlo rendere invariabile, non avrebbe potuto altrimenti fissarsi fra noi, fuorchè portandolo per e. al primo di maggio, per non diminuire il mercato del pesce, allorchè se ne fa maggiore consumo. Si osservò inoltre dai commissari, essere d' altra parte grande il discapito, alla progenitura del pesce, per 33 giorni di ulteriore distruzione, quando la solennità medesima ritorna molto bassa. Dopo ciò il termine proibitivo della pesca con le paranze, fissato nel rapporto dei commissari alla Pasqua di resurrezione, venne messo a voti, ed approvato con la maggioranza di voti 10 contro 6, essendo 16 i votanti.

I soci ordinari lincei furono dal segretario pregati, ad inviare qualche tema di scienze naturali al sig. cav. prof. Ponzi, relatore della commissione pel nuovo programma relativo al premio Carpi.

CORRISPONDENZE

Del segretario si fece conoscere il tenore della lettera, colla quale l'anziano del comitato, sig. prof. Socrate Cadet, pregava il sig. duca Massimo, a indicare quando la commissione, che doveva porgergli alcune preghiere da parte dell'accademia, avrebbe potuto trovarlo in sua casa. Quindi fu comunicata la risposta, dal nominato sig. duca, per la quale cessava lo scopo della commissione stessa.

Fu letto il dispaccio dell' Emo. e Rmo. sig. cardinale Altieri, col quale si faceva noto, che la s. congregazione degli studi, cui spetta il tutelare gl' interessi degli stabilimenti scientifici, chiedeva una copia dell' inventario dei beni del defunto nostro presidente, com. Nicola Cavalieri San Bertolo, ereditati dall'accademia.

Il segretario perpetuo dell'accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna, sig. prof. Domenico Piani, ringrazia per gli atti de' Nuovi Lincei giunti all'accademia stessa.

La società delle scienze fisiche e naturali di Bordeaux, prega per avere in cambio delle sue pubblicazioni, gli Atti dell'accademia nostra; inviando contemporaneamente un elenco delle memorie pubblicate in quattro tomi dalla società stessa. L'accademia decretò che abbia luogo il cambio richiesto.

Il direttore delle ricerche geologiche della Svezia, sig. prof. Axel Erdmann, residente in Stockolm, fece giungere all' accademia nostra, le pubblicazioni dal 19 al 21 della carta geologica della Svezia, co' suoi schiarimenti, uniti al compendio relativo alla estensione dell'argilla glaciale, nella parte meridionale di Svezia, come ancora la veduta generale delle sezioni diverse della carta geologica indicata.

COMITATO SEGRETO

In seguito dell' invito ricevuto da Sua Emza. Rma. il sig. Cardinale Altieri, l'accademia, per mezzo di schede, procedette alla nomina del suo presidente, i votanti essendo ventidue.

Da questo segreto squittino si ottenne il risultamento che siegue :

Nomi	Voti
Don Baldas. dei principi Boncompagni. .	1
R. P. Domenico prof. Chelini. . . .	1
R. P. Angelo Secchi.	3
Cav. Benedetto prof. Viale.	17

Per conseguenza il prof. Viale risultò eletto presidente ad assoluta maggioranza di voti, salva l'approvazione sovrana.

Ebbe luogo inoltre la votazione, fatta eziandio per ischede, a fine di comporre una commissione di tre soci ordinari, coll' incarico di presentare all'accademia un certo numero di temi, tratti dalle scienze natnrali, pel nuovo programma relativo al premio Carpi. Da questo segreto squittino, la indicata commissione risultò, per maggioranza di voti, composta nel modo seguente:

Signori prof. cav. G. Ponzi (*relatore*),
prof. cav. V. Diorio,
prof. P. Volpicelli.

L'accademia, riunitasi a un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

P. Sanguinetti. — A. cav. Coppi. — B. cav. Viale. — Socrate Cadet. — A. comm. Cialdi. — G. cav. Ponzi. — E. contessa Fiorini. — S. Proia. — R. D. Chelini. — R. P. A. Gnglielmotti. — P. Volpicelli. — V. cav. Diorio. — F. monsignor Nardi. — E. Rolli. — L. Jacobini. — L. cav. Respighi. — B. monsignor can. Tortolini. — B. principe Boncompagni. — M. duca Massimo. — L. comm. Poletti.

Pubblicato nel 30 di agosto del 1867.
P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Memorie della Regia Accademia di Scienze Lettere ed Arti in Modena. Tomo VIII.° 1866.

*Rendiconto dell'*Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Fasc. 3.° del 1867.

Bullettino Meteorologico del R. Osservatorio di Modena, *con corrispondenze e notizie risguardanti la Provincia.* N.i 4-7 del vol. 1.°

Sul tema proposto della Reale Accademia di Scienze, Lettere, ed Arti in Modena « Del miglioramento delle condizioni fisiche e morali del proletariato, specialmente rurale, e dei mezzi opportuni a togliere questo, o almeno a scemarlo ». — Discorso di GIROLAMO GALASSINI, *premiato nel concorso accademico dell'anno* 1865.

Sul tema proposto dal sig. Cesare Cantù per mezzo della Reale Accademia suddetta « Con quale mezzi, oltre i religiosi, possa nell'odierna società, restaurarsi il principio di autorità , vie più necessario quanto maggiore si desidera la libertà di un popolo ». Dissertazioni di DOMENICO MOCHI , *che ottenne* l'accessit *nel concorso accademico dell'anno* 1865.

Illusioni – Commedia in 5 *atti di* EMILIO RONCAGLIA *di Modena, che ottenne* l'accessit *nel concorso accademico dell'anno* 1865.

Maerker . . . . *Sopra i Fiordi di Hardanger e Omegen di S. A.* SEXE. Cristiania, 1866.

Abraham . . . . *Nota per la storia delle scienze matematiche nel secolo* 12°, *di* STEINSCHNEIDER . . . .

Ezechiels Syner . . . . *Sopra un' Astrolabio caldeo di C. A.* HOLMBOE. Cristiania, 1866.

Ungedruckte . . . . *Documenti inediti per la storia del simbolo del battesimo, e del credo; del dott. C. P.* CASPARI. Cristiania, 1866.

Monatsbericht . . . . *Contiresi della R.* ACCADEMIA DI PRUSSIA IN BERLINO. Dicembre 1866.

Jahrbuch . . . . *Annuario dell' I. R.* ISTITUTO GEOLOGICO DI VIENNA. Ottobre–Dicembre 1866.

Det Kongeliga . . . . *La* REALE UNIVERSITA' DI CRISTIANIA *nell'anno* 1865.

Comptes . . . . *Conti resi dell'*ACCADEMIA DELLE SCIENZE *dell' I.* ISTITUTO DI FRANCIA (in corrente).

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE VIII.ª DEL 5 MAGGIO 1867

PRESIDENZA DEL SIG. PROF. CAV. BENEDETTO VIALE

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Sulla latitudine dell' Osservatorio del Campidoglio.
Memoria del prof. LORENZO RESPIGHI (estratto dell'autore).

Le osservazioni per determinare questo importantissimo elemento astronomico-geografico, furono fatte dal prof. Respighi coll'eccellente Circolo Meridiano di Ertel, donato all'osservatorio dalla munificenza di S. S. papa PIO IX; e le osservazioni furono combinate a modo, da renderne i risultamenti medi, indipendenti dagli errori istrumentali.

Per ottenere poi i risultamenti stessi indipendenti dalle incertezze delle declinazioni delle stelle, ha fatto uso l'autore soltanto delle declinazioni di stelle fondamentali, meritevoli di maggiore fiducia, estendendo poi le osservazioni ad un numero considerevole delle medesime, per rendere più probabile nei risultamenti medi, la compensazione dei piccoli errori, possibili nelle loro singole declinazioni.

Lo strumento meridiano essendo fornito di due circoli graduati, la latitudine è stata dedotta da due serie distinte di osservazioni, fatte con ciascuno di essi; e si è ottenuto dal complesso di circa 1500 osservazioni:

$$
\begin{array}{ll}
\text{col 1.° Circolo Latitudine} = 41.°\,53.'\,33.''62, \\
\text{col 2.° Circolo Latitudine} = 41.\;\;53.\;\;33.\;\;45, \\
\hline
\text{Medio} = 41.\;\;53.\;\;33.\;\;54.
\end{array}
$$

Le distanze zenitali sono state dedotte dal Nadir, determinato colla riflessione dei fili sull'orizzonte a mercurio, la maggior parte delle stelle, tanto al Nord quanto al Sud, prese simmetricamente rispetto al Zenit, sono state osservate tanto direttamente quanto per riflessione ; cosicchè il valore ottenuto per la latitudine, risulta dal medio di quattro serie distinte di osservazioni, cioè :

1.° stelle osservate direttamente al Sud,
2.° stelle osservate per riflessione al Sud,
3.° stelle osservate direttamente al Nord,
4.° stelle osservate per riflessione al Nord.

Combinate le osservazioni in questo modo, sono da ritenersi compensati gli errori sistematici della graduazione dei circoli, l'errore di flessione, gli errori personali nella collimazione, ec.

La latitudine è stata dedotta anche da una serie distinta di osservazioni sulla polare, osservata ne' suoi passaggi superiori ed inferiori, tanto direttamente, quanto per riflessione, e dal medio generale di 550 osservazioni circa, si è ottenuto :

$$\text{Latitudine} = 41.^\circ\, 53.'\, 33.''\, 87.$$

Questo sistema di osservazioni ha permesso al prof. Respighi, di trattare sotto il suo vero punto di vista l' importante questione , posta in campo in ispecie dagli astronomi inglesi, riguardo alle differenze sistematiche, ottenute fra i risultamenti delle osservazioni dirette delle stelle , e quelli delle osservazioni per riflessioni, ed il medesimo pervenne alla conclusione « che tali differenze sieno dovute semplicemente agli errori istrumentali , ed in principal modo alla flessione del cannocchiale, ed agli errori della graduazione del circolo; non già dovute all' influenza di cause fisiche tuttora ignote ».

COMUNICAZIONI

Lettera del sig. abate Carlo Rusconi *al sig. presidente.*

Negli ultimi giorni del passato marzo, un nuovo deposito di ossa fossili è stato trovato nella campagna romana; e la domenica 31 del detto mese, molte me ne portarono gli stessi fratelli Cerqua, che ebbero parte nelle scoperte della Invialatella.

Le raccolsero alla tenuta di Marco Simone, tra le materie estratte nell' aprire due nuovi pozzi da cuocere calce. Vi è l' *Elephas*, l' *Hippopotamus major*, il *Bos primigenius*, il *Cervus elaphus*, ed il *Sus scropha*: intorno al quale si deve notare, questa essere la prima volta che il medesimo apparisce presso noi congiunto ai grandi pachidermi.

Di poca importanza sarebbe la presente scoperta, avuto riguardo alle sole ossa. Omai tutti sanno che dopo il ritiro del pliocene, le nostre campagne furono abitate dai grandi pachidermi, che Brocchi aveva dichiarati esotici, per conciliarli con l'origine sottomarina. Il pregio sta nell'essere intercalate a materie vulcaniche.

Ieri ho passato tutto il giorno in Marco Simone, osservando i quattro pozzi che sottostanno alla bassa collina, su cui sorge il casale, disposti nella direzione E–O, quasi parallela al corso del fosso, da cui distano circa cento passi.

Tanto i nuovi quanto i due vecchi pozzi, presentano una identica sezione, che è questa in serie discendente:

1.° Pozzolane dello spessore di metri 2, 40, cuoprono lo strato fossilifero.

2.° Sabbie abbondantissime di materie vulcaniche, dello spessore di metri 3, 47, con ossa dei grandi pachidermi, ec.

3.° Tufi vulcanici che s' internano sotterra, e sono scoperti solo metri 1, 80.

Da questa sezione si deduce, che atmosferiche furono le pozzolane che coprono lo strato fossilifero fluviatile, rimaste quali vi caddero dal cielo, poichè non sono mischiate a materie di trasporto.

Nel deposito di Marco Simone, non vi è indizio della presenza dell'uomo.

Con distintissima stima ho l'onore di essere.....

Di V. S. Chma

Il sig. principe D. B. Boncompagni presentò in dono, a nome dell'autore sig. Enrico Narducci, un opuscolo intitolato « Intorno alla vita del conte Giammaria Mazzucchelli, ed alla collezione de' suoi manoscritti, ora posseduta dalla biblioteca vaticana,

---

Si fece l'invito ad assistere al funerale, che l'accademia nell'11 del mese di maggio, alle 10 antimeridiane, faceva celebrare pel defunto suo presidente comm. Nicola Cavalieri San Bertolo, nella Chiesa di s. Maria in Aracoeli, con orazione funebre di S. E. Rm̃a monsignor Francesco Nardi, già pubblicata nella precedente sessione.

COMMISSIONI

La commissione pel nuovo programma relativo al premio Carpi presentò, mediante il suo relatore sig. cav. Ponzi, undici temi di scienze naturali, ricevuti dai diversi soci ordinari, da cui l'accademia dovrà sceglierne uno nella sua prossima tornata, per servire alla compilazione dell' indicato programma. La commissione terminava il suo rapporto, proponendo che una copia di questi undici temi, fosse inviata subito a ciascun socio ordinario, perchè nella seguente sessione accademica, il tema fosse scelto dopo matura considerazione; lo che fu eseguito.

CORRISPONDENZE

L'Em̃o. sig. cardinale Altieri, protettore dell'accademia, col suo dispaccio del 27 aprile 1867, N.° 4374, annunziò che la Santità di N. S. PIO IX, erasi degnata approvare la nomina di presidente dell'accademia, nella persona del sig. prof. Benedetto cavalier Viale.

Il bibliotecario della R. accademia delle scienze di Monaco, ringrazia per gli Atti de' Nuovi Lincei, ricevuti dall'accademia stessa.

I parenti del prof. Bartolomeo Panizza, senatore del regno d'Italia, annunziano la morte del medesimo, avvenuta nel 17 di aprile 1867.

L' accademia R. delle scienza di Berlino, per mezzo del suo segretario sig. Trendelemburg, annunzia l' invio di un volume dei conti resi dell'accademia stessa, relativi al 1865.

COMITATO SEGRETO

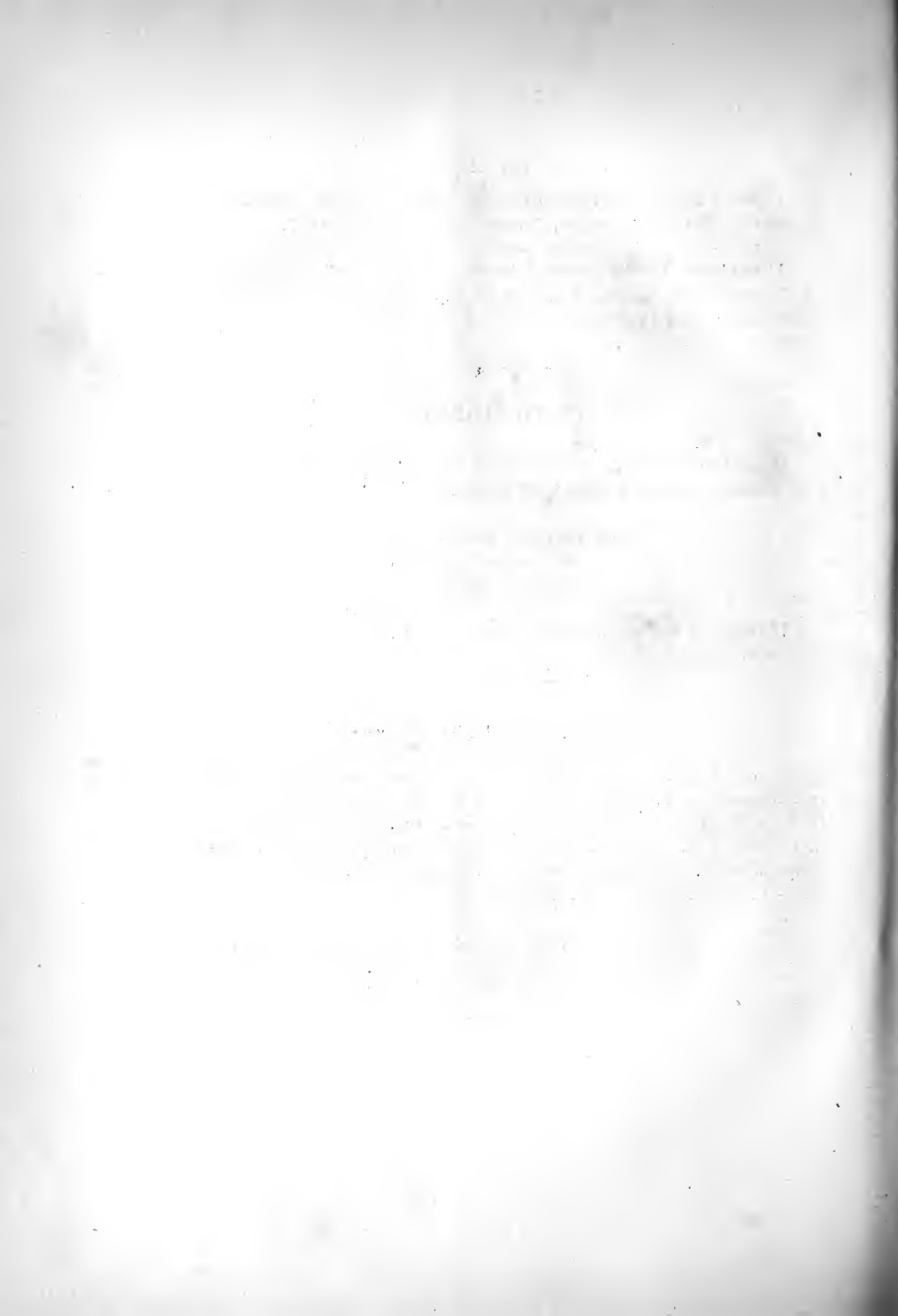
Il comitato accademico, per la scelta di uno o più soci ordinari, da farsi nella prossima sessione, propose la terna seguente:

Signori prof. cav. Betocchi,
Abate conte Castracane,
prof. cav. Giorgi.

L' accademia riunitasi legalmente a un'ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

A. cav. Coppi. — G. cav. Ponzi. — B. monsignor can. Tortolini. — M. cav. Azzarelli. — S. Proja. — E. contessa Fiorini. — A. comm. Cialdi. — R. P. A. Guglielmotti. — P. Sanguinetti. — B. cav. Viale. — E. Rolli. — L. Jacobini. — P. D. Chelini. — O. Astolfi. — V. cav. Diorio. — B. Boncompagni — M. duca Massimo. — L. cav. Respighi. — F. monsignor Nardi. — C. comm. Sereni. — P. Volpicelli.

Pubblicato nel 30 di settembre del 1867.
P. V.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE IX.ª DEL [illegible]2 GIUGNO 1867

PRESIEDUTA DALL'EMO. E RMO. SIG. CARD. ALTIERI PROTETTORE DELL'ACCAADEMIA

MEMORIE E COMUNICAZIONI

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

Analisi e rettificazioni di alcuni concetti, e di alcune sperienze che appartengono alla elettrostatica. Memoria prima del prof. P. Volpicelli. (Continuazione e fine (*a*)).

§ 17.

Proponiamoci di riconoscere le cause tutte, che concorrono a produrre tanto la repulsione, quanto l'attrazione elettrica, fra due sfere; distinguendo il caso in cui queste sono *coibenti*, da quello in cui sono *conduttrici*: vedremo che l'analisi matematica, fino ad ora, non ha potuto prenderle completamente in considerazione.

Nei precedenti paragrafi 12 e 13, abbiamo dimostrato che l'azione, attrattiva o repulsiva, dell'elettrico fra due sfere, perfettamente *coibenti*, uniformemente caricate di elettricità, ed aventi qualunque raggio, si esercita come se questo agente stesse tutto accumulato nei loro centri. Però è da riflettere che in quest'analisi, alle sfere coibenti relativa, non è considerato l'effetto, sia della induzione curvilinea, sia della induzione specifica, variabile colla natura del coibente, pel quale deve traversare la elettrica influenz·. Neppure si è tenuto conto

---

(*a*) V. questi Atti, t. 19, pag. 312, e seguenti.

nell'analisi medesima, dell'altro effetto, prodotto dalla induzione delle sfere sui corpi collocati dietro le medesime; nè della induzione reciproca fra le sfere stesse, in quanto che questa decompone l'elettrico loro naturale, aumentando la carica omonima della inducente, e diminuendo quella eteronima. Ognuno poi vede che nella pratica, oltre gl' indicati effetti, avvi anche l'altro della non perfetta coibenza, dal quale anche dipende il risultamento, che dall'analisi matematica si ottiene.

Se le sfere fossero *conduttrici*, allora, oltre ai fatti che abbiamo indicati, se ne verificherebbe qualche altro, neppur esso fino ad ora consegnato al calcolo, come più distesamente ora vedremo. Per tanto, a voler far bene le ragioni, ricordiamo: 1.° che (§ 14) la influenza elettrica non traversa le masse conduttrici, ma bensì le coibenti; 2.° che gli elettrici omonimi, sieno positivi, sieno negativi, *realmente* si respingono (§ 12), ed il primo a negare questo fatto indubitato fu Kinnerley nel 1761; 3.° che oltre alla induzione diretta, cioè *rettilinea*, deve aver luogo anche la *curvilinea*; 4.° che la elettrica repulsione (§ 16), viene favorita eziandio dai corpi collocati dietro le sfere che si respingono; e che la elettrica attrazione, viene contrariata dalla influenza ricevuta dai corpi, collocati dietro le sfere che si attraggono; 5.° che le azioni elettriche *elementari* e *rettilinee*, agiscono in ragione inversa del quadrato della distanza, fra gli elementi elettrici equilibrati sulla superficie dei corpi; 6.° che ha luogo fra le due sfere caricate di elettrico una reciproca induzione, per la quale si accrescono le cariche omonime della inducente, mentre si diminuiscono l' eteronime della inducente stessa; 7.° che la influenza elettrica varia di energìa col variare del mezzo coibente da essa traversato; 8.° che la punta di un conduttore carico di elettricità possiede, analiticamente considerata, una elettrica tensione infinita, la quale per altro in pratica non può mai verificarsi (§ 4) (62); 9.° Che la elettricità quanto più induce, tanto più diminuisce la sua tensione; 10.° che il vuoto è il miglior coibente.

(62) Abbiamo detto (§ 4) che Poisson dimostra, essere infinita la tensione elettrica nel vertice di un cono. La dimostrazione di questa verità, viene appoggiata sulla legge della elettrica distribuzione in un ellissoide, considerando che coll' allungarsi dell' asse suo di rotazione, il vertice della medesima viene sempre più acuminato (Poisson mém. de l' Institut, 1811, pag. 6). Una dimostrazione diretta del fatto in proposito, fu data dall' illustre Bertrand (journal de mathématiques, par M.r Liouville, t. 4, p. 497), il quale considera propriamente un cono di base circolare, avente dimensioni tutte finite. Il ragionamento di questo geometra, si applica egualmente al caso in cui non sia circolare la base del cono, ma bensì di forma qualunque.

Riteniamo con Poisson (63) che l'elettrico, sopra un corpo conduttore, si distribuisce in uno strato estremamente sottile, il quale non penetra sensibilmente al disotto della superficie del corpo medesimo, avendo in ciascun punto una spessezza, che dipende dalla forma del corpo, cioè dalla curvatura della sua superficie. Lo strato medesimo è terminato esteriormente dalla superficie del corpo stesso; mentre al di sotto, cioè nell' interno, ha per termine un' altra superficie, pochissimo differente dalla prima, e tale di forma, da convenire all'equilibrio delle forze repulsive di tutte le molecole, da cu iquello strato risulta. Ciò richiede che la superficie libera (di livello) del fluido elettrico, vale a dire la sua superficie interna, sia perpendicolare in ogni punto alla risultante delle indicate forze. Però questa condizione dell'equilibrio di uno strato elettrico, è compresa nell'altra, cioè che lo strato medesimo, non eserciti azione veruna, sopra un punto qualunque, preso all' azzardo, nell' interno del corpo stesso.

Per maggior intelligenza, la interna superficie dello strato elettrico, distribuito sulle due sfere che s' influenzano reciprocamente, verrà da noi rappresentata da sfere punteggiate fig. (1ª, e 2ª), non concentriche rispetto le conduttrici, sulle quali la carica elettrica è distribuita; cosicchè l'accumulazione dell' elettrico stesso, verrà espressa dall' intervallo fra la sfera disegnata con linea continua, e l'altra disegnata con punti.

§ 18.

Premesso ciò, possiamo a considerare due sfere *conduttrici* di raggio qualunque, le quali per essere caricate di elettricità omonime, debbono respingersi *realmente*. L'elettrico di cui sono esse caricate, non si troverà distribuito uniformemente sulle medesime; ciò soltanto può supporsi nelle sfere *coibenti*. Quindi è che le calotte E, E' (fig. 1), opposte a quelle B, B', che nelle sfere medesime si riguardano, saranno cariche di elettrico assai più di queste, per

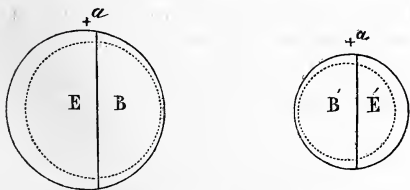



fig. 1.ª

(63) Mém de l'Istit. Imp. de France, année 1811, pag. 3, lin. 5 — Belli, mem. della società italiana, t. 22, pag. 133.

effetto della repulsione che regna fra gli elettrici omonimi, e per la conducibilità delle sfere stesse. Inoltre siccome le azioni elettriche non traversano le masse conduttrici, così le cariche delle calotte E, E′ non potranno respingersi per via rettilinea. Di più l' azione curvilinea della carica di una qualunque delle due calotte E, E′ esterne, accrescerà l'allontanamento delle medesime tra loro, agendo sulla calotta interna B′, ovvero B; ma lo diminuirà mentre agisce sulle calotte opposte esterne.

Riguardo alla repulsione rettilinea fra le calotte B, B′, questa sarà molto minore di quella, che avrebbe luogo fra le calotte stesse, quando fossero coibenti ; e ciò per due motivi , cioè per la diminuzione della massa elettrica sulle calotte conduttrici, e per l'aumento delle distanza fra gli elementi elettrici, che a motivo della conducibilità , e della repulsione , si sono portati dalle calotte, B, B' sulle altre E, E′.

Aggiungiamo che l'azione inducente, ricevuta dai corpi collocati dietro le due sfere, dovrà essa pure concorrere, in modo ben sensibile, a produrre l' indicato allontanamento. Da ultimo la influenza elettrica delle sfere l'una sull' altra, decomponendo l' elettrico neutrale delle medesime, deve aumentare le cariche omonime di esse ; quindi concorrerà nell' accrescere la distanza fra le due sfere considerate. Però avendo riguardo alla *indotta* nelle callotte che si riguardano, cioè alla eteronima della inducente nelle medesime, avverà l'opposto per effetto delle attrazione fra queste; vale a dire la indotta, perchè attratta dalla inducente, concorrerà nel diminuire la distanza fra le due sfere.

I fatti riferiti non possono tutti consegnarsi al calcolo ; perciò si vede che l'analisi matematica, non comprende ognuna delle cause, dalle quali dipende il fenomeno della elettrica repulsione fra due sfere coibenti, e molto meno fra due sfere conduttrici. Di queste cause due soltanto, fra quelle appartenenti alle sfere conduttrici , non sono comuni alle sfere *coibenti* ; cioè la distribuzione difforme dell'elettrico, e l' impedimento al passaggio della induzione per le masse conduttrici. Qualche autore ha considerato la prima soltanto di queste cause (*), ma niuno la seconda, e neppure le altre, che alle due specie di sfere sono comuni.

§ 19.

Suppongasi ora che le due sfere sieno caricate di elettricità eteronime,

(*) Elementary principles of the theories of Electricity, ecc. By the R. Murphy, pag. 100. Cambridge, 1833.

dovranno esse attrarsi vicendevolmente; quindi le calotte E, E′ (fig. 2), saranno cariche meno assai delle altre B, B′, per effetto dell'attrazione che regna fra gli elettrici eteronimi; e siccome le azioni elettriche non traversano le masse conduttrici, così le cariche delle calotte E, E′ non si attrarranno per linea retta. Riguardo però all'attrazione *rettilinea* fra le calotte B, B′, questa sarà molto maggiore, di quella che avrebbe luogo fra le calotte stesse, quando fossero coibenti, e ciò per due ragioni; cioè per l'aumento della massa elettrica sulle calotte stesse B, B′ interne, e per la diminuzione delle distanze fra gli elementi elettrici, che, a motivo della conducibilità, si sono portate dalle calotte E, E′ esterne, sulle altre B, B′ interne. L'azione poi curvilinea reciproca delle calotte B, B′ interne, accrescerà l'avvicinamento delle medesime fra loro, ma diminuirà l'avvicinamento indicato, agendo sulle calotte esterne E, E′. Inoltre l'azione inducente, subita dai corpi collocati dietro le due sfere, dovrà diminuire l'avvicinamento fra esse. In fine la influenza reciproca delle due sfere, decomponendo l'elettrico neutrale di ognuna, dovrà diminuire le cariche loro eteronime; quindi per questo fatto diminuerà l'avvicinamento indicato. Però avendo riguardo alla indotta, cioè alla eteronima della inducente, avverà l'opposto per effetto dell'attrazione fra queste, cioè la indotta concorrerà nell'accrescere l'avvicinamento fra le due sfere, perchè attratta dalla inducente.

fig. 2.ª

Questi fatti non possono tutti essere abbracciati dal calcolo; perciò l'analisi matematica non può rigorosamente assegnare l'attrazione fra due sfere *coibenti*, e molto meno fra due sfere *conduttrici*, caricate di elettricità omonime, od eteronime tra loro. Ed in quanto alle sfere *coibenti* ripetiamo, che tutte le cause, le quali concorrono a produrre azioni elettriche fra due sfere conduttrici elettrizzate, concorrono eziandio per lo stesso effetto fra due sfere coibenti, tranne la distribuzione non uniforme dell'elettrico, e l'impedimento al passaggio della induzione per le masse conduttrici.

Abbiamo detto sul fine del § 12, che Coulomb ha sperimentalmente verificato la formola (1), però questa verifica si fece soltanto per le sfere conduttrici, e non per le coibenti. E siccome queste ammettono la distribuzione uniforme dell'elettrico sovra esse, lo che non ha luogo per le conduttrici,

così le azioni elettriche, fra sfere coibenti, sono più di quelle fra le sfere conduttrici conformi al calcolo, istituito per ottenere la formula stessa. Quindi potrà in *primo* luogo concludersi, che la (1) fu sperimentalmente dimostrata vera eziandio per le sfere coibenti. In *secondo* luogo, siccome oltre le cause consegnate al calcolo, per ottenere la (1), ve ne sono altre, che concorrono tutte, più o meno, a produrre le azioni fra due sfere caricate di elettricità, come in questi ultimi due paragrafi dimostrammo; così dobbiamo eziandio concludere, che, per essersi la (1) verificata sperimentalmente, senza che il calcolo abbia preso a considerare le cause medesime, può l'effetto loro complessivo considerarsi, o trascurabile nella pratica, ovvero concorrente a produrre il risultamento della stessa (1). Però in quanto alla esistenza delle cause medesime, questa è indubitatamente vera, e da ciò dobbiamo riconoscere la somma difficoltà, che deve accompagnare le sperienze, dirette a riconoscere la elementare legge, cui la forza elettrica, sia di attrazione, sia di repulsione, obbedisce. Quindi non deve maravigliare che molti fisici non abbiano, sperimentando, raggiunto la stessa legge, comunemente oggi ricevuta, quale fu trovata da Coulomb, cioè la ragione inversa del quadrato della distanza.

§. 20.

Il sig. Perrot dette un riassunto (64) degli esperimenti sull'azione elettrica dei corpi conduttori, posti dentro un liquido coibente. Questo fisico immerse nell' olio di colza una sfera, che congiunse colla macchina elettrica, ed alla quale sfera presentò una punta comunicante col suolo: i fenomeni osservati furono i seguenti:

« 1.° Il cono attira vivamente il liquido circostante ».

« 2.° Il liquido attirato scorre lungo il cono, con una velocità accele-
» rata fino alla punta ».

« 3.° A partire dalla punta, la corrente liquida allargandosi, dirigesi verso
» la sfera, con una velocità decrescente, fino ad incontrare la corrente liquida
» di origine simile, emanata in senso contrario dalla sfera ».

« 4.° Sembra che nell' incontro loro, le due correnti liquide inverse si
» neutralizzino; esse fermansi, e deviano lateralmente. Durante questi feno-
» meni, la macchina elettrica si scarica ».

(64) Comptes Rendus, tom. 60, pag. 450.

Dal primo dei riferiti fatti sperimentali, potrebbe taluno concludere, che la elettricità indotta nel cono, possegga tensione; ciò per altro non è vero, poichè la spiegazione del fatto medesimo, è come siegue. La sfera, che supponiamo elettrizzata positivamente, induce sulle particelle del liquido, e la positiva *libera* di queste induce sul cono, *vincolando* in esso una certa quantità di elettrico negativo *indotto*. Ma la indotta e la inducente si attraggono a vicenda; perciò si vede come le particelle del liquido vengano attratte dal cono, cioè dalla elettricità sul medesimo indotta dal liquido circostante.

La ragione ora esposta non è l'unica, che determina il liquido ad avvicinarsi al cono: in fatti apparisce ad evidenza, che una volta cominciato il moto, le particelle trascinate dalla corrente, che parte dal cono, debbono essere surrogate per altre; poichè nel caso contrario si produrrebbe un vuoto. Quindi è chiaro, che il liquido prima deve avvicinarsi al cono, e dopo allontanasi da esso.

L'autore poi dice (65) « che queste osservazioni provano, avvenire la pro» pagazione dell'elettrico nei liquidi coibenti, soltanto per trasporto » però tale asserzione si trova essere troppo esclusiva; e l'autore non ha provato, che la conducibilità propriamente del liquido era del tutto nulla.

Esso modificò poscia la sperienza « introducendo nel liquido, fra il cono e la sfera, » un disco non conduttore di vetro, e vide che cessò la elettrica corrente (66) ». Da tale sperienza però non possiamo concludere, che la comunicazione dell'elettrico, per conduzione vera, non aveva luogo nel liquido, prima che si introducesse il disco coibente di vetro; poichè questo è stato forse un coibente molto meno imperfetto del liquido stesso. Inoltre l'autore avrebbe dovuto provare, che la punta non perdeva niente nel caso del disco di vetro, lo che sembra non aver egli fatto; perciò non è dimostrato che, nei liquidi coibenti adoperati dall'autore, l'elettrico si propaga solo per trasporto.

Egli fa in seguito alcune considerazioni, colle quali vuole provare, che » la repulsione dell'elettrico per se stesso non esiste ». Sebbene la impossibilità di questo principio, fu antecedentemente dimostrata, non possiamo tuttavia dispensarci dal rispondere al paragone fatto dall'autore, fra un corpo elettrizzato, ed un aereostato, il quale si allontana dalla terra, sebbene la gravità si eserciti

(65) Luogo citato, linea 12 salendo.
(66) Idem, pag. 451., lin. 8.

sopra ogni corpo : « un aérostat s' éloigne du sol , et cependant il n' en » est pas repoussé ; au contraire il en est attiré. On sait que l' aérostat » s'éloigne du sol, parce qu' il en est moins attiré qu'un égal volume d'air » ambiant. Voilà donc une répulsion apparente, qui n'a d'autre cause que la » différence de deux attractions (67) ».

Non possiamo ammettere quest' ultimo passo dell' autore , in quanto egli dice che nel caso in proposito, viene una repulsione prodotta da due attrazioni. L'ugual volume di aria, di cui parla l'autore, non occupa lo spazio medesimo nel quale si trova l'aereostato, e per dire meglio, tale volume di aria non esiste ; perciò neppure il volume stesso può ricevere un' attrazione dalla terra. La spinta idrostatica viene prodotta dalla differenza delle due pressioni , esercitate dall' aria sulle due basi , una inferiore l' altra superiore dell' aereostato salente. Il fatto che l' analitico valore di qnesta differenza, corrisponde al peso di un uguale volume di aria, non si può confondere coll'altro, che questo volume di aria venga attratto dalla terra; poichè il detto volume di aria non esiste, come già dicemmo. Fisicamente parlando, nel caso dell'aereostato trattasi adunque, per necessità di tre forze; cioè del peso dell' aereostato, e di due pressioni dell' ambiente, sulle due basi una inferiore, l' altra superiore di esso che ascende. Perciò bene riflettendo a queste ragioni , si vede chiaro che tale salita, non è affatto paragonabile colla repulsione ; perchè quello sale per una quantità di moto impressogli dall'ambiente; cioè sale per *una* forza *estrinseca*, mentre l'elettrico si allontana dall'omonimo con una reciprocanza, esercitata da *due* forze *intrinseche*, e fra loro contrarie.

Inoltre asserisce l'autore (68) che « I fenomeni di attrazione e repulsione, » sono ancora più complessi di quelli, che presenta l'ascensione di un aereo- » stato. In fatti oggi sappiamo , che lo stato elettrico di un corpo , non è » come lo supposero Coulomb, Laplace, e Poisson, uno stato assoluto, ma sol- » tanto relativo ; che un corpo non manifesta alcuna elettricità, se un altro » corpo in presenza non si elettrizza di una maniera eguale e contraria. In- » fatti a quale forza obbedisce la corrente liquida elettrizzata, quando essa » muovesi lungo la superficie del cono, andando verso la punta ? »

Riconosciamo vero che i fenomeni di attrazione e repulsione elettrica,

---

(67) Luogo cit., pag. 451, lin. 11 salendo.
(68) Luogo citato, pag. 452, lin 1.

sono più complicati di quelli dell' ascensione di un aereostato ; però quanto a ciò, che secondo l'autore, si riferisce a Coulomb, a Laplace, ed a Poisson, confessiamo che questo brano, non ha per noi quella chiarezza desiderabile, per poterlo analizzare. Da ultimo alla domanda finale dell' autore, deve rispondersi : che siccome la indotta non possiede tensione, così la corrente in proposito, viene in questo caso principalmente cagionata da una attrazione, ed anche, ma in minor quantità, da una repulsione ; cioè principalmente dall'attrazione fra le particelle di liquido inducenti, ed il cono da esse indotto, le quali venute in contatto col medesimo, vi perdono la omologa della inducente, quindi vengono anche attratte dalla sfera, inducente anch'essa. La repulsione poi dell' elettrico per se medesimo, favorisce in piccola parte quella corrente, finchè le particelle di liquido sieno giunte a contatto dal cono. Laonde conveniamo in questo coll'autore, cioè che la punta non ha in tale caso un potere emissivo ; ma perchè il cono comunica col suolo, possiede soltanto elettricità indotta, cioè potere attrattivo per la elettricità che induce.

§. 21.

Continua l'autore dicendo : « Nella sua celebre memoria del 1811, ammisse Poisson, secondo le opinioni ricevute, una forza repulsiva elettrica, ed » attribuendola egli all' azione di uno strato di fluido elettrico, esistente » alla superficie di tutti i corpi elettrizzati, prova che tale forza, mentre » agisce secondo la normale, è inversamente proporzionale al quadrato di que» sta, e che l'azione sua tangenziale risulta nulla. Ma la sperienza del cono » mostra, che la corrente liquida elettrizzata, in luogo di muoversi secondo » la normale, ove la forza repulsiva dev' essere un massimo, procede in » una direzione tangenziale al cono, direzione in cui la forza repulsiva è teo» ricamente nulla (69) ».

Innanzi tutto riflettiamo, che il primo passo di questo brano, è inesatto, facendo esso credere, che la forza repulsiva elettrica sia proporzionale inversamente alla normale geometrica ; mentre secondo Poisson (70), la repulsione stessa, è direttamente proporzionale al quadrato di quel tratto della indicata normale, compreso fra le due superficie, che limitano l' elettrico

(69) Ibidem, pag. 452, lin. 13.

(70) Mémoire de l' institut imperial, année 1811, pag. 6, lin. 8.

strato, e che costituisce la ertezza sua : concetto della elettrica repulsione, diverso del tutto da quello che il sig. Perrot attribuisce a Poisson.

Il vedere che si stabilisce una corrente di liquido lungo le apoteme del cono, non esclude generalmente la esistenza della elettrica repulsione, la quale ha sempre luogo, quando si tratta di elettricità *libera*; ma la esclude in questo caso particolare, in cui, per le disposizioni della sperienza, il cono è caricato di elettricità *indotta*, che perciò non possiede tensione.

Riflettiamo eziandio, che la corrente lungo le apoteme del cono, anche supponendo questo caricato di elettricità *libera*, non sarebbe punto un argomento contro la teorica di Poisson; in quanto che da questa viene stabilito, dovere la repulsione del cono, in ciascun suo punto, essere normale alla sua superficie, non già tangenziale ad essa. Infatti è chiaro che le particelle di liquido contigue al cono, verrebbero elettrizzate per contatto da esso, e se non vi fossero l'altre forze, le particelle si dovrebbero di fatto allontanare normalmente dalla superficie del cono stesso. Ma il liquido esercita sul cono un' azione per due diversi motivi: ed in *primo* luogo avvi una repulsione fra cono e liquido, in *secondo* luogo avvi la pressione idrostatica del liquido medesimo, proveniente dal suo peso, e da quello dell'atmosfera; questa pressione o forza, è anch'essa in ciascun punto perpendicolare alla superficie del cono. Ogni particella di liquido subisce adunque due azioni contrarie; ma siccome al vertice del cono ha luogo la maggior forza di elettrica repulsione, così le molecole si allontaneranno dal vertice del cono stesso, più facilmente che dagli altri suoi punti, e si stabilisce una corrente nella direzione del suo prolungato asse. Le molecole di liquido partite dalla punta, debbono essere surrogate per altre ; quindi si deve stabilire una corrente, che trasporta nuove molecole nel vertice del cono. Ma la direzione di questa corrente, deve necessariamente coincidere colla direzione dell' apotema del cono ; poichè allora la corrente totale, come richieggono le idrauliche leggi, cangia il meno possibile direzione. Le correnti liquide adunque, che si stabiliscono nel caso in proposito,cioè nella fatta ipotesi che il cono sia caricato di elettricità *libera*, neppure possono dare la direzione della forza repulsiva elettrica, fuorchè nel vertice dal cono stesso.

Ciò similmente ha luogo nella termostatica : in fatti possiede il calorico una forza repellente; per conseguenza in un tubo, posto quasi orizzontale, pieno di acqua, e riscaldato nell' estremo inferiore, l'acqua stessa tende ad allontanarsi dalla calorifica sorgente. Ma congiungendo ciascun estremo del tubo con un'altro , e formando così un termosifone , allora l' acqua conce-

pisce un movimento, a quello contrario, che il calorico prima determinava nel solo tubo quasi orizzontale. Questa notissima sperienza, che si spiega facilmente colla diminuita densità dell' acqua, fa vedere come nel secondo caso, la corrente idraulica vince quell' azione del calorico, la quale nel primo determinava una correnta opposta, deviata cioè di 180° rispetto quella del termosifone. Similmente avviene riguardo al cono elettrizzato: in questo però la deviazione della corrente idraulica, procedente lungo le apoteme del cono, è soltanto di 90°; cioè metà di quella deviazione, che ha luogo nella indicata sperienza del tubo.

L' autore (71) finisce questa sua memoria con tre conclusioni: nella prima e terza egli afferma « che la elettricità non respinge se stessa, e che i » fenomeni elettrici, tanto di attrazione, quanto di repulsione, tutti possono » spiegarsi per la sola scambievole attrazione dei corpi elettrizzati differentemen- » te ». Crediamo, che la falsità di queste dottrine, sia sufficientemente provata dai nostri precedenti argomenti. Nella seconda il medesimo afferma « essere la » corrente liquida, che parte dal cono, attirata unicamente dalla sfera, e dalla » corrente che parte da essa ». Questa unica attrazione senza repulsione di sorta, presenta un argomento nuovo per concludere, che la elettricità indotta non possiede tensione; altramente la corrente liquida partirebbe dal cono, respinta dalla elettricità indotta nel cono stesso; poichè questa, e la indotta nelle molecole liquide, le quali partono dal cono, sono elettricità della medesima natura.

§ 22.

Lo stesso autore, in un sua memoria più recente (72), vuole dimostrare colla sperienza, che un corpo allora soltanto può ricevere carica elettrica, quando non è isolato; ed ecco le sue parole (73).

» Èlectrisation, avec ou sans courant des corps *isolés*, voilà quels saraient » dans la théorie admise, les principaux caractères distintifs de l'électricité » statique. Les expériences qui suivent, me paraissent démontrer que ces » caractères, n'ont pas d'existence réelle; qu' il est aussi impossible de charger » un corps *isolé* d'électricité statique, que d'électricité dynamique; qu' enfin » l' une et l' autre de ce deux électricités, ne se trasmettent qu' à l' aide de

(71) Ibidem, p. 452, li 9 salendo.
(72) Comptes Rendus, tom. 62, pag. 232.
(73) Idem, pag. 232, linea 9 salendo.

» courants et seulement aux corps faisant partie du circuit interpolaire. Ces » électrisations des corps seraient dues à leur défaut d' isolement. Elle seraient » dans mon opinion le résultat de l'excessive tension de l'électricité statique, » qui à l' insu de l'expérimentateur, établirait une communication électrique » au travers de l'air ambient, entre les corps posés sur des supports isolants ».

Da queste asserzioni del sig. Perrot discende: 1.° che un corpo allora soltanto può ricevere una carica elettrica, quando non è isolato; mentre finora tutti i fisici hanno ammesso l'opposto, cioè che soltanto in un corpo bene isolato, può la elettricità equilibrarsi: 2.° che tanto l' elettricità statica, quanto la dinamica si trasmettono solo per corrente, ed ai corpi che fanno parte del preteso circuito interpolare. Riguardo a questa seconda opinione riflettiamo, che niuno negherà essere ogni elettrizzazione, l'effetto di una corrente; poichè nella elettrizzazione, la elettricità deve da uno passare sull'altro corpo, e questo passaggio chiamasi corrente. Si deve però distinguere la corrente detta *istantanea*, od anche di breve durata, dalla corrente detta *continua*: caricando un corpo di elettricità statica, per contatto con un altro elettrizzato, si produce, per questa elettrizzazione, una istantanea corrente. In simile guisa, mettendo il polo di una pila in comunizione con un conduttore isolato, per es. con un piano di prova, questo si elettrizza per mezzo di una corrente istantanea pur essa. Dopo caricato il conduttore, isolato la corrente cessa; e la sperienza di Wheatstone (74), con un canapo elettrico sottomarino di grande lunghezza, prova questo fatto, per mezzo del galvanometro, col quale anche si misura il tempo della stessa corrente di breve durata. Mettendo invece una sorgente di elettricità, come sarebbe la macchina elettrica, in comunicazione con un corpo, il quale si vuole mantenere ad una tensione costante; allora, perchè avvi dispersione, passerà una corrente continua per tutto il sistema. Secondo l'autore, i corpi che si vogliono elettrizzare debbono fare parte del circuito *interpolare*; ma riflettiamo, che tale asserto è del tutto inesatto, come viene provato dalle indicate sperienze del nominato fisico inglese; poichè nella citata sperienza, il conduttore che si elettrizzò, era isolato; quindi era impossibile un circuito, cioè, come si esprime l' autore, una corrente interpolare.

Egli descrive poi certi sperimenti a sostegno de' suoi asserti, empiendo un vaso isolante con olio di colza, sostanza coibente, ed immergendo in que-

(74) Ann. de chim. et de phy. 3.e série, t. 41, p. 123, t. 46, p. 121.

sto una sfera metallica, comunicante con una macchina elettrica. Nell'olio memedesimo erano sospese delle particelle di foglie d'argento; e così con facilità si potevano riconoscere le correnti liquide, che si formavano nell'olio, per effetto della elettricità : ecco in qual modo egli si esprime.

» *Premiere expérience* (75) Je me suis assuré de la grande sensibilité éle-
» ctrique du liquide, en constatant qu'une charge de 1 degré environ, indiquée
» par un électroscope à cadran très-sensible, suffisait pour occasionner des cou-
» rants rapides près de la pointe non isolée, que je présentais dans l' huile
» à distance de la sphère immergée.

» *Deuxième experience*. – Après avoir enlevé la point d'essai, j'ai éle-
» ctrisé le conducteur à 72 degrés , tension correspondante à une charge
» environ cent cinquante fois plus considérable, que celle de 1 degré, et ce-
» pendant la sphère immergée, quoique communiquant au conducteur électrisé,
» ne m'a paru manifester ni attraction ni répulsion sur le parcelles d'argent
» environnantes. Elle ne s'est pas électrisée ».

Confrontiamo l'una coll'altra queste due sperienze: la prima fa vedere come la elettricità della sfera metallica, viene comunicata pel trasporto delle particelle di olio alla punta. Questo trasporto deve riguardarsi come un effetto, sia della repulsione, sia dell'attrazione elettrica, prodotta dalla influenza. Fra la sfera e la punta si verifica una induzione forte, la quale viene favorita dalla forma puntaguta, e ancora molto più dall'essere la medesima posta in comunicazione sul suolo. Quindi si deve concludere, che l'elettrico è maggiormente accumulato sulla parte della sfera, più prossima alla punta. Da ciò segue che l'autore prende abbaglio quando crede, che la tensione della sfera immersa e inducente, possa rappresentarsi dalla indicazione elettrometrica, che questa dava, prima della induzione fra essa e la punta.

Nella seconda sperienza, ove manca la punta, non si mostra veruna corrente, perchè non ha luogo alcuna induzione più forte da una parte, che da un' altra, e perchè tanto il vaso quanto l'olio sono coibenti. Vero è che anche qui si elettrizzano per comunicazione le particelle di olio in contatto colla sfera; però esse non vengono attratte per mancanza dalla punta non isolata : quindi è che la tendenza loro a produrre corrente, dev' essere, in parità di circostanze, molto minore di quella del caso precedente.

La differenza fra le due sperienze ora riportate, trova fino ad un certo

---

(75) Comptes. Rendus. t. 62 p. 233, lin 17 salendo.

punto, l' analogo nell' azione della boccia di Leida. Dando a questa una determinata carica, più tosto piccola, già la scossa è molto sensibile ; mentre scaricando un semplice conduttore, che possiede la medesima carica, la scossa è minore assai. Riflettiamo inoltre sopra la seconda sperienza quanto segue:

1.° Chiaramente si rileva, che la completa simmetria, la quale ha lungo in quest seconda , non è favorevole alla corrente ; poichè a surrogare le particelle di olio trasportate dalla corrente , se ne dovrebbe produrre un' altra in senso contrario , la quale distruggerebbe la primitiva. Ciò non s' incontra nella prima sperienza , in cui la repulsione è soltanto forte nella parte della sfera più prossima alla punta , mentre le altre parti della sfera medesima posseggono una tensione molto minore; quindi si vede come questa dissimmetria, faciliti la produzione della controcorrente.

2.° Nella prima sperienza le particelle di olio, vanno a scaricarsi nel contatto colla punta , mentre nella seconda rimangono elettrizzate. Quindi accade che l'elettrico si propaga in principio per poco nell' olio , ma questa propagazione deve presto cessare; poichè una volta elettrizzato l'olio, l'elettricità della sfera perde ogni tendenza, o facoltà per passare in esso.

3.° Deve qui osservarsi, che il volume dell'olio di colza, non è indifferente alla sperienza; in un piccolo vaso, la dispersione sarà sempre molto minore, che in uno grande; poichè le pareti molto avvicinate, impediscono il moto libero del liquido in esse contenuto. Similmente una punta disperde assai meno, quando viene coperta da una campana isolante. Certo è che la viscosità dell' olio , deve opporsi alla produzione delle correnti ; ed ancora è certo, che i fenomeni osservati, non dipendono dalla sola *coibenza* dell' olio di colza ; poichè nell' aria secca, e perciò *coibente* anch'essa, i medesimi sono molto differenti, appunto perchè a questa la viscosità manca. Si vede quindi come l'autore ha torto, nell'appoggiarsi esclusivamente alla coibenza dell'olio di colza, per le sue pretese conclusioni.

Da quanto precede risulta chiaro, che facilmente i fatti delle due sperienze riportate dall' autore , si possono spiegare assai bene , colle solite dottrine della elettricità già riconosciute. Non conveniamo col medesimo quando egli dice « che la sfera immersa nell' olio di colza non si elettrizzò » egli non prova quest' asserzione con una sperienza , e dice soltanto che la sfera *non pareva* manifestare nè attrazione nè repulsione: ma ciò non basta, ed è necessario provare direttamente la pretesa mancanza di carica elettrica. È facile assicurarsi di ciò, togliendo la comunicazione fra la

sfera ed il conduttore della macchina elettrica; quindi senza che la sfera venga estratta dall'olio, ricercare con un elettrometro, se la medesima fu o no elettrizzata. Ho eseguito questa ricerca nell'olio comune, ma ho trovato che una carica elettrica era sempre posseduta dalla sfera , risultamento di cui niuno poteva dubitare.

Dalle riferite due sperienze conclude l' autore : « Il me semble résulter » de là (76) : 1.° que loin d'être électrisé à distance par influence, comme » on l'admet , un corps bien isolé , ne peut pas même recevoir l'électricité » par contact : 2.° qu'un des pôles de la machine électrique , ne peut être » électrisé s' il est isolé : 3.° enfin , que les pointes collectrices des con- » ducteurs isolés des corps voisins par le plateau de verre électrisé positi- » vement de la machine, se trovant dans le cas de la sphère immergée, ne » peuvent se charger de l'électricité positive du conducteur et par conséquent » la dissiper ».

Anche queste tre conclusioni si appoggiano sul fatto, interpetrato male dall'autore, cioè che la sfera immensa non dava segni, nè di attrazione nè di ripulsione;dalla quale sperienza egli erroneamente concluse,che la sfera medesima non possedeva carica elettrica, come già fu indicato. Ammesso però che la sfera si elettrizzi, lo che di fatto accade, le tre indicate conclusioni non possono più aver luogo.

§. 23.

L'autore fece altre sperienze, le quali ora passiamo ad analizzare.

Troisième sperience (77) : A l'aide d'un fil de soie isolant, ayant sou- » levé hors le bain d' huile la sphere immergée, maintenue en contact avec le » conducteur, je l'ai trouvée fortement électrisée; elle attirait vivement et fou- » drayait les corps non isolés qu'on lui présentait; mais plongée de nouveau » dans le liquide , elle n' exerçait aucun action sur les parcelles métalliques » environnantes. Il suffit donc d' isoler un corps électrisé pour lui faire perdre » ses propriétés électriques ».

Questa sperienza non ci presenta niente di nuovo; la sfera si mostrò elettrizzata nell'aria, però non si deve credere,che ciò accadesse per essere non più

(76) Ibidem pag. 233, li. 6 salendo.
(77) Ibidem, pag. 234, li 2.

immersa nell' olio. Imperocchè , come già fu detto , essa elettrizzasi anche nell' olio , quando questo è un sufficiente isolante. Supponendo anche per un momento, essere vero, che la sfera non si elettrizza quando è immersa nell'olio, ma che si elettrizza soltanto nell'aria; come è poi possibile, che la coibenza sia causa della non elettrizzazione, mentre olio ed aria sono ambedue coibenti ? Si vede quindi che l' autore, coll' insieme delle sue sperienze, ammettendo la elettrizzazione nell' aria , prova l'opposto di ciò che voleva dimostrare.

Quatrième expérience.(78) « J' ai ensuite plongé dans l'huile, comme dans » la prèmiere expérience, une pointe métallique non isolée. Tout aussitôt des » courants opposés, et dirigés l'un vers l'autre, sont partis de la sphère et » de la pointe ».

Questa sperienza non si distingue nelle sue disposizioni, e nei suoi risultamenti dalla prima, salvo che in questa, la carica della sfera è minore; quindi non conviene discuterla una seconda volta : però non possiamo dispensarci dal riferire le seguenti conclusioni, che dalla medesima sperienza l'autore deduce (79).

« 1.° Che se i fluidi coibenti non trasmettono la elettricità per conduzione, » la comunicano essi per trasporto, vale a dire trasportando le une verso le » altre le molecole elettrizzate differentemente, mediante i corpi che fanno parte » del circuito ».

« 2.° Che due corpi molto distanti fra loro, ed elettrizzati contrariamente » stabiliscono fra essi nell' aria , sempre un poco umida , e per lo meno » mille volte più mobile che l'olio viscoso , delle correnti elettrizzate , che » rendono impossibile l' isolamento dei corpi stessi ».

« 3.° Che le correnti liquide, ci offrono un esempio di trasformazione della » elettricità in forza motrice ».

Riflettiamo riguardo alla prima di queste tre conclusioni, non essere vero,che i fluidi detti coibenti, trasmettono la elettricità pel solo trasporto: esistono sempre due modi pel passaggio della elettricità nei fluidi stessi, cioè trasporto e conduzione; però la viscosità può assai modificare i loro effetti.Così Matteucci nega, percariche deboli nell'aria,il trasporto,ed attribuisce tutto alla conduzione propriamente detta (80), quindi si vede che Perrot e Matteucci sono del tutto in con-

(78) Ibidem, li. 11.

(79) Ibidem, p. 234, li. 15.

(80) Becquerel, Traité d'électricité et de magnétisme, tom. I. Paris 1855, p. 48.

traria sentenza fra loro, per quello riguarda tanto la conduzione, quanto il trasporto dell'elettrico nei fluidi stessi.

Riguardo alla seconda conclusione, non vogliamo contestare la esistenza della corrente di cui parla l'autore; neghiamo però affatto, che tale corrente sia necessaria per elettrizzare la sfera. Quando l'aria non fosse mobile, allora la sfera si elettrizzerebbe più forte, come viene provato con una sfera racchiusa in un recipiente di vetro, la quale conserva la sua elettricità per molto tempo. La elettrizzazione di una sfera immersa nell'aria, viene attribuita dall'autore a quel poco vapore acquoso nell'aria stessa contenuto; ma domandiamo: come si spiegano poi le sperienze riportate antecedentemente (81), per esempio quelle di Erman e di Davy, nelle quali si elettrizzano i pendolini, quantunque si trovino nel vuoto torricelliano, dal quale fu tolta ogni traccia di umidità ? In somma quei fisici , che fin'ora sperimentarono sopra l'argomento in proposito, arrivarono ad un risultamento contrario del tutto a quello dell'autore.

È del resto vera la terza conclusione, ma non è nuova; poichè Franklin costrusse una piccola ruota, mossa dal venticello elettrico, lo che prova la indicata trasformazione, in un modo molto più evidente, di quello riferito dall'autore. Veniamo adesso alla sperienza *quinta*, che viene descritta come segue:

« A l'aide d'un fil isolant, j'ai suspendu et immergé dans l' huile, près
» de la première sphère, une seconde sphère metallique legère, afin de voir
» si elle serait électrisée par influence. Ayant de nouveau électrisé le con-
» ducteur jusqu'à 72 degrés, je n'ai remarqué aucune polarisation ou action
» électrique, ni entre les deux sphères, ni entre elles et les parcelles d'argent;
» tout est encore resté en repos; aucune électrisation par influence ne s'est
» manifestée. Ici donc encore, l'électricité statique se comporte comme l'éle-
» ctricité de la pile (82) ».

Se la seconda sfera , isolata ed immersa nell' olio , non venne attratta dalla sfera grande ; ciò deve attribuirsi o alla viscosità , o alla conducibilità dell' olio. L' autore, dalla mancanza di moto della seconda sfera , conclude senza altro , che questa non era indotta; ma chiaro apparisce che ciò, non è il più conveniente modo, per fare questa deduzione: invece il piano di prova sarebbe stato molto più sicuro, per decidere il fatto stesso. L'autore poi non è abbastanza preciso in queste indicazioni ; così non riferisce se la distanza

(81) Vedi §. 10.
(82) Luogo citato, p. 234. li

fra le due sfere, e se la carica della prima, erano tali, che nell'aria si sarebbe di fatto manifestata qualche attrazione fra esse. Riflettiamo inoltre che nell'aria un corpo isolato, viene soltanto debolmente attratto, non già perchè l'induzione non elettrizzi, ma perchè la omologa della inducente non può dissiparsi. Ho voluto ripetere questa sperienza, ed avendo prima fatta comunicare col suolo, mediante un filo metallico, la sfera indotta, la estrassi poscia,per mezzo di un filo di seta, dall' olio, portandola in contatto col bottone di un elettroscopio a pile secche, e trovai che la sfera medesima ricevuto aveva la induzione, contro quanto asserisce l'autore.

Sixième expérience. Dice l'A. « J'ai immergé au de là de la sphère suspen-
» due, une sphère non isolée; immediatement après la mise en action de la ma-
» chine, la sphère immergée, la sphère suspendue et la sphère présentée,
» ont manifesté leur état électrique par des courants liquides, partant des
» pôles de chaque sphère vers la sphère voisine (83) ».

La riferita sperienza non si distingue in sostanza dalla prima, e dalla quarta; ed avvi soltanto questa differenza, che la induzione della prima sfera sull'ultima, non si esercita immediatamente, ma bensì per mezzo della seconda, e tale diversità, per quanto spetta al modo di spiegare l'effetto finale, si riconosce indifferente: quindi non ci tratterremo in tale spiegazione.

Septième expérience. (84)« Après avoir adapté un manche isolant au milieu
» d'un fil metallique pointu à chaque extrémité, j'ai présenté une de ces points
» à la sphère suspende, l'autre points étant dirigée dans l'air: les phénomènes
» de l'expérience précedente se sont reproduits, mais avec moins d' intensité ».

Questa sperienza benissimo si accorda, colla spiegazione da noi data per le precedenti. Essa distinguesi dalla sperienza sesta, soltanto in ciò, che il terzo corpo non si scarica più con tanta facilità, come in quella; poichè nella sesta il terzo corpo comunicava col suolo, mentre nella presente manca tale comunicazione, per cui la dispersione dell'elettrico, avviene debolmente per l'estremo acuminato posto nell' aria. Da tutto ciò si vede perchè si riprodussero nella settima sperienza i fenomeni della sesta, ma con intensità minore.

L' autore continua dicendo : « Cette expérience me parait offrir la
» preuve, qu'entre les corps voisins, chargés de l' électricité négative, dé-
» veloppée par la machine et la pointe dirigée dans l'air, il naît des cou-

(83) Ibidem, p. 234, li. 6 salendo.
(84) Ibidem, p. 234, li. ultima.

» rants semblables à ceux du liquide, courants à l'aide desquels s'établit le
» circuit interpolaire indispensable à l'électrisation ».

E di fatti non si vede ragione, perchè in questo caso, i gas ed i liquidi, ambedue coibenti, si debbano comportare differentemente; poichè, atteso la mobilità delle loro molecole, permettono alla elettricità il passaggio in due modi, cioè per vera conduzione, e per trasporto. Ma la esistenza di queste correnti nell'aria, già da molto tempo era conosciuta; quindi si doveva prevedere, che queste correnti, anche nei liquidi sopra indicati si sarebbero avute. Ricordiamo qui ancora, che l'autore si serve sempre della espressione *circuito interpolare*, la quale viene da esso dichiarata in principio di questa sua memoria. Però la espressione medesima, per quello che abbiamo dismostrato, si applica giustamente nello sviluppo elettrodinamico, ma non sempre in quello elettrostatico; giacchè sebbene in questo si debbano ammettere correnti elettriche, dette, o di breve durata, od istantanee; tuttavia non sono sempre interpolari, nel senso dell' autore, cioè che tornino in loro stesse.

§. 24.

In una mia memoria, che indicherò con (V), intitolata: *Ricerche analitiche sul bifilare*, ecc. (85), sviluppai la teorica di questo istrumento, prendendo anche ad esame le diverse disposizioni, che al medesimo nella pratica si danno. Fra queste si comprendeva eziandio l' elettrometro bifilare del chiarissimo sig. prof. Palmieri, pubblicato in una sua memoria, che indicheremo con (P'), intitolata: *Nuovo elettrometro bifilare* (86). Nella (V) esposi come alcune formule, che nella (P') si riferiscono alla relazione fra i due archi, uno *impulsivo* β, l'altro *definitivo* α in questo istromento, non si possono analiticamente giustificare. Si è risposto a queste mie riflessioni con tre note, una dell'egregio sig. prof. Palmieri, che indicheremo con (P''), intitolata: *Nuove modificazioni arrecate al conduttore mobile*, ecc. (87); l'altra del ch. sig. Battaglini, che rappresenteremo con (B), intitolata: *Osservazione intorno ad una formula relativa all' elettrometro bifilare* (88); la terza del Palmieri stesso, intitolata:

---

(85) Atti dell'Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, t. 17, pag. 331, e t. 18, p. 279.

(86) Atti della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, vol. 2.

(87) Rendiconto dell'accad. R. delle scienze fis. e mat. di Napoli, an. V, fasc. 7. luglio, 1866, p. 245. — Vedi anche il Nuovo Cimento, t. 23 e 24, agosto e settembre, an. 1865-66, p. 81.

(88) Rendiconto citato, fasc. 8.°, agosto 1866, p. 265.

Nnove modificazioni arrecate al conduttore mobile, con alcune avvertenze necessarie nel farne uso (89), che indicheremo con (P‴).

Se non fosse che il tornare sugli argomenti controversi nelle indicate cinque memorie, mi porge occasione a svolgere ancor più, e penetrare maggiormente certe dottrine di elettrostatica; mi resterei nel silenzio, limitandomi a quanto già sul proposito esposi nella mia memoria (V). Però si aggiunge, che i due miei distintissimi oppositori, si compiacquero per ben tre volte, cioè colle (P″), (B), (P‴), rispondere alle obbiezioni da me fatte nella unica mia memoria (V). Inoltre nel rendiconto dell' accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, fascicolo I. del gennaio 1867, p. 9, si asserisce che i chiarissimi signori Battaglini e Palmieri, risposero in modo convincente, alle obbiezioni fatte dal Volpicelli, relative alla teorica del Battaglini, sull' elettrometro bifilare del Palmieri. Laonde, tanto per le risposte più volte ripetute, quanto perchè le ragioni addotte in esse non distruggono affatto le obbiezioni da me pubblicate nella mia memoria (V); ed in fine anche per la stima grande che nutro verso quei dotti oppositori, sono costretto a dichiarare qui appresso una seconda volta il mio parere, con sufficiente sviluppo, sulle controverse dottrine: tanto più che da queste discussioni, puramente scientifiche, forse qualche utile potrà la scienza ritrarre.

Nella nota (P″), pag. 249, del rendiconto citato, si legge: « Il prof. » Volpicelli in una sua memoria intitolata *Ricerche analitiche sul bifilare*, » mentre fa diverse osservazioni sul procedimento analitico, seguito dal » Battaglini, per giungere alla formula, che dà l'attenenza tra gli archi im- » pulsivi, e gli archi definitivi, move qualche dubbio sulla ipotesi che » gli archi impulsivi siano proporzionali alle tensioni; ora senza entrare nel » campo delle disquisizioni matematiche, dico che la sperienza verifica » maravigliosamente la formula del Battaglini, entro i limiti da me addi- » tati, e la sperienza stessa verifica la proporzionalità degli archi im- » pulsivi colle tensioni elettriche . . . . . . Ma il Volpicelli alla formula » $\frac{\alpha(\beta-\alpha)}{\beta} = \text{tag.}\ \frac{1}{2}\alpha$, preferirebbe l' altra $kf = \frac{P\partial\Delta}{L}\beta$. Ora laciando altre » considerazioni, che nascerebbero dalla difficoltà di avere senza errore le

(89) Estratta dal vol. 3.° degli Atti della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, an. 1866.

» quantità contenute nella formula preferita dall'autore, non si avrebbe così
» spedito il metodo, per iscoprire le perdite, che si ebbero durante la corsa
» del conduttore, nelle variabilissime condizioni di umidità dell'ambiente. Non
» basta misurare esattamente una tensione, ma conviene sapere questa che
» voi misurate , quale attenenza ha con quella che sarebbesi manifestata ,
» senza dispersione alcuna ».

Chiunque legga la parte quarta della mia memoria (V), subito vedrà che questa prende a considerare soltanto le ricerche *puramente analitiche*, colle quali dal ch. Battaglini si è giunto (90), alla formula $(g)\ldots\frac{\alpha(\beta-\alpha)}{\beta}=\text{tang.}\frac{1}{2}\alpha$, nella memoria (P'); e che in quella stessa quarta parte, mi sono astenuto da qualunque fatto sperimentale. Quindi poichè il ch. Palmieri non crede opportuno, prendere ad esame quanto ivi fu da me considerato analiticamente; così non ho punto a rispondere *da questo lato* al riferito brano della (P''). Però siccome nel brano stesso mi si attribuiscono delle asserzioni , che non mi appartengono punto, e se ne incontrano di quelle che non possono aver luogo; così per quest'altro lato debbo produrre la seguente risposta. Quindi profitterò dell'attuale occasione , per mettere in maggior luce alcuni punti, che riguardano l'elettrometro bifilare del nominato autore.

Primieramente si dice, nel citato brano del Palmieri, che io mossi *qualche dubbio sulla ipotesi che gli archi impulsivi sieno proporzionali alle tensioni*. Questo asserto è relativo certamente all'aver io detto sul principio del §. 21 della
» memoria (V)«si rileva che il primo tratto analitico dell'autore non ammissibile,
» consiste nella indicata proporzionalità fra l'angolo impulsivo β , e la elettrica
» tensione f, tanto perchè la proporzionalità stessa non fu bene definita riguardo
» alla posizione della leva, quanto perchè la formula finale (g), non è affatto
» condizionata esclusivamente a quella ipotesi $(b)\ \ldots\ kf=\frac{P\delta\Delta}{L}\beta\ \ldots$; ed an-
» che all' avere io detto sul terminare del §.22 »Finalmente osserveremo che
» quando si volesse riguardare ammissibile la ipotesi $(b)\ldots$ »

Se attentamente legganasi queste due mie considerazioni, vedrà ognuno che io non mossi nelle medesime dubbio veruno riguardo alla ipotesi fisica (b); ma bensì

(90) Ognuno facilmente riconoscerà, che il primo membro della (g), nel § 20 della mia memoria (V), per errore di stampa, fu espresso con $\frac{(-\alpha)}{\beta}$, e che invece doveva esprimersi con $\frac{\alpha(\beta-\alpha)}{\beta}$.

nella prima, i dubbi, cioè meglio la inammissibilità indicata, riguarda soltanto l'analisi del ch. Battaglini; vale a dire il modo col quale la ipotesi (b) fu nel calcolo introdotta. Poichè ivi dissi esplicitamente « *il primo tratto analitico dell'autore non ammissibile* ... » e poichè l'unico scopo di quelle mie due osservazioni, era il dimostrare che la (g) non è una conseguenza esatta della ipotesi (b), e non il contestare questa ultima formula. Inoltre certo è, che la indicata proporzionalità, non fu bene definita nella (P'); poichè ivi non è detto a quale *posizione* dell'indice riferiscasi quella proporzionalità; ma solo è asserito, che *gli archi impulsivi sono direttamente proporzionali alle forze, sino ad un certo limite* .... Però questo asserto è molto vago, poichè le forze variano col variare di posizione dell'indice, sebbene la carica dei bracciuoli fissi del bifilare in proposito, rimanga sempre la stessa.

Riguardo alla riferita seconda mia osservazione, si vede chiaro che col dire « *quando si volesse riguardare ammissibile* » ho voluto intendere quando la (b) fosse vera in generale, non già per alcuni valori di β sufficientemente piccoli; giacchè ognuno deve convenire, ed anche ne conviene il Palmieri, che per qualunque valore di β quella proporzionalità non potrebbe verificarsi.

Qui cade in acconcio suggerire, ma con ogni riserva, una modificazione all'elettrometro bifilare di questo ch. fisico; ed è il sopprimere tanto uno dei bracciuoli del suo sistema fisso, quanto il corrispondente braccio dell'indice mobile, procurando l'equilibrio meccanico, mediante un opportuno contrapeso, applicato al dischetto. Per tal modo la indicata proporzionalità, si verificheebbe sensibilmente, anche per angoli maggiori. Ed in fatti per la soppressione degl' indicati due bracci, viene pure soppressa quella elettrica repulsione, che prima esisteva, la quale si oppone al moto iniziale rotatorio dell'indice, alterando perciò sensibilmente la proporzionalità indicata, quando l'angolo β supera un certo limite. Inoltre nel sistema dell'autore, l'angolo finale α, non può mai superare 90°; mentre per la indicata modificazione, l'angolo medesimo, potrebbe divenire anche maggiore di un retto.

Secondariamente si dice nella (P'') « *Ma il Volpicelli alla formula* (g) » *preferirebbe l' altra* (b) ». Ciò non è a bastanza esatto, perchè questa frase potrebbe far credere, che la formula (b) fosse da me prodotta, mentre invece la medesima è una ipotesi, assunta dal Battaglini, per base del suo calcolo; ed inoltre perchè non ho mai preferito la (b), alla (g). Questo equivoco fu preso senza dubbio, per aver io detto (Mem. (V), §. 22). « *Finalmente osser-*

veremo, *che quando si volesse riguardare ammissibile la ipotesi* (b), *questa si dovrebbe stimare utile molto più della risultante finale* (g). Ma con tale asserzione, nulla si decide circa la preferenza dell'una o dell'altra formula ; poichè si parla quì condizionatamente. A me pare assai chiaro, che il significato di queste mie parole, consista nel dire, che quando si ammetta per ipotesi una formula, da cui viene stabilita *direttamente* la relazione fra l'angolo impulsivo β, e la elettrica tensione f, come appunto stabilisce la (b), diviene superfluo ricercare la (g), una relazione cioè fra i due angoli, uno impulsivo β, l'altro definitivo α, per l' *unico* fine di determinare la stessa f, come *unicamente* si vuole dalla memoria (P'), pag.7, ove si determina f per mezzo della (g).

In *terzo* luogo, per quello appartiene al riferito asserto della stessa memoria (P''), cioè « *che l'esperienza verifica maravigliosamente la formula* (g) *del Battaglini entro i limiti additati*, p. 249, li 7 », ciò non giustifica punto il modo col quale fu introdotta nel calcolo la ipotesi (b),per giungere alla stessa (g).Dobbiamo infatti distinguere due questioni: la prima consiste nel sapere se la (b) è , o no vera; vale a dire se l'angolo impulsivo β, sia generalmente o limitatamente proporzionale alle tenzioni f. Riguardo a ciò, non mi sono mai pronunciato, e non voglio negare che questa ipotesi possa condurre a risultamenti più o meno esatti. La seconda quistione poi consiste nel sapere, se la formula (g) sia giusta conseguenza, dell'analisi basata sulla ipotesi (b). Relativamente a ciò, dimostrai nella mia memoria (V), che questa conseguenza non è rigorosamente dedotta; e feci vedere (§. 22) che la formula (g) ammette per ipotesi l'altra

$$(h) \qquad M_\varphi = kf\frac{\varphi\,\text{sen}.\varphi + \cos.\varphi - 1}{\varphi^2},$$

invece della (b), come anche vedremo confermato in appresso.

In *quarto* luogo, si dice nel citato brano della memoria (P''), che quando si volesse preferire la formula (b) alla (g) « *nascerebbero delle difficoltà di avere senza errore le quantità contenute nella formula preferita* . . . . » Però è da osservare, che queste difficoltà sensibilmente svaniscono, allorchè vogliasi adoperare una pila normale ; poichè a questo modo, il coefficiente $\frac{P\Delta\delta}{Lk}$, che affetta il β nella (b), risulta rispetto ad f , si può determinare complessivamente, assegnando la unità di carica convenuta per un angolo dato , senza bisogno di misurare le quantità contenute nel coefficiente stesso ; e con tal mezzo po-

trebbe anche ottenersi, che l' istromento fosse paragonabile ad un altro. Perciò concludiamo che quando non abbiasi altro scopo, da quello in fuori di conoscere la carica, mediante l'angolo impulsivo β, la (b) deve preferirsi alla (g), preferenza che ora *soltanto* noi concludiamo.

In *quinto* luogo, per quello riguarda le correzioni da farsi, relative alla perdita della carica, per effetto della umidità, l'illustre Palmieri assume questa perdita proporzionale al tempo (91). Però, dopo le sperienze di Coulomb, la perdita medesima viene sempre assegnata giustamente da un esponenziale, di cui l' esponente solo è in proporzione diretta col tempo. A questo proposito, altre obbiezioni potrebbero ancora farsi, sulle quali torneremo in appresso.

Nella nota (2) pag. 248, della memoria (P''), si legge « *In generale quando non vi sono perdite, l'arco definitivo deve riescire uguale alla metà dell'arco impulsivo* ». Ciò è falso, perchè non in generale, ma solo in particolare, cioè quando gli angoli α, β sieno piccolissimi, od anche quando inoltre il momento M_ρ sia costante, lo che non ha luogo nelle attuali ricerche; allora soltanto si verifica quell'asserto, come dimostreremo in appresso. Di più troviamo asserito anche nella medesima nota (2), che l'*arco impulsivo piccolo*, cioè *fra zero, e* 10°, *suol essere di* 3° *più grande del doppio definitivo*, vale a dire $\beta = 2\alpha + 3.°$ ». Ciò neppure si verifica, poichè in questo intervallo, cioè per angoli maggiori di zero, ma piccolissimi, si ottiene sensibilmente l'angolo impulsivo eguale al doppio del definitivo. Finalmente si asserisce inoltre nella indicata nota « *che* per un arco impulsivo *fra* 25° *e* 60,° *la differenza* $\beta - 2\alpha$ *svanisce* » ma ciò non può essere, perchè ponendo $\beta - 2\alpha = 0$, cioè ponendo la condizione $\frac{\beta}{2} = \alpha$ nella (g), avremo

$$\frac{\beta}{4} = \text{tang.} \frac{1}{4} \beta ,$$

equazione che certo, per valori di β, compresi fra o, e $\frac{\pi}{2}$, non può avere altra radice, fuorchè $\beta = 0$, contro quello che fu asserito dicendo, che fra 25° e 60° la differenza $\beta - 2\alpha$ svanisce.

---

(91) Nuovo Cimento, t. 21, e 22, an. 1865-66, gennaio, p. 45, li. 15 salendo.

§. 25.

La indicata nota (B) del ch. Battaglini, è del tutto analitica, ed ha per iscopo chiarire il procedimento del calcolo, da esso eseguito, per giungere alla sua formula finale (g). Non possiamo accordarci col ch. Autore nel riconoscere, che gli schiarimenti contenuti nella nota medesima, bastino a giustificare la stessa (g), e ciò rilevasi dalle sette osservazioni seguenti.

Osservazione 1.ª Il ch. autore riguarda « *naturale* (pag. 266, li. 6) *il supporre che per una data forma del conduttore, e per un dato angolo* φ, *il momento* M_φ, *sia proporzionale alla carica f.* » Questa ipotesi non è giusta, e dev'essere sostituita dall'altra, in cui si ammette il momento M_φ, proporzionale al *quadrato* della carica indicata. Infatti siccome qui si tratta di due conduttori, uno indotto, l' altro inducente; e siccome per un φ costante, questi conduttori conservano *sempre la medesima distanza angolare* φ *l'uno dall'altro*, la teorica di Poisson facilmente dimostra, la relazione che deve aver luogo fra la carica dell' inducente e la forza, sia attrattiva, sia ripulsiva, fra i due corpi, mantenuti al dato angolo φ tra loro. Supponendo in fatti che uno di questi, l' inducente, abbia la carica f, l' altro essendo allo stato naturale; la carica del primo e la elettricità sviluppata nel secondo, prenderanno distribuzioni tali, sulle superficie dei due corpi stessi, che l'azione loro complessiva sopra un qualsiasi punto, preso arbitrariamente nell' interno dei conduttori medesimi, riesca nulla.

Qualunque sia la carica elettrica, posseduta da un conduttore inducente, questa si deve riguardare sempre formata da uno strato, posto in superficie del conduttore stesso, e di ertezza infinitesima: dicasi altrettanto delle cariche sviluppate dall' inducente sull' indotto. La *sola* condizione analitica per elettrico equilibrio, consiste nel l'essere zero la risultante di tutte le azioni, sopra un punto qualsiasi nell' interno del sistema dei due conduttori (92); inoltre sappiamo essere *unica* la elettrica distribuzione per l' effetto indicato (93).

---

(92) Poisson, Mémoires de l'Istitut Imp. année 1811, pag. 7.

(93) Vedi Belli, Memorie di mat. e di fis. della Società italiana, t. 22. Parte fisica, p. 174. Vedi anche Liouville, additions à la connaissence des temps, 1845.

Stabiliamo che sieno

$$a' \,,\; a'' \,,\; a''' \,, \ldots\ldots , a^{(m)}, \ldots$$

le rispettive accumulazioni elettriche , su tutti gli elementi superficiali dell' inducente, per la sua carica f; inoltre sieno

$$b' \,,\; b'' \,,\; b''' \,, \ldots\ldots , b^{(n)}, \ldots$$

le rispettive accumulazioni elettriche, su tutti gli elementi superficiali dell'indotto. Questa elettrica totale distribuzione, è supposta essere quella *unica*, per la quale si annulla l'azione sua complessiva sopra un qualunque punto interno, sia nell' inducente, sia nell' indotto ; per tanto sarà

$$f = a' + a'' + a''' + \ldots + a^{(m)} + \ldots$$

Ora supponiamo che, per un' altra carica f_1 dell' inducente, sieno

$$ha' \,,\; ha'' \,,\; ha''' \,, \ldots\ldots , ha^{(m)} + \ldots$$

$$hb' \,,\; hb'' \,,\; hb''' \,, \ldots , hb^{(n)}, \ldots$$

le relative accumulazioni sugli elementi superficiali dei due nominati conduttori. È cosa evidente, che anche queste ultime due diverse distribuzioni, dovranno come le prime, soddisfare alla elettrostatica condizione sopra indicata; perchè la massa di ogni elementare accumulazione,ha cangiato proporzionalmente alla quantità costante h ; e perchè , dall' essere infinitesima l' ertezza degli strati elettrici, la distanza del centro di azione di ciascun elemento elettrico, da qualunque punto interno sul quale agisce, varia soltanto per un infinitesimo. Da ciò discende che pure ogni elementare azione elettrica , cangiò soltanto proporzionalmente ad h, per la nuova carica f_1, attribuita all' inducente , laonde avremo

$$f_1 = ha' + ha'' + ha''' + \ldots + ha^{(m)} + \ldots\ldots$$

Riflettendo che la elettrica distribuzione, corrispondente ad una qualsiasi carica, è *unica*, chiaro apparisce che le distribuzioni relative alla seconda carica f_1 , non possano essere altro che quelle sopra indicate. Abbiamo dunque dimostrato, che cangiando la carica f dell'inducente in f_1 , cangeranno le differenti accumulazioni elettriche, sopra un elemento superficiale qualunque, tanto

dell' inducente, quanto dell' indotto, nel medesimo rapporto, nel quale ha cangiato la carica dell' inducente; cioè nel rapporto di $1 : h$.

Ora passiamo a considerare l' azione, che ha luogo fra la leva, ovvero l' indice, ed i bracciuoli fissi nell'elettrometro in proposito, supponendo soltanto variabile la carica di questi, e costante l'angolo φ. Per tal fine si rifletta, che a causa della simmetria del sistema, tale azione deve consistere in una coppia risultante, la quale viene costituita da tante altre componenti, ognuna elementare. Le due forze di ogni coppia elementare si troveranno, moltiplicando fra loro le due corrispondenti accumulazioni elettriche, da cui le forze stesse derivano, e dando ad ognuno di questi prodotti un fattore, corrispondente alla ragione inversa del quadrato delle rispettive distanze, fra le accumulazioni stesse.

Chiamando f, ed $f_1 = hf$, le cariche inducenti, comunicate ai bracciuoli fissi, ed esprimendo con a, b le accumulazioni su due superficiali elementi, uno in qualunque dei due bracciuoli fissi ed inducenti, l'altro sull' indice indotto dalla carica f, dovremo esprimere con ha, ed hb le rispettive accumulazioni sugli elementi stessi, per la carica $f_1 = hf$; e ciò secondo quanto fu dimostrato. Ora esprimendo con z l' azione reciproca fra i nominati elementi, per la carica f, e similmente con z_1 quella per la carica f_1, avremo

$$z = \mathrm{K}ab\,,\quad z_1 = \mathrm{K}.ha.hb = h^2.\mathrm{K}ba\,,$$

essendo K un fattore costante, che dipende dalla posizione relativa fra l'indotto e l' inducente, la quale fu supposta invariabile; per tanto avremo

$$z : z_1 = 1 : h^2 = f^2 : f_1^{\,2}.$$

Perciò la elementare azione fra due qualsisieno elementi superficiali, uno sull'inducente, l'altro sull'indotto, dev'essere direttamente proporzionale al quadrato della carica inducente. Quindi è anche chiaro che l'azione *totale*, fra i due nominati conduttori, deve pur essa riescire proporzionale al quadrato stesso; e perciò anche il momento M_φ di questa, dovrà seguire la medesima proporzione del quadrato, come velevamo dimostrare.

Sulla indicata legge del quadrato della carica, tratta pure William Tomson, in una sua nota intitolata « Sur les lois élémentaires de l' électricité sta-

tique (94), e Whewell la dimostra pure nel suo rapporto sulle diverse parti della fisica matematica (95), sembra che Cavendish (96) sia stato il primo a riconoscerla, e dopo di lui Volta (97). Questa medesima legge non ha luogo soltanto in elettrostatica, ma essa verificasi anche nel magnetismo; poichè ivi pure la intensità magnetica, sopra un elemento qualunque della sbarra di ferro dolce indotta, è proporzionale al magnetismo della sbarra magnetica inducente; quindi la reciproca loro azione, si trova proporzionale al quadrato della intensità magnetica della medesima sbarra inducente (98).

Concludiamo per tanto, che nella nota (B), la frase « *essere naturale il supporre che per una data forma del conduttore, e per un dato angolo* φ, *il momento* M_φ *sia proporzionale alla carica* f, trovasi contraddetta, sia dai principii della teorica di Poisson, sia dalla sperienza.

Osservazione 2.ª Nella memoria (P'), fu stabilita la sola ipotesi (b); ma nella citata nota (B) si ammette, pag. 266, oltre questa ipotesi, anche l' altra

$$(c) \qquad M_\varphi = f(A_0 + A_1\varphi + A_2\varphi^2 + \dots);$$

però il simbolo f cangiò di significato, perchè mentre nella (P') significava una elettrica tensione, ora nella (B) significa una carica. Ma i coefficienti della (c), non possono determinarsi col metodo dell' autore; cioè senza conoscere una relazione fra M_φ e φ, che valga per una serie continua di valori, tanto di M_φ, quanto di φ, la quale serie contenga pure il valore $\varphi = 0$. Da ciò si vede che ogni tentativo, per determinare i coefficienti della (c), sarà illusorio, finchè non si ammetta una nuova ipotesi *generale* fra i simboli M_φ, e φ.

Nella medesima nota (B), per determinare questi coefficienti, l'autore giunge regolarmente alla

$$(e) \qquad f\left(A_0 + A_1\frac{\beta}{2} + A_2\frac{\beta^2}{3} + \dots\right) = \frac{P\delta\Delta}{L}\beta\left(\frac{1}{2} - \frac{\beta^2}{2.3.4} + \frac{\beta^4}{2.3.4.5.6} - \dots\right);$$

---

(94) Iournal de mathématiques pures et appliquées, par Liouville, tomo 10, pag. 211.

(95) British Association. Report for 1836.

(96) Leçons élémentaire d' électricité par Harris, tradotto da Garnault. Paris 1857. pag. 154.

(97) Collezione delle sue opere, t. 1, parte 2ª, p. 69. — Belli corso elem. di fis. sper. Milano 1838, vol. 3, p. 465.

(98) Eisenlohr Lehrbuch der Physik. Stuttgart 1863, p. 509. - Vedi anche Lamont Handbuch des Magnetismus.

quindi, eliminando prima la f da questa, mediante la (b), determina i coefficienti A_0, A_1, . . . , con eguagliare fra loro quelli, appartenenti alle medesime potenze di β, nei due membri dell' equazione risultate, per giungere finalmente alla (g).

Ma nel caso attuale, β rappresentata una quantità, che *rimane costante* nella medesima sperienza; ed in fatti per costante si trova nell' integrale definito

$$(i) \qquad \int_0^\beta M_\varphi d\varphi = \frac{P\delta\Delta}{L}(1 - \cos\beta),$$

contenuto nella memoria (P'), e nella nota (B), p. 266, li. 2, dal quale si fa discendere la (e). Da ciò si vede che il metodo dei coefficienti indeterminati, non è affatto applicabile al caso attuale. Il vero significato della (e), consiste nell'essere la medesima una *sola* relazione fra i coefficienti della (c), ed il particolare valore $\varphi = \beta$. Quindi, supponendo conosciuto l'angolo impulsivo β, la (c) può soltanto servire, ad esprimere uno solo dei coefficienti stessi, per mezzo degli altri, e del valore particolare β, corrispondente ad una data sperienza. L'autore della nota (B), coll'eguagliare i coefficienti delle medesime potenze dei due membri della (e), dopo avere da questa eleminato la f, mediante la (b), fa tante nuove ipotesi arbitrarie, quanto è il numero dei coefficienti da esso così fattamente determinati.

Per chiarire sempre più questo argomento, cioè per dimostrare, che il metodo dei coefficienti indeterminati, non può trovare applicazione al caso in proposito, passiamo a vedere, che quando si ammettano le tre seguenti equazioni:

$$(b) \qquad kf = \frac{P\delta\Delta}{L}\beta,$$

$$(c) \qquad M_\varphi = f(A_0 + A_1\varphi + A_2\varphi^2 + \ldots),$$

$$(e) \qquad f(A_0 + A_1\frac{\beta}{2} + A_2\frac{\beta^2}{3} + \ldots) = \frac{P\delta\Delta}{L}\beta\left(\frac{1}{2} - \frac{\beta^2}{2.3.4} + \frac{\beta^4}{2.3\ldots6} - \ldots\right)$$

$$= \frac{P\delta\Delta}{L\beta}\left(\frac{\beta^2}{2} - \frac{\beta^4}{2.3.4} + \frac{\beta^6}{2.3\ldots6}\ldots\right) = \frac{P\delta\Delta}{L\beta}(1 - \cos\beta);$$

queste sole bastano per soddisfare *completamente* alla (i), e quindi per giungere alla (g), senza che si abbiano a determinare i coefficienti A_0, A_1, A_2,... salvo uno solo dei medesimi. Ciò vale a dire, che le (b), (c), (e) possono senz'altro

assegnare il valore di M_φ, essendo esse le condizioni sufficienti e necessarie, per ottenere si fatto valore. Eliminando adunque la f dalle (c), (e), mediante la (b), avremo le

$$M_\varphi = \frac{P\delta\Delta}{kL}\beta(A_0 + A_1\varphi + A_2\varphi^2 + \ldots),$$

$$A_0 + A_1\frac{\beta}{2} + A_2\frac{\beta^2}{3} + \ldots = \frac{k}{\beta^2}(1 - \cos\beta),$$

dalle quali, per mezzo della eliminazione di A_0, avremo la

$$M_\varphi = \frac{P\delta\Delta}{kL}\beta\left[\frac{k}{\beta^2}(1 - \cos\beta) - A_1\frac{\beta}{2} - A_2\frac{\beta^2}{3} - A_3\frac{\beta^3}{4} - \ldots + A_1\varphi + A_2\varphi^2 + A_3\varphi^3 + \ldots\right].$$

Sostituiscasi questo valore di M_φ nella (i), ed essa facilmente ridurrassi ad una identità, dopo eseguite le integrazioni fra i limiti β, e 0; quindi è chiaro, che la (i) viene soddisfatta dalle sole (b), (c), (e), senza che sia necessario determinare i coefficienti che si contengono nella (c), salvo uno di essi. Perciò si potrà giungere, come vedremo nella *sesta* osservazione, a trovare la *vera* dipendenza fra gli angoli α, β, discendente legittimamente dalla unica ipotesi dell' autore; e ciò senza determinare i coefficienti medesimi, per assegnare i quali, non si hanno condizioni opportune dalla natura dell' attuale ricerca.

Per tanto è chiaro altresì, che l'equivoco preso nella nota (B) sul proposito, consiste in ammettere, che la (e) valga per ogni valore di β; cioè nell' ammettere che β sia variabile: mentre di fatto è costante in una medesima sperienza, e varia solo da un esperimento all'altro. Questo equivoco è in sostanza identico a quello, che indicammo nella nostra memoria (V), (§ 20, e 21), cioè che fu cangiato il valore generale di φ, nel particolare β; ma dopo questo cangiamento, non era più lecito applicare il metodo dei coefficienti indeterminati.

Osservazione 3.ª Contro la ipotesi (c), contenuta nella nota (B), deve ancora osservarsi, che la medesima non può in generale sussistere; perchè contiene semplicemente le potenze dell' arco φ, e non una funzione trigonometrica di questo. Ma il momento M_φ, deve riassumere il suo valore iniziale, quando si cangia φ in $\varphi + 2\pi$; perciò vediamo che la (c) non corrispon-

de generalmente al fatto. In vece si dovrebbe nella (*c*) ammettere una serie, procedente secondo i seni e coseni degli archi multipli di φ, o forse la somma di due così fatte serie, potrebbe generalmente soddisfare; poichè allora soltanto M_φ riassumerà il suo valore iniziale, quando si cangia φ in $\varphi + 2\pi$. Potrebbe rispondersi, che si vuole limitare l' analisi ad angoli φ sufficientemente piccoli; quindi non occorrere tanta esattezza nell' ammettere la (*c*). Noi però crediamo, ciò non essere sufficiente ragione, per abbandonare la forma della funzione, che corrisponde generalmente ad ogni caso, preferendone un' altra, che non vi corrisponde.

Osservazione 4.ª Nella mia memoria (V) (§.21) esposi, come infinite ipotesi arbitrarie fra f e β, conducano sempre, seguendo il calcolo esposto nella (P'), alla medesima formola finale (*g*). Ora siccome nella nota (B), si ammette ancora una seconda ipotesi, cioè la (*c*), sulla quale si era taciuto nella (P'); così rimane a vedere se la coesistenza delle due (*b*), e (*c*), impedisca l'assurdo, cioè che infinite ipotesi arbitrarie fra f, e β, possano farci ancora ottenere la (*g*). Per tanto se nelle (*b*) e (*c*), sostituiamo $F(f)$, alla variabile qualunque arbitraria f, avremo le due seguenti

$$\frac{P\partial\Delta}{L}\beta = kF(f)\,, \quad M_\varphi = F(f)\,(A_0 + A_1\varphi + A_2\varphi^2 + A_3\varphi^3 + \ldots\ldots),$$

Ripetendo su queste uguaglianze il calcolo fatto nella nota (B), relativamente alle (*b*), (*c*), arriveremo anche alla (*g*) stessa, come facilmente si vede, riflettendo che la $F(f)$ sparisce pure in questo caso, come nella stessa (B) disparve la f.

Da ciò si conclude che il risultamento finale, consistente nella (*g*), non dipende affatto dalla forma della $F(f)$, quando si ammettano le (*c*), (*b*); così viene confermato quanto esponevo sul proposito, nella mia memoria (V) (§.21).

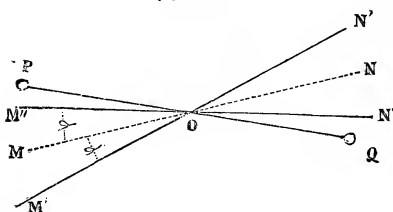
Se poi si volesse ammettere che la funzione $F(f)$, sostituita nelle (*b*), (*c*), non sia la stessa in ognuna delle medesime, allora lo sviluppo indicato non più sarebbe indipendente dalla forma delle medesime funzioni.

Osservazione 5.ª Coloro i quali non fossero convinti dalle precedenti osservazioni, per concludere che la (*g*) non è analiticamente dimostrata, lo saranno certo da quanto siegue, lo che ha per oggetto una semplicissima riflessione sul momento variabile indicato con M_φ. Questa riflessione non si potè produrre nella mia memoria (V), perchè allora non si conosceva la seconda ipotesi (*c*), comparsa soltanto nella nota (B), la quale ci ha dato mezzo di approfondire maggiormente l' attuale quistione.

Dall'analisi della nota (B), pag. 266, siegue, che il momento della leva, corrispondente ad un angolo variabile φ, si esprime colla

$$(h) \qquad M_\varphi = kf\left(\frac{1}{2} - \frac{3\varphi^2}{2.3.4} + \frac{5\varphi^4}{2.3.6} - \dots\right),$$

ove denota φ l' angolo MOM' (fig. 3), essendo MN la posizione *iniziale* di equilibrio della leva, quando non avvi carica veruna, da cui si debbono contare i valori di φ, ed essendo PQ i bracciuoli fissi. Ora la forma (*h*), ricevuta dal momento M_φ, non verifica questo momento, allorchè si cangia la variabile φ in $-\varphi$;

fig. 3.

quindi è chiaro che le due giaciture M'N' ed M''N'', equidistanti dalla leva MN indice, producono secondo la (*h*) data nella (B), lo stesso momento M_φ, perchè le potenze di φ nella (*h*), sono tutte pari. Ma ognuno vede, come questo risultamento, venga in opposizione la più chiara, colle fondamentali dottrine, relative alle repulsioni elettrostatiche; le quali vogliono, che non variando la carica dell' inducente PQ, ma diminuendo la distanza fra i due corpi elettrizzati PQ ed M''N'', cresca la repulsione fra essi, e quindi cresca il relativo loro momento, non già rimanga lo stesso, come vorrebbe la (*h*), la quale per le due posizioni, la prima M''N'', la seconda M'N', corrispondenti ad angoli eguali, e di segno contrario, fornisce lo stesso momento.

La incompatibilità della (*h*) coi fatti, viene ancora più palese riflettendo, che la posizione MN di equilibrio iniziale della leva, cioè senza torcimento dei fili, é fra certi limiti anche *arbitrari*. Poichè si dice nella memoria (P'), pag. 5, che tale posizione deve distare *qualche grado* dalla leva fissa, cioè dai bracciuoli, lo che viene confermato nella memoria(P'''),pag.7,e pag. 10. Ora siccome la espressione *qualche grado*, permette molte posizioni di equilibrio, così esisterebbe non soltanto *una* posizione MN, ma bensì tutta una serie di posizioni iniziali, di cui per ognuna, le rispettive giaciture dell' indice o leva mobile, equidistanti dalla posizione iniziale corrispondente, darebbero il medesimo momento M_φ, lo che sarebbe assurdo.

Osservazione 6.ª Quando si volesse giungere alla relazione fra i due angoli, uno impulsivo, l'altro definitivo, partendo dalla mia generale formola (*w*), dovremo sostituire questo suo valore nella (38) della mia memoria (V),cioè nella

$$\frac{\int_0^\beta M_\varphi d\varphi}{1 - \cos\beta} = \frac{M_\alpha}{\text{sen}\alpha}, \tag{38}$$

equazione che stabilisce in generale la indicata relazione. Per tanto avremo

$$\int_0^\beta M_\varphi d\varphi = \frac{P\delta\Delta}{kL}\,\beta\left[\frac{k}{\beta^2}(1-\cos\beta)\beta - \left(A_1\frac{\beta^2}{2} + A_2\frac{\beta^3}{3} + A_3\frac{\beta^4}{4} + \dots\right)\right.$$

$$\left. + A_1\frac{\beta^2}{2} + A_2\frac{\beta^3}{3} + A_3\frac{\beta^4}{4} + \dots\right] = \frac{P\delta\Delta}{L}(1-\cos\beta);$$

cosicchè della (38) si avrà la

$$\frac{\int_0^\beta M_\varphi d\varphi}{1 - \cos\beta} = \frac{P\delta\Delta}{L}.$$

Venendo al secondo membro della (38) stessa, dobbiamo nella (w) cangiare φ in α, dividendo poi per senα, ed otterremo la

$$\frac{M_\alpha}{\text{sen}\alpha} = \frac{P\delta\Delta}{kL}\,\frac{\beta}{\text{sen}\alpha}\left[\frac{k}{\beta^2}(1-\cos\beta) - A_1\frac{\beta}{2} - A_2\frac{\beta^2}{3} - A_3\frac{\beta^3}{4} - \dots\right.$$

$$\left. + A_1\alpha + A_2\alpha^2 + A_3\alpha^3 + \dots\right].$$

Sostituendo i trovati valori nella (38), si avrà

$$1 = \frac{\beta}{k\text{sen}\alpha}\left[\frac{k(1-\cos\beta)}{\beta^2} - A_1\frac{\beta}{2} - A_2\frac{\beta^2}{3} - A_3\frac{\beta^3}{4} - \dots\right.$$

$$\left. + A_1\alpha + A_2\alpha^2 + A_3\alpha^3 + \dots\right],$$

ovvero

$$\beta k\text{sen}\alpha = k(1 - \cos.\beta) - A_1\frac{\beta^2}{2} - A_2\frac{\beta^3}{3} - A_3\frac{\beta^4}{4} - \dots$$

$$+ (A_1\alpha + A_2\alpha^2 + A_3\alpha^3 + \dots)\beta,$$

cioè

$$(\gamma) \ldots (k\text{sen}\alpha - A_1\alpha - A_2\alpha^2 - A_3\alpha^3 - \dots)\beta = k(1-\cos\beta) - A_1\frac{\beta^2}{2}$$

$$- A_2\frac{\beta^3}{3} - A_3\frac{\beta^4}{4} - \dots.$$

Questa è dunque la relazione, che passa fra i due angoli, uno impulsivo β, l'altro definitivo α, legittimamente dedotta dalle ipotesi (b), e (c) dell'autore; cioè dal riguardare tanto l'angolo impulsivo β proporzionale alla carica f del sistema fisso, quanto il momento M_φ della leva, corrispondente ad un dato angolo φ, proporzionale alla carica indicata. Da ciò possiamo vedere come la equazione (γ), dedotta dalle indicate ipotesi, abbia una forma molto più complicata della (g), e contenga una serie infinita di coefficienti arbitrari, non determinabili mediante le condizioni del quisito. La ragione poi perchè la nostra (γ) non contenga la (g) qual caso particolare, consiste nell'essere uno soltanto dei coefficienti A_0, A_1, A_2, ... necessariamente determinato, e per tale coefficiente abbiamo scelto A_0, mentre la (g) fu ottenuta determinandoli tutti arbitrariamente; quindi è che la (γ) non può contenere la stessa (g), e la dovrebbe allora soltanto contenere, quando non avesse avuto luogo la *necessaria* determinazione di uno del nominati coefficienti, da cui dipendono tutti gli altri, cioè quando ciascuno di essi fosse restato arbitrario.

Supponendo nella (γ) i due angnli α, β piccolissimi, potremo sviluppare ambo i suoi membri secondo le potenze di α e β; cosicchè, prima introducendo le serie di senα e di cosβ, otterremo la

$$\left[(k - A_1)\alpha - A_2\alpha^2 - \left(\frac{k}{2.3} + A_3\right)\alpha^3 - \ldots\right]\beta =$$

$$= \left(\frac{k}{2} - \frac{A_1}{2}\right)\beta^2 - A_2\frac{\beta^3}{3} - \left(\frac{k}{2.3.4} + \frac{A_3}{4}\right)\beta^4 - \ldots,$$

che fornisce la *vera* dipendenza, fra gli angoli α, β, ottenuta legittimamente dalle due citate ipotesi dell'autore, come fu asserito (*osser.* 2ª); quindi, conservando la sola dimensione più inferiore degl'infinitesimi, sarà

$$(k - A_1)\alpha\beta = \left(\frac{k}{2} - \frac{A_1}{2}\right)\beta^2, \quad \text{donde} \quad \alpha = \frac{\beta}{2}.$$

Si verifica perciò quanto fu asserito anteriormente(§.24), cioè che supponendo gli angoli piccolissimi, allora il definitivo è sempre metà dell'impulsivo, qualunque sia la legge che si vuole assegnare al momento variabile della leva.

Osservazione 7.ª Supponendo che la leva percorra soltanto angoli piccolissimi, la ricerca generale della relazione fra l'impulsivo β, ed il definitivo α, riesce molto facilitata. In fatti se nelle due fondamentali equazioni (a') ed (a) (memoria (V), §.20, pag. 40, vogliamo per questa determinazione introdurre la condizione indicata, dobbiamo considerare la M_φ, come costante, ed il suo valore sarà sensibilmente uguale ad M_0; quindi la equazione (a) si ridurrà, in tal caso, nella

$$M_o\beta = \frac{P\partial\Delta}{L}(1 - \cos\beta) ,$$

ovvero, sviluppando il coseno secondo le potenze di β , e trascurando le potenze superiori alla seconda, otterremo

$$M_o\beta = \frac{P\partial\Delta}{L}\left(\frac{\beta^2}{2} \ldots\right),$$

cioè

$$(w_1) \qquad M_\varphi = \frac{P\partial\Delta}{L}\frac{\beta}{2} ,$$

equazione da cui si determina β .

Per avere un' equazione da cui determinare α , riflettiamo che ponendo

$$\varphi = \alpha,$$

dovrà l' accelerazione $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ risultare nulla, cioè dovrà essere

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0 ;$$

e sostituendo tutto ciò nell' (a), otterremo

$$M_o - \frac{P\partial\Delta}{L} \operatorname{sen}\alpha = 0,$$

ove, per essere α un angolo piccolo, si otterrà

$$(w_2) \qquad M_o - \frac{P\partial\Delta}{L}\alpha = 0 .$$

Combinando questa equazione colla (w_1), si avrà immediatamente

$$(w_3) \qquad \alpha = \frac{\beta}{2} ,$$

vale a dire l' angolo definitivo, pure nel caso in proposito, risulta metà dell' impulsivo.

Questa verità si raggiunge molto speditamente , anche dalla (38) della mia memoria (V), §. 16, p. 30). In fatti per un valore piccolissimo di φ, avendosi le

$$\int_0^\beta M_\varphi \, d\varphi = M_o\beta , \quad \text{ed} \quad M_\alpha = M_o ,$$

abbiamo dalla stessa (38)

$$\frac{M_o\beta}{1-\cos\beta}=\frac{M_o}{\operatorname{sen}\alpha},$$

ovvero

$$\beta\operatorname{sen}\alpha=1-\cos\beta\ ,$$

dalla quale, ponendo α, e β piccolissimi, avremo

$$\alpha=\frac{\beta}{2}\ .$$

Nella mia memoria (V), furono considerati due casi, nei quali siamo giunti a stabilire la relazione fra l'angolo impulsivo β, e il definitivo α. Questi casi vengono rappresentati dalle formole (43), (48) della memoria stessa; ed ora possiamo vedere se queste, per valori piccolissimi di α, β, soddisfanno alla (w_3). Pertanto, essendo μ un qualunque arco *finito*, e δ un arco *infinitesimo*, abbiamo

$$\operatorname{sen}(\mu+\delta)=\operatorname{sen}\mu+\delta\cos\mu\ ,$$

$$\cos(\mu+\delta)=\cos\mu-\delta\operatorname{sen}\mu\ .$$

Queste uguaglianze, che, avuto riguardo allo sviluppo in serie, sono esatte sino alla prima dimensione di δ, bastano a sviluppare l' equazioni (43), (48), di cui si tratta. Riguardo alla prima delle medesime avremo, pei termini che si contengono in essa, le

$$\operatorname{sen}\frac{\beta}{4}=\frac{\beta}{4}\ ,$$

$$\cos\frac{\beta+2\gamma}{4}=\cos\left(\frac{\gamma}{2}+\frac{\beta}{4}\right)=\cos\frac{\gamma}{2}-\frac{\beta}{4}\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}\ ,$$

$$\operatorname{sen}\frac{\alpha+\gamma}{2}=\operatorname{sen}\left(\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)=\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\ .$$

Innalzando quest' ultima equazione al quadrato, e trascurando nel secondo membro le potenze di α superiori alla prima, sarà

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)=\operatorname{sen}^2\frac{\gamma}{2}+\alpha\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\ .$$

Inoltre avremo anche le

$$\operatorname{sen}^2 \frac{\beta}{2} = \frac{\beta^2}{4},$$

$$\cos\left(\frac{\alpha + \gamma}{2}\right) = \cos\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = \cos\frac{\gamma}{2} - \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2},$$

$$\operatorname{sen} \frac{\beta + \gamma}{2} = \operatorname{sen}\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{2}\right) = \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}.$$

Sostituendo questi valori nella (43), si otterrà

$$\frac{\alpha\beta}{2}\left(\cos\frac{\gamma}{2} - \frac{\beta}{4} \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}\right)\left(\operatorname{sen}^2 \frac{\gamma}{2} + \alpha \operatorname{sen}\frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2}\right) =$$

$$= \frac{\beta^2}{4}\left(\cos\frac{\gamma}{2} - \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}\right)\left(\operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}\right) \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}.$$

Eseguendo le moltiplicazioni, e limitandosi nel risultamento ai soli termini di due dimensioni, rispetto gli angoli α, β, otterremo

$$\frac{\alpha\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \operatorname{sen}^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{\beta^2}{4} \cos \frac{\gamma}{2} \operatorname{sen}^2 \frac{\gamma}{2},$$

cioè

$$\alpha = \frac{\beta}{2},$$

come volevamo dimostrare.

Introducansi ora le medesime condizioni, cioè la piccolezza degli angoli α, β, nella citata (48). Per formare il primo membro di questa equazione, abbiamo

$$\frac{1}{\operatorname{sen}\left(\frac{\beta + \gamma}{2}\right)} = \frac{1}{\operatorname{sen}\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{1}{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}} = \frac{1}{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\beta}{2}\cot\frac{\gamma}{2}} =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}}\left(1 - \frac{\beta}{2}\cot\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1}{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}} - \frac{\beta}{2}\,\frac{\cos\frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sen}^2\frac{\gamma}{2}}.$$

Similmente

$$\frac{1}{\cos\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)}=\frac{1}{\cos\left(\frac{\gamma}{2}+\frac{\beta}{2}\right)}=\frac{1}{\cos\frac{\gamma}{2}-\frac{\beta}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}}=\frac{1}{\cos\frac{\gamma}{2}}\cdot\frac{1}{1-\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}}$$

$$=\frac{1}{\cos\frac{\gamma}{2}}\left(1+\frac{\beta}{2}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\right)=\frac{1}{\cos\frac{\gamma}{2}}+\frac{\beta}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\frac{\gamma}{2}},$$

ed anche

$$\operatorname{sen}^2(\alpha+\gamma)=(\alpha\cos\gamma+\operatorname{sen}\gamma)^2=\operatorname{sen}^2\gamma+2\alpha\operatorname{sen}\gamma\cos\gamma\,.$$

Perciò il primo membro della (48) diverrà

$$\left[\frac{1}{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}}+\frac{1}{\cos\frac{\gamma}{2}}-\left(\frac{1}{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}}-\frac{\beta}{2}\,\frac{\cos\frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sen}^2\frac{\gamma}{2}}\right)-\left(\frac{1}{\cos\frac{\gamma}{2}}+\frac{\beta}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\frac{\gamma}{2}}\right)\right]\alpha(\operatorname{sen}^2\gamma+2\alpha\operatorname{sen}\gamma\cos\gamma)$$

$$=\left(\frac{\cos\frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sen}^2\frac{\gamma}{2}}-\frac{\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\frac{\gamma}{2}}\right)\frac{\alpha\beta}{2}\operatorname{sen}^2\gamma$$

$$=2\alpha\beta\,\frac{\cos^3\frac{\gamma}{2}-\operatorname{sen}^3\frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sen}^2\frac{\gamma}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}}\operatorname{sen}^2\frac{\gamma}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}=2\alpha\beta\left(\cos^3\frac{\gamma}{2}-\operatorname{sen}^3\frac{\gamma}{2}\right).$$

Pel secondo membro della stessa (48) abbiamo

$$\cos^3\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)=\cos^3\left(\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)=\left(\cos\frac{\gamma}{2}-\frac{\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}\right)^3=\cos^3\frac{\gamma}{2}-3\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2},$$

$$\operatorname{sen}^3\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)=\operatorname{sen}^3\left(\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)=\left(\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\right)^3=\operatorname{sen}^3\frac{\gamma}{2}+3\frac{\alpha}{2}\operatorname{sen}^2\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2};$$

laonde il secondo membro stesso, valendosi dello sviluppo in serie di $\cos\beta$, diverrà

$$\beta^2\left(\cos^3\frac{\gamma}{2}-3\,\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}\,\mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2}-\mathrm{sen}^3\frac{\gamma}{2}-3\,\frac{\alpha}{2}\,\mathrm{sen}^2\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$=\beta^2\left(\cos^3\frac{\gamma}{2}-\mathrm{sen}^3\frac{\gamma}{2}\right),$$

senza i due termini colle tre piccolissime dimensioni. Ora eguagliando fra loro i due ridotti membri della medesima (48), si otterrà

$$2\alpha\beta\left(\cos^3\frac{\gamma}{2}-\mathrm{sen}^3\frac{\gamma}{2}\right)=\beta^2\left(\cos^3\frac{\gamma}{2}-\mathrm{sen}^3\frac{\gamma}{2}\right),$$

donde

$$\alpha=\frac{\beta}{2};$$

risultamento coincidente colla (w_3).

Anche la formola (g) del ch. Battaglini, per α piccolissimo, ci offre

$$\alpha=\frac{\beta}{2};$$

ma ciò non prova la esattezza della (g), poichè questo risultamento si ottiene in qualunque caso, indipendentemente dalla forma di M_ρ, come fu dimostrato mediante il raziocinio che conduce alla (w_3), cioè colle due citate formule della memoria (V), le quali suppongono condizioni molto diverse da quelle, per cui nella nota (B) si ottenne la (g) stessa. Concludiamo da tutto l' esposto, che l'analisi del ch. autore, manca di esattezza, come rilevasi dalle sette precedenti osservazioni; e che, prescindendo anche da qualunque analisi, la seconda ipotesi (c) dell'autore stesso, trovasi nella più evidente contraddizione colla sperienza. Il ch. Battaglini, dopo gli schiarimenti riferiti, dà in fine della sua nota (B), pag. 267, anche un cenno sul modo, col quale si deve correggere la perdita di elettricità, proveniente dalla dispersione: crediamo essere opportuno, esaminare ciò nei due paragrafi seguenti.

§. 26

Il ch. Palmieri torna, con maggiore sviluppo, in una sua memoria, che abbiamo già denominata (P'''), e che ha per titolo « *Nuove modificazioni*

arrecate al conduttore mobile (99) » a riflettere sulla relazione che passa, fra gli archi, uno impulsivo, l' altro definitivo, senza però dire nulla di nuovo, che possa menomare il valore, di quanto già conclusi, riguardo alla relazione stessa. Due sono i punti considerati dall' autore (100), i quali mi riguardano direttamente. Il primo di questi consiste, nell' avere io dimostrato nella mia memoria, (V) (§§. 20, e 21), non essere la formula (g) del ch. Battaglini, unicamente dipendente dalla ipotesi della proporzionalità, fra la semplice carica, e l' angolo impulsivo. Avendo già risposto a sufficienza nel precedente paragrafo 25, riguardo al primo punto, mi dispenso di tornare qui sul medesimo, e passo al secondo, che dal ch. autore si enuncia nel modo seguente « Il Volpicelli poi consiglierebbe, supposta siffatta proporzionalità, avvalersi » di una formula, per la quale la tensione si ricava direttamente dall' arco » impulsivo, senza por mente allo scopo della formula del Battaglini, che » è appunto quello di avere da un canto una riprova del principio di pro- » porzionalità, e dall' altro di giungere alla conoscenza delle perdite, che » possono aversi dalle tensioni osservate; per cui, quando non vi sono » perdite, gli archi impulsivi rappresentano le forze (101) ».

Rispondo, che quando per mezzo dell' analisi, è stabilita una relazione fra due quantità, la cosa più di tutte necessaria, consiste nel verificare se l' analisi medesima sia vera o falsa. Ora in verun modo posso ammettere, che lo scopo della formula in proposito, sia stato raggiunto con analitica esattezza. Da me non altro fu detto, che l' analisi, colla quale il ch. Battaglini giunge a quella formula(g), è inesatta, mem. (V) (§. 20 e 21); e qui debbo aggiungere, che ogni analisi matematica erronea, non diverrà mai giusta, quand'anche il suo risultamento si accordi colla sperienza.

Potrebbe ritenersi essere la formula (g) tale, da recare vantaggi alla elettrostatica; per aver essa ricevuto il suffragio della sperienza, come assicura il ch. Palmieri. Ed in fatti riflettiamo, che la stessa (g), combinata colla (b), fornisce.

$$f = \frac{P\delta\Delta}{kL} \cdot \frac{\alpha}{\alpha - \operatorname{tang}\frac{1}{2}\alpha};$$

(99) Estratta dagli atti della R. accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, vol. III, an. 1866.

(100) Mem. citata, pag. 7 (nota).

(101) Ibidem.

quindi essendo α un angolo piccolo bastantemente, otterremo la

$$f = \frac{2P\delta\Delta}{kL}\alpha,$$

risultamento che dimostra, essere le cariche proporzionali anche all' angolo finale, quante volte però questo sia compreso nei dovuti limiti, lo che trovasi eziandio verificato sperimentalmente per l' elettrometro a pagliette (102).

Ciò fu concluso pure nella mia memoria sugli elettrometri (103), mediante la prima delle formule (12), ponendo nella medesima φ per senφ. Ma deve per altra parte ritenersi, che la formula (g),non è ancora dimostrata per mezzo dell' analisi rigorosa. Riflettiamo inoltre, che la stessa (g) fornisce $\beta = 2\alpha$, per un valore piccolo di α, lo che pure dev'essere; (*osserv.*ᵉ 7.ª) da tutto ciò si rileva la utilità pratica di questa formula, che certo però dall' analisi non ha ricevuto fino ad ora verun fondamento.

Per quello poi riguarda la opportunità del mio citato consiglio, circa la misura diretta della tensione, mediante l' arco impulsivo, debbo qui riportare i due seguenti brani dell'autore. « Io distinguo, egli dice, per ogni carica » l' arco impulsivo che l' indice descrive, al momento della carica, dall'arco » definitivo, in cui si ferma dopo alcune vibrazioni: *generalmente* mi valgo » degli archi impulsivi nella misura delle tensioni, perocchè questi si descri- » vono per effetto di tutta la carica, con perdite o *nulle*, o *lievissime*, in » quello che gli archi definitivi, dopo le vibrazioni avvenute, dinotano i re- » sidui, cioè le differenze fra le cariche e le perdite, per cui con un am- » biente molto umido, l' arco definitivo, può esser nullo, mentre si è avuto » un arco impulsivo piuttosto grande, e talora l' indice invece di fermarsi » dopo le consuete vibrazioni, cammina verso lo zero (104).

Inoltre l'autore stesso, mentre descrive l'uso del suo bifilare, dopo aver detto che l'angolo impulsivo dà la *misura precisa* della tensione, prosegue a questo modo « aspettando un poco affinchè l' indice si fermi, e misurando l' arco » definitivo, si farà se occorre la correzione per le perdite, la quale per la » maggior parte dei casi, non si deve fare, essendo solo necessaria nei tempi » di forte umidità dell' ambiente (105) ».

---

(102) Belli corso elem. di fisica sperim., vol. 3.°, p. 492, § 1272, li. 14 salendo.
(103) Atti dell' accad. pontif. de' Nuovi Lincei, t. XI, an. 1857-58, §. 18.
(104) Estratto della mem. citata (P[†]), pag. 4, lin. 6 (salendo).
(105) Idem, p. 8, lin. 13.

Si rileva da questi due brani del ch. autore, che l' indicato mio consiglio, non era inutile, almeno per quanto appartiene alla maniera di sperimentare. In fatti l'autore medesimo dichiara nel primo brano, in modo esplicito, che *generalmente* possa ognuno contentarsi degli archi impulsivi osservati β, perchè le perdite della carica f, sono o *nulle*, o *lievissime*; quindi esse nel valore di f tratto dalla (b), possono produrre soltanto un errore, o nullo, od assai lieve.

Si vede per tanto, che l' arco definitivo è, *generalmente* parlando, inutile; perchè l' arco impulsivo dà senz' altro la misura della tensione. Ma questo appunto era l' indicato mio consiglio, che al dire dello stesso autore, può generalmente praticarsi. Quindi apparisce ad evidenza, che solo per paragonare fra loro i diversi stromenti, sarebbe necessario valersi di una pila campione; mentre la graduazione di ciascuno strumento, si può fare senza questo mezzo, quando ritengasi, che gli archi impulsivi sieno alle cariche proporzionali. Riflettiamo inoltre che, avendo a disposizione una pila campione, non si ha più bisogno di veruna ipotesi; poichè si può graduare senz' altro l' elettroscopio, mettendolo successivamente in comunicazione con una, due, tre,.... coppie della indicata pila, e notando l' angolo impulsivo per ognuna. Quanto riguarda i casi occezionali, nei quali si ha sensibile perdita della carica, questi sono rari, e la perdita medesima, secondo che asserisce l'autore nei riferiti suoi brani, non può essere che lievissima nell' arco impulsivo.

L'autore crede poter assegnare le perdite, mediante la formula (g), ragionando nel seguente modo « Allora mi fu facile giungere ad un metodo » *spedito* e *sicuro* per avere le osservazioni corrette dagli errori, provenienti » dalle dispersioni; imperciocchè se l' arco definitivo che si ottiene, è quello » stesso che si ricava dalla formula, allora è certo che durante la carica non » si ebbe dispersione sensibile; ma se l' arco definitivo osservato è minore » dell' arco definitivo teoretico, o calcolato, allora si conosce quel che si è » perduto nel tempo delle vibrazioni dell' indice, e quindi si può sapere la » perdita che si ebbe nel tempo in cui fu descritto l'arco impulsivo. Supponete che l'arco definitivo sia di 10°, mentre sarebbe dovuto essere di 12°, » e che le vibrazioni abbiamo durato 2″, e l'arco impulsivo sia stato descritto » in 1″, è chiaro che la perdita dovrà valutarsi di un grado, e però la tensione corretta sarebbe di un grado superiore a quella osservata nell' arco » impulsivo. Non volendo ricorrere alla formula, ciascuno potrà in giorno secco,

» trovare in modo sperimentale, la corrispondenza fra gli archi impulsivi ed i de-
» finitivi,e compilata una tavola,farla servire a correggere le osservazioni (106)».

Esaminiamo alquanto questo riferito brano: in *primo* luogo si vede, che per fare una osservazione completa coll' indicato strumento, debbonsi osservare quattro quantità; cioè due archi uno impulsivo, l' altro definitivo, e i due tempi nei quali furono descritti. Ma il tempo nel quale viene descritto l'arco impulsivo è sempre piccolissimo, e per un apparecchio sensibile, dovrà essere minore di $1''$: inoltre l'arco stesso, ed il tempo impiegato nella sua corsa, debbonsi *contemporaneamente* osservare; perciò queste osservazioni, affinchè sieno esatte, presentano molta difficoltà nella esecuzione. Si vede adunque che l'indicato metodo, non si può dire *spedito* e *sicuro*. In *secondo* luogo è chiaro, che questo metodo per correggere, suppone dover essere la perdita proporzionale al tempo, senza tener conto che tale ipotesi, è soltanto applicabile al caso, in cui la carica si mantenga costante, come sarebbe quella che proviene da una sorgente inesausta, sopra un conduttore fisso. La vera e generale ipotesi circa la dispersione, consiste nell' essere questa dipendente dal tempo, dalla tensione della carica stessa, e dal modo col quale cangia la distribuzione della medesima sui conduttori, avuto riguardo alla reciproca variabile posizione loro, che appunto è il caso nostro. Se nell' esempio dato dall'autore, si perdesse il primo grado in un secondo, già per la perdita di un altro grado, farebbe d' uopo un tempo maggiore di un secondo, come appunto mostrano le sperienze di Coulomb, istituite da esso per assegnare il coefficiente della elettrica dispersione. In somma la dispersione d, analiticamente rappresentata, non ha l' algebrica forma Kt; bensì l' altra esponenziale $d = a(1 - e^{-bt})$, nella quale a rapppresenta la carica, essendo b una costante. Vero è che quando il tempo è molto piccolo, può senza errore sensibile, applicarsi la prima, invece della seconda formola: infatti sviluppando in serie l' esponenziale, avremo

$$e^{-bt} = 1 - bt + \dots ;$$

quindi la dispersione sarà espressa con $d = abt = kt$, essendo k una costante; ma non è questo il caso dell' autore, ove i due tempi sono molto diseguali

(106) Mem. citata, p. 6, lin. 4.

uno dall' altro. In *terzo* luogo si vede, che la dispersione non è conciliabile col modo d' integrazione, praticato dal ch. Battaglini, per ottenere la (i), base dell' analisi di esso, tanto nella memoria (P'), p. 7, li. 14, quanto nella nota (B), pag. 266, li. 2. In fatti la carica cercata, è dal medesimo autore, supposta sempre costante nel tempo della sperienza; e quando vogliasi tener conto delle perdite, il significato della formula medesima (i), dalla quale il Battaglini parte nella memoria (P'), e nella nota (B), si dovrebbe modificare. In questo caso il momento M_φ della leva, dovrebbe non solo essere funzione dell' angolo variabile φ, ma eziandio del tempo t; quindi la integrazione per la riferita formula (i), non potrebbe più condursi nel modo praticato, cioè nella ipotesi che non vi sia perdita veruna.

Potrebbe dirsi che tale difetto si può diminuire,coll'introdurre nella formula in proposito una carica *media*, capace di fornire, senza dispersione, il *medesimo* angolo β, che produce la carica cercata;la quale nel tempo della sperienza è variabile,a motivo della dispersione. Non vogliamo negare,che la esatta determinazione di questa carica media sia difficile; ma crediamo che il seguente ragionamento, riesca di qualche utilità per la determinazione stessa. Certo è che l'arco definitivo α, dipende soltanto dalla carica che possiede la leva, quando essa è ferma, cioè quando si misura l'angolo α; poichè questo è indipendente affatto dagl' impulsi che ricevette la leva, durante il suo movimento. Trattandosi però dell'arco impulsivo β, dobbiamo riflettere, che questo dipende principalmente dagl'impulsi *primitivi* ricevuti dalla leva, quando trovavasi poco lontana dai bracciuoli; quindi apparisce ad evidenza, che la carica media, si deve incontrare in un tempo minore, di quello corrispondente alla metà dell' angolo impulsivo β. Rifletteremo inoltre, che il tempo impiegato a percorrere quest' angolo, è già piccolissimo, od almeno può ridursi tale, con opportuno artificio. Poichè dice il ch. Palmieri (107). « Avendo fatto il dischetto di una laminetta » di alluminio molto leggiera, l' indice era spinto con soverchia vivacità, » in modo da non permettere all'occhio di accompagnarlo comodamente nel » suo cammino, ecco perchè preferii l' argento ».

Premesso ciò, facciamoci ad esporre il modo, col quale dovrebbesi eseguire, dietro le nostre viste, la correzione della perdita di elettricità, durante il tempo nel quale si compie dall' indice l' arco impulsivo β. Dicasi c la immaginata carica *media*, si esprima con x la carica *vera*, corrispondente al

---

(107) Mem. (P''), pag. 4, lin. 11 salendo.

principio del moto, ed il tempo in cui la carica x iniziale, si riduce nella media c, per effetto della dispersione, si rappresenti con t; avremo

$$d = x(1 - e^{-bt}), \quad \text{donde} \quad x - d = e^{-bt}; \text{ ma } x - d = c,$$

dunque

$$c = xe^{-bt},$$

ove il coefficiente b può facilmente determinarsi, col metodo praticato già da Coulomb (108). Ora siccome gli archi impulsivi, si riguardano per ipotesi dell' autore, proporzionali alle cariche, quando non siavi dispersione; se con β' denotiamo l'arco impulsivo corrispondente alla vera carica x, nella ipotesi che non vi sia stata dispersione, mentre si descrive l'arco medesimo; e se con β indichiamo l' altro arco impulsivo dato dalla sperienza, e corrispondente alla carica media, nella medesima ipotesi; potremo stabilire le

$$c = \mathrm{H}\beta, \quad x = \mathrm{H}\beta',$$

essendo H una costante: quindi la equazione precedente, dovrà fornire la

$$\beta = \beta' e^{-bt}, \quad \text{donde} \quad \beta' = \beta e^{bt} \ldots\ldots (w_4)$$

Per conoscere da questa equazione completamente il valore di β', fa d' uopo avere il valore del tempo t, alla fine del quale s' incontra la carica media; perciò sarà evidentemente il tempo medesimo compreso fra t' e o; essendo t' il tempo, in cui si descrive l' arco β; quindi potrebbe stabilirsi prossimamente

$$t = \frac{t'}{2},$$

a simiglianza di quanto viene praticato nelle ricerche di questo genere. Certo però è che il valore assunto per t, poco si allontanerà dal vero; ma vi si allontanerà per eccesso, come fu esposto di sopra; cosicchè il valore di β', rappresentato dall' esponenziale βe^{bt}, dovrebbe riuscire troppo grande; quindi sarebbe assai miglior partito, porre t uguale ad una frazione di t', che sia minore di $\frac{1}{2}$.

Riconosciamo volentieri, che la maniera di correggere ora esposta, non

(108) Histoire de l' acad. Roy. des sciences, année 1785, pag. 618.

è del tutto rigorosa; però noi crediamo che sia sufficiente, per quei pochi casi della pratica, nei quali, secondo il ch. Palmieri, la correzione stessa deve farsi. La indicata nostra maniera, per lo meno è solidamente basata,e prende per punto di partenza il nostro analitico ragionamento che ora esponemmo, dal quale dipende la esatta deduzione della formula (w_4); mentre quello del nominato autore sul proposito, lungi da queste considerazioni,include ipotesi, che non possono in verun modo conciliarsi coi fatti, come fu esposto di sopra.

Inoltre deve riflettersi, che l'esposto alla pag. 6 della memoria (P'''),lin.11, non è della chiarezza necessaria, per poterlo esaminare bene del tutto; ed in particolare non si vede perchè, posto l'arco impulsivo descritto nella metà del tempo, nel quale si giunge all'arco definitivo, si riguardino le correzioni di questi archi,proporzionali ai tempi,che corrispondono ad essi.La correzione ivi fatta dall'autore, potrebbe forse adottarsi, paragonando fra loro due archi definitivi, non molto differenti l'uno dall'altro, e descritti con tempi brevi a bastanza; ma non già nel caso di due archi uno impulsivo, l'altro definitivo, tanto diversi nel tempo in cui si compiono, e tanto diversamente influenzati dalla elettrica dispesrione.

In ogni modo si vede, che il tempo nel quale viene percorso l'arco impulsivo, deve riescire molto breve; quindi credo che, quand'anche non riesca seguire l'indice, per la sua troppo grande velocità, potremo per lo meno fissare, con qualche precisione, il grado nel quale si ferma. Laonde sembra che l'autore avrebbe operato meglio, se non avesse abbandonato l'alluminio; perchè con questo metallo assai leggiero, si potrebbero trascurare le perdite durante l'arco medesimo, senza temere un errore di qualche importanza.

Secondo la propria confessione, il ch. Palmieri può generalmente valersi, (P''') pag. 4, li. 6 salendo, degli archi impulsivi, per la misura delle tensioni, pei quali le perdite sono lievissime; quindi non vedo come asserisca egli, (P''') pag. 7, li. 4 salendo, che uno scopo della formula (g) del ch. Battaglini, sia stato appunto quello di giungere, mediante una formula, alla conoscenza delle perdite di elettricità nelle tensioni osservate.Ed in fatti nella memoria (P'), in cui prima comparve la indicata formula, non si fa punto menzione dell'indicato scopo; e solo dopo la mia memoria (V), si applicò la formula stessa, per valutare le perdite di elettricità; ma quest'applicazione, pubblicata la prima volta nella nota (B), pag. 267 del ch. Battaglini, non ha punto che fare colle mie critiche osservazioni, date in luce nell'anteriore memoria (V). Poichè 1° secondo il Palmieri, la correzione delle perdite, ha luogo

solo in qualche caso eccezionale; 2° perchè quando ha luogo questo caso, la correzione praticata dal Palmieri, è totalmente differente da quella prescritta dalla formule del Battaglini, essendo che il primo correge l'angolo impulsivo, (P'''), p. 6, li. 10, ed il secondo trova la perdita corrispondente all' arco definitivo, come anche vedremo nel paragrafo seguente. Però è da osservare, che se queste perdite non possono trascurarsi, e ciò sarebbe secondo il Palmieri un caso eccezionale di grande umidità, la formula (g) del Battaglini, non potrebbe punto servire ad assegnarle, per le ragioni esposte in questo paragrafo, circa il modo col quale dovrebbesi corregere la elettrica dispersione. Dopo tutto ciò facilmente si conclude che, supposta la proporzionalità tra l' arco impulsivo e la elettrica tensione, il mio consiglio per valersi di una formula, da cui la tensione si ricava direttamente dall' arco impulsivo, non era fuor di proposito; giacchè quando detti questo consiglio (109), non avea il Battaglini pubblicato l' altra formula, per ottenere le perdite, nella quale si fa oggi consistere uno dei due scopi di questo autore, asseriti nella (P''') stessa.

§. 27.

Ma prescindendo anche da questa mia conclusione, vediamo quale fiducia meriti la formola

$$k(f' - f') = \frac{P\delta\Delta}{L} (\beta - \beta'),$$

per ottenere le indicate perdite, dedotta nella nota (B), pag 267. Ecco la dimostrazione che ne dà l' autore « La formola (4), (che noi denominammo con (g)), cioè la

$$\frac{\alpha(\beta - \alpha)}{\beta} = \tang \frac{1}{2}\alpha,$$

» potrebbe servire a valutare le perdite di elettricità nel seguente modo. Sia
» τ il tempo scorso dall' istante della carica, sino a quello in cui l' indice si
» ferma; se β è l' angolo impulsivo osservato, ed il definitivo *osservato* è
» un angolo α', minore dell'angolo α corrispondente a β, dato dalla formula
» (4), indicando con β' l' angolo corrispondente ad α', dato dalla formula

(109) Mem. (V), §. 22, pag. 43, lin. 14.

$$\frac{\alpha'(\beta'-\alpha')}{\beta'}=\text{tang}\alpha' ,$$

» sarà β' l' angolo impulsivo corrispondente ad una certa carica f'; sicchè
» essendo per la relazione (2), (ossia (b),

$$kf=\frac{\text{P}\delta\Delta}{\text{L}}\beta , \qquad kf'=\frac{\text{P}\delta\Delta}{\text{L}}\beta' ,$$

» l' equazione

$$k(f-f')=\frac{\text{P}\delta\Delta}{\text{L}}(\beta-\beta'),$$

» servirà per valutare la perdita di elettricità $f-f'$ nel tempo τ. »

Quì si vede che l' autore vuole trovare la perdita, corrispondente all'arco *definitvo* α, e non all' impulsivo; perchè suppone che nell'arco impulsivo β, non vi sia stata perdita sensibile,altramente non potrebbe applicare la formula

$$kf=\frac{\text{P}\delta\Delta}{\text{L}}\beta,$$

e perchè la perdita $f-f'$,si riferisce al tempo τ,impiegato dall'indice,a raggiungere l'arco definitivo.Così fatta correzione, differisce da quella del Palmieri sopra indicata,ed analizzata;la quale consiste nel corregere l'arco impulsivo β; ed ognuno vede, che per l'autore medesimo, la osservazione dell'arco definitivo, è d' importanza secondaria, perchè secondo esso, vale soltanto a corregere in qualche raro caso l'arco impulsivo. Anzi possiamo dire, che la correzione dell' arco definitivo, si rende generalmente inutile; poichè supponendo senza errore l' arco impulsivo, ed anche la ipotesi della proporzionalità fra l' arco medesimo, e la carica primitiva, si troverebbe questa immediatamente secondo il mio consiglio adottato anche nella presente analisi dal Battaglini. Non vogliamo però dire che il conoscere la elettrica dispersione, sia generalmente parlando, senza utilità nelle elettrostatiche ricerche. Però certo è, che la formula

$$k(f-f')=\frac{\text{P}\delta\Delta}{\text{L}}(\beta-\beta'),$$

data dal Battaglini per la indicata correzione, ha per base l'altra formula (4), ossia (g);perchè da questa esso deduce il valore di β' corrispondente ad α'. Ma le (4) non è dedotta esattamente per mezzo dell' analisi, come già fu da noi dimostrato a sufficienza; perciò sotto il punto di vista *analitico*, non può

avere alcun valore quella prima, che l'autore medesimo assegna per la correzione della perdita indicata. Del resto ci sembra, che per determinare le perdite di elettricità, vale a dire il coefficiente della elettrica dispersione, in vece di cercare nuovi metodi complicati, e soggetti a molte obbiezioni; si dovrebbe ricorrere a quello già stabilito da Coulomb (110), sviluppato e comprovato maggiormente dai moderni elettricisti, fra' quali Biot (111), e Riess (112). Questa nostra osservazione sarà bene assai ricevuta, quando riflettasi, che il migliore istromento per la determinazione indicata, consiste nella bilancia di torsione, sia questa unifilare, sia bifilare, appunto com'è l' ingegnoso elettrometro del chiarissimo Palmieri.

§. 28.

Nella memoria (P'''), il ch. Palmieri dice (113): « L'apparecchio a con- » duttore mobile, tanto opportuno per lo studio della elettricità atmosferica ». A me sembra che questa opportunità , già da molto tempo sempre asserita dall'autore medesimo, si possa mettere in dubbio, fino a tanto non sia dimostrato, che nel conduttore mobile, non abbia verun effetto, la influenza della elettricità terrestre. Niuno potrà negare che sia la Terra un corpo elettrizzato, e niuno potrà negare altresì, che quando si allontani dalla Terra, o si avvicini ad essa un conduttore isolato, debba tenersi conto della influenza, che la elettricità terrestre, generalmente negativa, esercita sul conduttore stesso (114). Per conseguenza, quando un conduttore isolato si allontana dalla Terra, deve manifestare la elettricità opposta di quella che appartiene ad essa; come appunto avviene, allorchè un indotto isolato, avendo perduto a motivo della dispersione, parte della omonima della inducente , si allontana da questa. Esso quanto più si allontanerà dall' inducente medesimo, tanto più manifesterà l'elettrico eteronimo di quello che induce. Inoltre quando un conduttore isolato si avvicini alla Terra, dovrà sempre manifestare una elettricità omonima di quella che appartiene alla

(110) Histoire de l'académie roy. des sciences, année 1785, pag. 615... 634.
(111) Traité de phy. expér. Paris 1816, t. 2, p. 244.
(112) Die Lehre von der Reibungselektricität, Berlino 1853, t. 1, p, 119.
(113) Pag. 1, lin. 1.
(114) Annales de chim. et de phy., 3.° série, vol. 4.°, pag. 389, p. 402, li. 14, et p. 429, (3°). — Kaemtz, Cours complet de météorologie. Paris 1843, pag. 495, li. 22.

Terra inducente, appunto come avviene, quando un indotto isolato avvicinasi alla inducente; cosicchè quanto più si avvicinerà esso alla medesima, tanto più l'indotto manifesterà elettrico omonimo di quello che induce. Da ciò discende che la elettricità manifestata da un conduttore isolato mentre sale, o scende nell'atmosfera, deve necessariamente risentire gli effetti dalla influenza elettrica terrestre sul medesimo; e perciò questo mezzo non pare opportuno, a studiare quella elettricità, che *unicamente* appartiene all'atmosfera; ma bensì l'altro, consistente in un conduttore *fisso*, e bene isolato coll'associazione di un condensatore, opportunamente disposto, e adoperato con le dovute cautele.

§. 29.

Sarà utile qui riferire tanto le opinioni ed i ragionamenti, quanto le sperienze dei fisici, da cui viene posta in evidenza la elettricità della terra; poichè da questo fatto discende, come ora fu indicato, la incompatibilità del conduttore mobile, per l'elettro-atmosferiche ricerche.

Sperienza 1.ª Ho costrutto un tubo metallico a guisa di cannocchiale, sostenuto da un manico isolante, quindi sviluppato il tubo stesso in tutta la sua maggiore lunghezza, lo posi a contatto, colla esterna parete di un corpo comunicante col suolo. Dopo ciò raccorciai questo cannocchiale, riducendolo alla minore sua lunghezza, ed avendolo fatto così comunicare col bottone di un elettroscopio a pile secche, si ebbero sempre indizi di elettricità negativa.

Se ripetasi questa medesima sperienza, ma invece di far comunicare il cannocchiale, ridotto alla sua minore lunghezza, con un elettroscopio, come nella sperienza precedente, facciasi comunicare col condensatore a pile secche, posto dentro una camera metallica chiusa, otterremo lo stesso risultamento elettronegativo, ma un poco più pronunciato.

Sperienza 2.ª L'estremo *inferiore* di un elettrometro atmosferico a punta *fissa*, disgiunto dall'estremo superiore, si fece comunicare con un piattello del condensatore a pile secche, mentre l'altro piattello comunicava colle interne pareti di una camera metallica chiusa, ed ottenni sempre manifestazione di elettricità negativa.

Sperienza 3.ª Sull'estremo *superiore* di un conduttore isolato, come quello di un elettrometro atmosferico fisso, posi una fiamma; questa per mezzo del condensatore manifestava nei tempi ordinari elettricità positiva, sebbene quell'estremo, senza fiamma, la manifestasse negativa. Però congiungendo l'estremo

stesso coll' *inferiore*, cioè col suolo, la fiamma posta sul medesimo, dava la elettricità negativa, ossia la terrestre. Da tutto ciò si conclude, che lo stato elettrico della Terra è negativo.

Per avere un'altra prova della elettricità negativa terrestre, non che della sua influenza sui conduttori salenti, si osservi che nell'estate alle 3 pom., la elettricità positiva ottenuta colla fiaccola fissa di alcool, e a doppia corrente, riesce tanto forte, che se ne può caricare una bottiglia di Leida. Tutta via posto il conduttore fisso in comunicazione col suolo, mentre la stessa fiaccola, a doppia corrente, sta sopra il medesimo, si ha l' elettricità negativa. Ciò prova che il positivo, benchè fortissimo, dato dalla fiaccola, non può superare il negativo terrestre; e che la terra per conseguenza è un corpo elettrizzato negativamente, il quale deve influire sui conduttori salenti: questi perciò non sono adatti per l'elettro-atmosferiche ricerche.

Le tre mie sperienze che abbiamo indicate, sono di estrema delicatezza; ed è indispensabile per le medesime, in specie per la prima, che il sostegno dell'elettroscopio a pile secche, sia perfettamente fisso, e che la divergenza della foglia d' oro sia riconosciuta, per mezzo di un buon microscopio a cannocchiale, basato esso pure solidamente, e munito di un micrometro nell'oculare, con molte altre cautele, facili ad essere immaginate.

Dobbiamo inoltre osservare in *primo* luogo, che l'acqua non distillata, evaporando, produce uno stato elettro-negativo nei corpi bagnati da essa; perciò la Terra deve generalmente manifestare questo medesimo stato elettrico, essendo la evaporazione che parte dalla superficie terrestre, prodotta da un' acqua, la quale avendo bagnato il suolo, contiene in soluzione molte sostanze. In *secondo* luogo, la Terra essendo un solenoide, deve per necessità essere un corpo elettrizzato. In *terzo* luogo, quei fisici che ammettono una induzione *positiva* sulla Terra, per parte degli strati superiori atmosferici, e che riguardano la elettricità *indotta* possedere tensione, debbono anche ammettere la Terra elettro-negativa in quella sua parte, che si oppone all'atmosfera inducente. Quindi essi, (ma non coloro che negano alla indotta la facoltà d' influire), debbono ammettere che, per questa ragione, la Terra induce negativamente sui corpi dalla medesima isolati, e perciò debbono concedere altresì, che un conduttore salente, dev'essere influenzato dalla elettricità tellurica, e che non può dare la vera elettricità dell'aria.

Le ricerche da me fatte sulla elettricità dell'atmosfera (115), mi condussero necessariamente a indagare la elettricità della Terra, per la quale avviene, quando non vi sono temporali, che un corpo isolato si carica sempre di elettricità positiva, o negativa, secondo che nell'aria libera salga o scenda. Da ciò si deduce facilmente, che le sperienze elettro-atmosferiche, debbono eseguirsi a conduttore fisso, e non a conduttore salente, perchè la elettricità mostrata da questo, devesi ripetere dalla tellurica, in massima parte. Per mezzo del conduttore fisso, riconobbi già (116) il periodo *qualitativo* diurno della elettricità atmosferica; cioè il passaggio di questa dal negativo matutino, o vespertino, al positivo circa il meriggio; fenomeno che, quando ha luogo, non può manifestarsi al conduttore salente, il quale nei giorni senza perturbazioni notevoli atmosferiche, dà sempre il positivo: in appresso torneremo su questo fatto elettro-atmosferico rimarchevole assai. L'indicato periodo, che forse in alcune stagioni, od in alcune località troppo elevate, potrà per qualche tempo mancare, o non esser quotidiano, fu da me coll'asta frankliniana, cioè fissa, verificato sull'edificio della università romana, all'altezza di $45^m,39$ dal livello del mare, ed anche sul casino dell'Aurora, nella celebre villa Ludovisi; ove la punta del conduttore fisso, appartenente all'elettrometro atmnsferico, da me ivi stabilito, con gentile permesso del sig. principe di Piombino, è alta 95 metri sul livello del mare. Qui si avverta che sempre il conduttore fisso, fu da me associato al condensatore a pile secche, e che il periodo *qualitativo* elettro-atmosferico, da me riconosciuto per la prima volta, fu incontrato eziandio nelle osservazioni meteorologiche, fatte nell'osservatorio di Palermo, col conduttore fisso, congiunto al condensatore. Ciò risulta dai registri pubblicati nel bullettino meteorologico del reale osservatorio stesso, che si riferiscono ai mesi, a cominciare dal marzo, e terminare col dicembre del 1865; però nei registri medesimi, nulla si dice di questo periodo qualitativo, il quale apparisce in essi ad evidenza. Che se le osservazioni si fossero ivi fatte anche nelle ore dopo mezza notte, specialmente nelle ore matutine, i negativi sarebbero stati più frequenti. Del resto non sappiamo per quale cagione, le ricerche elettro-atmosferiche a con-

---

(115) Comptes Rendus, t. 51, an. 1860, p. 94; t. 52, an. 1861, p. 875; t. 53, an. 1861, p. 236; t. 57, an. 1863, p. 915; t. 58, an. 1864, p. 629. — Atti dell'accad. pontif. de' Nuovi Lincei, t. 13, sessione 6.ª del 5 marzo 1860, p. 330; t. 14, sessione 4.ª del del 3 marzo 1861, p. 270; t. 14, sess.ᵉ 6.ª del 5 maggio 1861, p. 357; t. 17, sess.ᵉ 5.ª del 3 aprile 1864, p. 249.

(116) Comptes Rendus, t. 57, an. 1863, p. 915.

duttore fisso, abbiano cessato in quell' interessante osserv atorio; forse per sostituirvi le sperienze a conduttore mobile. Ma per escludere un metodo, ed introdurne un altro, sarebbe stato utile far conoscere le ragioni della esclusiva per l'uno, e della introduzione per l'altro.

§. 30.

La Terra essendo elettrizzata, era naturale cercare lo stato elettrico delle mura di un fabbricato, le quali debbono partecipare alla elettricità nel nostro globo, su cui sono esse basate (117); e ciò deve specialmente manifestarsi, negli estremi superiori delle mura stesse, giacchè la distribuzione dell'elettrico, non dev'essere la medesima in tutta la superficie loro, cioè dev'essere maggiore nelle parti elevate, e minori nelle depresse (*): inoltre può la elettricità medesima, variare anche di natura da un estremo all'altro. Colle mie sperienze riconobbi (118), che in alcuni muri laterizi, di qualche fabbricato in Roma, poteva ottenersi una elettrica corrente ; questa, in un muro della università romana, produceva sull'ago astatico di un galvanometro a dodici mila giri, una ben sensibile deviazione, dirigendosi dall' alto al basso. Ciò si ottiene facendo comunicare gli estremi di *platino* dei roofori del citato galvanometro, con due punti del muro stesso, fra loro a bastanza distanti. Questa corrente, cresce d' intensità, col crescere la distanza fra gli estremi, uno superiore, l'altro inferiore (119).

Il ch. prof. Matteucci, nel 1859, concluse direttamente da una sua sperienza, fatta coll'elettroscopio sopra un monte, che la superficie terrestre si mostra sempre negativa (120). Quindi nel 1864, lo stesso distinto fisico, in un modo simile a quello, di cui mi ero già valso anteriormente, cioè nel 1863, per giungere a questa medesima conseguenza (121), confermò l' indicato risultamento, valendosi cioè della elettrica corrente, fra due punti del nostro globo, di vario livello (122) fra loro. Questi due punti per me furono la sommità di

(117) Comptes Rendus, t. 58, an. 1864, p. 632, li. 19.

(*) Ann. de chim. et de phy., 3.e série, t. 4.e, an. 1842, p. 429, (5°).

(118) Atti dell'accademia pontificia de' Nuovi Lincei, t 17, an. 1863, pag. 54.

(119) Comptes Rendus, t. 57, an. 1863, pag. 916 (2.°).

(120) Archives des sciences phy. et nat. de Genève an. 1859, t. 6.°, p. 277 (nouvelle période).

(121) Comptes Rendus, t. 57, an. 1863, p. 916.

(122) Comptes Rendus, an. 1864, t. 58, p. 949, vedi anche il Nuovo Cimento, t. 18, an. 1863, pag. 338.

un muro, e la sua base; mentre pel prof. Matteucci, furono la vetta di un monte presso Torino, e la pianura sottoposta. Trovammo ambedue, per siffatto modo, ma in epoche diverse, la esistenza di una elettrica corrente fra i medesimi punti. Del resto, l'una e l'altra corrente, si mostrò a noi costante; però quella da me osservata, per mezzo dei due roofori di platino, posti semplicemente a contatto, uno sulla esterna ed elevata superficie del muro, l'altro sulla sua base, ossia sul suolo, era diretta dall'alto al basso; mentre quella del Matteucci, era diretta in opposto. Non mi sembra però impossibile, che queste due contrarie direzioni, possano accordarsi collo stato negativo della terra; l'uso del *condentore*, adoperato convenientemente, potrà decidere tale quistione, e ripetendo la sperienza in più luoghi, potrà l' istromento stesso, meglio dichiarare le cause del fenomeno di cui parliamo.

A me, per ottenerne la manifestazione della indicata corrente, non fu necessario mettere ambo gli estremi di platino del filo sotterra, ma bastò che ambedue fossero in contatto dei due punti, distanti l'uno dall'altro per diversità di livello; e la corrente si mostra più intensa, quando la base del muro, e la sua sommità sono ricoperti di una lamina metallica, sufficientemente larga. Ciò costituisce una differenza notevole, fra il mio modo di sperimentare, e quello del ch. Matteucci. Questo dotto fisico tornò sul medesimo soggetto (123), per trovare principalmente la relazione, che potrebbe aver luogo, fra le indicate correnti, e la elettricità dell'atmosfera. Ma, rigorosamente parlando, in questo lavoro, non si sperimenta sulle correnti del solenoide tellurico, bensì sulle tensioni elettriche, fra due stazioni della superficie terrestre, di livello assai differente fra loro. Ogni volta infatti che si congiungano, con un filo metallico isolato, due punti della superficie terrestre, livellati assai diversamente, se ottengasi una elettrica corrente, non si può concludere che la medesima esisteva prima della indicata metallica congiunzione; perchè questa corrente, può anche nascere dalla sola diversità delle tensioni elettrostatiche di que' due punti, od anche dalla diversa natura della elettricità nei punti stessi, quando si congiungono fra loro.

Dice il ch. Matteucci (124) « en laissant une seule des extrémités de la » ligne en communication avec l'électrode et la terre, et l'autre dans l'air, je » n'avais jamais aucune trace de courant, même en employant un galvano-

(123) Comptes Rendus, t. 59, an. 1864, p. 511.
(124) Luogo citato, p. 513, li. 7.

» mètre de 24000 tours ». Questo risultamento fu da me annunciato molto prima, quando pubblicai, che niuna corrente avevo, se un estremo del filo comunicava colla Terra, e l'altro colla punta isolata dell'elettrometro atmosferico frankliniano (125).

Quanto ha trovato il Matteucci riguardo alla relazione dell'atmosferica elettricità (126), colle correnti fra due punti sulla superficie del nostro globo, non ha che fare colle relazioni fra il magnetismo terrestre, e la elettricità dell'atmosfera; perchè le variazioni dell'ago magnetico, in queste sperienze del nominato fisico, sono effetti di correnti, prodotte dalla diversità di tensione, le quali agiscono direttamente sull'ago magnetico; diversità che può esistere, senza turbare il magnetismo del nostro pianeta.

Dice lo stesso fisico (127) « Lorsqu'on a un fil métallique tendu sur le » sol, isolé de celui-ci, et dont les extrémités communiquent avec la terre dans » deux points à des hauteurs différentes, un courant électrique circule co- » stamment dans ce fil, dont la cause ne peut être attribuée, ni à des actions » des électrodes, ni à celles des couches terrestres où ils sont plongés ». Tutto ciò coincide colle sperienze da me pubblicate prima (128).

Dice l'autore medesimo (129). « Ce courant est costamment dirigé dans » le fil métallique du point plus bas au plus haut, et son intensité est plus » grande dans les lignes plus longues et dont la différence de niveau des ex- » tremités est plus grande ». Nelle mie citate sperienze anteriormente istituite, la direzione della corrente fu contraria; ma nel resto mi trovo perfettamente d'accordo coll'autore stesso, in ispecie riguardo al fatto, che la corrente abbia maggiore intensità, quando è maggiore il dislivello fra i due punti (130).

Si dice ancora nel medesimo luogo (pag. 516) « ce phénomène qui me » paraît du à l'electricité terrestre . . . » questa conseguenza fu prima da me dedotta (131) colle sperienze sulle correnti di cui parliamo. Quindi è che il

---

(125) Comptes Rendus, t. 57, an. 1863, pag. 916, (4.°).

(126) Comptes Rendus, t. 59, an. 1864, p. 513, li. 21, e seguenti.

(127) Opera citata, p. 515, li. 6, salendo.

(128) Comptes Rendus, t. 57, an. 1863, p. 916. Atti dell'accademia pontificia de' Nuovi Lincei, t. 17, an. 1863, p. 54, e pag. 98.

(129) Comptes Rendus, t. 59, an. 1864, p. 515, lin. ultima.

(130) Comptes Rendus, t. 57, an. 1863, pag. 916, (2.°).

(131) Idem, t. 57, p. 915, li. 10, salendo, e pag. 916, li. 12 — t. 58, p. 632, li. 20.

ch. Matteucci giustamente, in una sua comunicazione più recente (132), conclude a questo modo « il me paraît toujours plus probable que ces courants » sont en correlation avec l'état électrique de la terre, et de l'atmosphère ; » et que les lois de ces courants dépendent de la distribution de cet état éle- » ctrique suivant la latitude, la hauteur, la nature et la conformation du sol ».

Però a dire il vero, la corrente fra due punti terrestri dislivellati, fu riconosciuta prima di tutti da Peltier (133), mediante il galvanometro, coi fili di platino; ed esso ne concluse giustamente lo stato elettrico della terra. Perciò la priorità in queste ricerche devesi a Peltier, ed agli altri si deve la conferma dei risultamenti avuti dal medesimo elettricista. Lo stato elettrico fu da me dedotto, annettendo il rooforo di platino che tocca il suolo, ad uno dei piattelli del condensatore a pile secche, e facendo comunicare l'altro piattello, con uno stato elettrico *sensibilmente* neutrale, come sarebbe l'interno di una camera metallica tutta chiusa; ed io credo, che senza il concorso del condensatore, non possa decidersi la *natura* della elettricità; giacchè la sola direzione della corrente, non basta per questo fine.

§ 31.

Il ch. prof. A. De la Rive, riconosce in più luoghi delle sue pubblicazioni, che la Terra trovasi elettrizzata negativamente; ma in particolar modo nella sua memoria intitolata « Quelques considérations sur les courants éle- » ctriques terrestre (134) », nella quale giova notare che l'autore medesimo dice (pag. 106) « Il est évident que leur existence tient à ce que l'électri- » cité négative du sol doit avoir une tension plus grande sur un lieu élevé,

(132) Comptes Rendus, t. 63, an. 1866, p. 857.

(133) V. Becquerel, Traité d'électricité et du magnetisme, t. IV. Paris 1836, p. 107— V. *La Science*, t. 2.°, n. 92, p. 735, an. 1856 — V. Élem. de phy. terrestre et de météorologie par E. Becquerel. Paris 1847, p. 462 — V. Mémorie coronate dall'accad. di Bruxelles, t. XVI, an. 1843, p. 54.

(134) Archives des scien. phy. et mat. Genève 1865, nouvelle période, t. 22, p. 99 e seguenti — Vedi anche la memoria intitolata « Nouvelles recherches sur les aurores boreales ». Archives des scien. phy. et nat. de Géneve, an. 1862, t. 14, p. 1, lin. 30; p. 24, lin. 22; e p. 124, lin. 23 — V. anche i medesimi Archives, nouvelle période, t. 22, an. 1865, p. 107, lin. 20 — Traité d'électricité théorique et pratique, t. 3.° Paris 1858, p. 678, lin. 5 salendo.

» que dans la plaine et cette difference de tension peut donner naissence à
» une courant d'électricité négative *descendant* (*vale a dire dall'alto al basso,*
» *come nelle mie sperienze si è verificato*), ou ce qui revient au même, à une
» courant d'électricité positive *ascendant*, si l'équilibre est troublé par l'in-
» fluence d'électricité atmosphérique ».

E qui osserveremo di nuovo, che per decidere la *natura* dell' elettrico, non basta conoscere la direzicne della corrente, prodotta da esso, quando si congiungono metallicamente due stazioni terrestri, aventi livello differente; ma fa d'uopo, come io feci, adoperare il condensatore, per assegnare con certezza la natura dell'elettrico, nelle stazioni stesse; quindi è che la natura della elettricità terrestre, senza l'uso del condensatore, non può discendere dalla sola direzione della corrente. Laonde sebbene Peltier sia stato il primo a riconoscere la corrente di cui parliamo, non perciò da questo solo fatto si può rigorosamente argomentare la *natura* dell' elettrico terrestre : dicasi lo stesso degli altri posteriori sperimenti che furono in simile guisa istituiti.

Il medesimo illustre autore, si espresse in proposito anche a questo modo
» Il est maintenant généralement admis que dans l'état normal, l'atmosphère
» est chargée d'électricité positive, et que cette électricité va en croissant à
» partir de la surface du sol, où elle est nulle, jusqu'aux plus grandes hau-
» teurs qu' on ait pu atteindre. Le globe terrestre , par contre , est chargé
» d'électricité négative; c'est ce que prouvent une grand nombre d'osserva-
» tions les une directes , les autres indirectes . . . . . C'est ce que démontre
» d'une part la forte électricité positive que l'air possède à ces grandes hau-
» teurs, et d'autre part l'attraction qu'exercent les montagnes , en vertu de
» leur électricité négative, sur les nuages positifs de l'atmosphère (135) ».

Quando le pile secche, si pongono con un loro polo, a comunicare col serbatoio comune, il sig. Donné crede, che sieno influenzate dallo stato elettrico della Terra (136). Ed in fatti se due pile secche sieno costruite ugualmente, stando l'una e l'altra in contatto del suolo coi poli fra loro contrari, come avviene appunto nell'elettroscopio di Bohnenberger, il polo superiore positivo dell'una si trova quasi sempre meno energico del negativo dell' altro. Quindi è che nel elettroscopio medesimo , affinchè la foglia d'oro si trovi nella verticale , non basta che le due pile sieno *egualmente* costrutte ; ma fa d'uopo che il polo

(135) Le Moniteur scientifique, t. 9.° an. 1867, p. 598 et 599.
(136) Enciclopedica portatile meteorologia. Milano senza data, p. 276, puntata 24.

superiore negativo di una, sia collocato a distanza maggiore di quella, che corrisponde al polo positivo superiore dell'altra, rispetto la foglia stessa; ed è perciò che negli elettrometri da me adoperati, le pile secche possono, per mezzo di due viti, allontanarsi disegualmente dalla foglia d'oro. Le osservazioni fin'ora indicate, dimostrano che la Terra è negativa, senza che si abbia bisogno di un punto neutro, contro quello che fu asserito (137), come in appresso con maggiore sviluppo dimostreremo, e come risulta da quanto precedentemente ho pubblicato (138).

Per provare che la elettricità della Terra entra, sempre nelle considerazioni elettro-atmosferiche, si osservi che Peltier spiega lo stato elettrico dei *brouillards* elettrici, mediante la elettrica influenza combinata fra quella terrestre, e l'altra delle regioni atmosferiche superiori (139). L'autore medesimo nel considerare la formazione delle nubi elettriche, non solo riconosce che la Terra si trova elettrizzata negativamente, ma eziandio ritiene, che la superficie del nostro globo possegga una elettrica tensione assai forte (140). Presso quei fisici, che hanno esattamente sperimentato, è così certo essere negativo lo stato elettrico della terra, che Peltier (141) fra questi, attribuisce allo stato medesimo, la origine tutta della elettricità che appartiene all'atmosfera. Però a me sembra dovervisi aggiungere la elettricità positiva dei vapori, che si sollevano dalla Terra, i quali divengono positivi tanto nel separarsi dall'acqua contenente sali (142), quanto coll'ascendere nell'aria, per la elettricità di *abbandono*, che si sviluppa in essi, a motivo della elettro-negativa induzione, procedente dalla Terra; la quale induzione abbandona tanto più la elettricità positiva già vincolata nei medesimi, quanto più questi si allontanano dalla Terra. Inoltre a me sembra, che appunto per essere la Terra elettro-negativa, non avrebbe mai dovuto Peltier far uso di un elettrometro salente; ma bensì di un conduttore fisso, ed annesso ad un condensa-

---

(137) Bullettino meteorologico, t. 1, num. 7 del 31 maggio 1862, pag. 51, li. 2.

(138) Comptes Rendus, vol. 57, séance du 30 8bre 1863, p. 915 — Cosmos, vol. 19, 21.e livraison, 22 novembre 1861, p. 585.

(139) Mémoires des savants étrangers de l' académie de Bruxelles, t. 15, 2.e partie. — V. anche Kaemtz, pag. 114.

(140) Comptes Rendus, t. 12, pag. 307. — Annales de chimie et de phy., 3.e serie, t. 4.o — Mémoires couronnés de l'académie Roy. des sciences de Bruxelles t. 16, an. 1843, pag. 90, li. 10.

(141) Opera ultima citata, p. 53, e 54.

(142) Pouillet. Élem. de phy. expérim. T. 2.o Paris 1856, p. 794, li. 15.

tore, onde sempre ottenere manifestazioni della vera elettricità dell'atmosfera, e non modificata dalla influenza terrestre.

Abbiamo veduto che vi sono delle sperienze, le quali mettono fuori di ogni dubbio, la esistenza della elettricità terrestre. Una di queste già indicata (§ 30), fatta dal Peltier (143), ed anteriore a quelle tanto mie, quanto del ch. Matteucci, consiste nel collocare uno degli estremi del filo di platino (144), appartenente ad un galvanometro, in una posizione umida del suolo, e l'altro estremo del filo stesso in una sua parte secca, od anche in un frabbricato, costrutto nel medesimo luogo. La parte secca del terreno, o del fabbricato, a causa della sua minore conducibilità, essendo meno carica di elettrico della parte del suolo umido, l'equilibrio di questo agente dovrà, mediante il filo metallico intermedio, stabilirsi ; e dovrà perciò risultarne un'azione sull'ago magnetico. Per mezzo di questa corrente, il Peltier si assicurò, che nei tempi sereni il suolo è costantemente negativo, a tensioni differenti, secondo lo stato igrometrico, e la temperatura dell'aria. Questa conclusione fu anche da me dedotta, per mezzo di un esperimento simile al precedente ; ma di più con aver fatto uso del condensatore a pile secche, come già fu dichiarato in avanti (§ 30).

Peltier dimostra sperimentalmente (145), che mettendo un elettroscopio, prima in comunicazione con un corpo elettrizzato , ed allontanandolo poscia dal medesimo, quello diverge con una elettricità opposta dell' altra di cui si era caricato il corpo. Il contrario si verifica quando, fatto prima comunicare il corpo coll'elettroscopio, questo isolato avvicinasi al corpo stesso; purchè in tal caso, la divergenza dimostra una elettricità omologa di quella del corpo. Da questi fatti osservati da Peltier, discende, che la Terra si trova elettrizzata negativamente, appunto perchè sollevando un elettroscopio, questo diverge mostrando elettricità *positiva*, ed abbassandolo mostra colla sua divergenza una elettricità *negativa*. Noi ricorriamo a questa sperienza, perchè serve bene a dimostrare la influenza che subisce il conduttore salente dall'elettricità terrestre, per lo che non può adoperarsi, nelle ricerche di elettricità atmosferica. Laonde chiaro apparisce, che noi dalla sperienza stessa concludiamo tutto all'opposto, di quello ne concluse lo stesso Peltier, in quanto concerne la elettricità dell'aria.

---

(143) Traité de l'électricité et du magnetisme par M.r Becquerel, t. 4.°, pag. 107. — V. anche Élem. de phy. et de météorologie par E. Becquerel. Paris 1847, p. 462 — et La Science, t. 2.°, n. 92, p. 735, an. 1856.

(144) Mém. couronnés de l'acad. de Bruxelles, t. 16, an. 1843, p. 54.

(145) Ann. de chim. et de phy., 3.e série, t. 4.°, avril 1842, p. 396, §. 20.

Il Belli, ritiene che la terra sia elettrizzata (146), e che la natura di questa elettricità sia spesso negativa. Se leggasi bene quanto sul proposito riferisce questo distinto fisico, vedremo che le osservazioni da esso riportate, si accordano in preferire il conduttore isolato e fisso, al salente; preferenza che in appresso verrà sempre più dimostrata.

Il chiarissimo Matteucci, riguarda esso pure la Terra qual corpo elettrizzato negativamente (147).

L'illustre fisico A. C. Becquerel dice « Il suolo essendo più o meno umido, conduce inegualmente, sebbene a sufficienza, la elettricità che gli è inerente (148).... La Terra è elettrizzata negativamente (149). Tutti i corpi collocati sulla superficie terrestre, partecipano allo stato elettrico di essa, che tanto più cresce, quanto più sporgano da questa superficie (150). Il medesimo autore dice inoltre, che a fine di rendersi conto delle variazioni subite dalle elettricità dell'atmosfera, bisogna riflettere, che questa e la Terra, essendo costantemente in due stati elettrici *contrari* fra loro; le due elettricità devono combinarsi continuamente negli strati d'aria inferiori, sino ad una certa elevazione, mediante i corpi situati alla superficie del suolo (151).

Lo stesso fisico continua dicendo « quanto allo stato *negativo* del suolo, basta collocare uno dei due estremi del filo conduttore di platino di un moltiplicatore, in una parte secca del terreno, o di un luogo molto profondo, e l'altro in una parte secca del terreno, o di un fabbricato ivi eretto. Peltier si è assicurato a questo modo che il suolo è costantemente negativo; però a differenti gradi, secondo lo stato igrometrico, e la temperatura dell'aria (152).

Becquerel ancora dice (153) « Sous un ciel serein, l'air se comporte tou-
» jours comme s'il était électrisé positivement et la terre comme si elle l'était
» négativement. On constante l'état négatif de la terre, en plaçant l'un des

---

(146) Corso elem. di fis., vol. 3.°, pag. 709...717.

(147) Comptes Rendus, t. 49, an. 1859, p. 462. — Nuovo Cimento, t. 18, an. 1863, p. 338. — Archives des scien. phy. et nat. de Genève, nouvelle période, t. 6.°, an. 1859, p. 277. — Traité de l'électricité par M. A. De la Rive, t. 2., p. 594. Paris 1856.

(148) Élem. de phy. terrestre et de météorol. Paris 1847, p. 468.

(149) Idem.

(150) Ibidem, p. 469.

(151) Opera citata, p. 462.

(152) Ibidem.

(153) La Science. N. 92, pag, 735, an. 1856, 2.° année.

» bouts en platin du fil conducteur d'un multiplicateur dans un lieu humide
» et profond, l'autre dans une partie sèche du terrain ou d'un bâtiment y at-
» tenant. En experimentant de cette manière Peltier s'est assuré, que le sol
» est costamment negatif, mais à des degrés differents, suivant l'état hygro-
» metrique et la temperatur de l'air. Quand le bout exterieur du fil du mul-
» tiplicateur est libre dans l'air, l'appareil n' accuse pas toujours de courant,
» à raison probablement de la mauvaise conductibilité de l'air ; la déviation
» n'a lieu que lorsque la tension est très forte ou que l'aire est suffisamment
» humide. Il faut faire attention en autre à la polarisation des deux bouts
» du fil en platin ou de lames de même métal, qui s'y trouvent fixées, laquelle
» polarisation se manifestant peu d' instants après que le circuit est fermé,
» masque les effets que l' on veut observer. Le seul moyen de la détruire
» est de rétirer les bouts ou les lames de platin des lieux d'observation, de
» les laver d'eau destillée, de les faire rougir et de les mettre ensuite en place ».

Conveniamo in generale coll' autore ; osserviamo però non potersi lo stato negativo della Terra, concludere mediante il solo moltiplicatore; poichè osservando col medesimo una corrente che va dall'alto al basso, non possiamo concludere altro, che l'estremo inferiore del filo, possiede una tensione minore di quello collocato sopra, e perciò questa potrebbe ancora essere per tutto positiva, o negativa, od anche +.ª sotto, e —.ª sopra. Quindi a mettere fuori di dubbio lo stato negativo del suolo, si deve ognuno, come già indicammo (§ 30), servire soltanto dell'elettrometro semplice, o condensatore se occorra. In quanto alla indicata polarizzazione, conveniamo ancora con esso in astratto, però crediamo, che la medesima non sarà percettibile nel caso considerato, atteso la poca umidità che contengono le mura.

Lo stesso Becquerel dice inoltre : che le cause dalle quali si svolge la elettricità sulla superficie terrestre, sono : 1.° la respirazione delle piante; 2.° il contatto della Terra e delle acque dolci e salate, oltre quello delle acque salate colle dolci; 3.° la decomposizione delle materie organiche nell'acqua e nella Terra; 4.° forse anche il contatto delle acque fredde e delle calde nei mari.

Anche il Prechtl ammette che il nostro pianeta si trovi elettrizzato negativamente (154).

Il ch. sig. W. Thomson conferma lo stato elettro-negativo della Terra, dicendo « Il a été reconnu que la surface de la terre par un temps serein et

(154) Gehler Physikalisches Worterbuch, t. 6, p. 508, e seguenti. Leipzig 1831.

» dans la plus part des localités observées jusqu'à ce jour, est le plus souvent
» chargée d'électricité résineuse ou negative. La connaissance de ce seul fait,
» pourrait faire supposer, que la terre est simplement un globe isolé flottant
» dans l'espace et électrisé tout entier resineusement (155) ». Inoltre dal modo col quale il nominato fisico applica il suo nuovo elettrometro, viene dimostrato chiaramente, che la Terra possiede una elettricità sua propria (156).

Questo fisico nella seduta settimanale del 10 maggio 1860, dell' istituto R. della Gran Brettagna, si espresse a questo modo « Si è riconosciuto che
» la superficie della Terra, con un cielo sereno, e nel maggior numero dei
» luoghi ove le osservazioni sono state fatte, si carica di elettricità resinosa
» o negativa (157).

Il ch. prof. Palmieri, riguardo alla elettricità della cenere del Vesuvio, che ricade sulla Terra, così parla « pare che la cenere prenda elettricità ne-
» gativa pel fatto del cadere, dopo di aver perduta nell'ambiente la elettricità
» positiva che aveva col fumo, onde se cade da piccola altezza, facilmente col
» cadere giunge solo a neutralizzare la elettricità positiva che aveva... (158)». Perciò la cenere in proposito, sebbene assuma elettricità positiva salendo, pure, se il tempo in che resta sospesa nell' aria sia bastevole, si può ridurre all'elettrico equilibrio coll'ambiente, ma poi cadendo può elettrizzarsi negativamente. Da queste osservazioni risulta che i corpi salendo riduconsi elettropositivi, e scendendo manifestano elettricità negativa, per effetto della tellurica induzione.

Dice anche il ch. Palmieri « La tensione che si ha nel discendere, è sem-
» pre contraria a quella che si ha nel salire, ma non sono eguali, il che
» pare che derivi dall' essere il conduttore mobile non simmetrico, ai due
» estremi (159) ». Questa osservazione fu già fatta dal Peltier con maggior

---

(155) Archives des scien. phy. et nat. de Genève, t. 11, an. 1861, p. 222. — V. anche Nuovo Cimento, t. 16, an. 1862, p. 103 nota. — Vedi anche Annales de chim. et de phy., 4.e série, an. 1866, t. 7.e, pag. 158 e 160.

(156) Les Mondes, t. 3, science pure, p. 762.

(157) Vedi la Nota del ch. Palmieri. Sulla origine della elettricità dell'atmosfera, p. 14, estratta dal Rendiconto della R. accad. delle scienze di Napoli, fascicolo 2, del giugno 1862.

(158) Intorno all' incendio del Vesuvio... Relazione per cura dell'accad. Pontoniana. Napoli 1862 (stamperia della R. Università), pag. 19 e 20.

(159) Nuove modificazioni arrecate al conduttore mobile. Napoli 1866, pag. 8, li. 15 salendo.

precisione, dicendo egli, che alla discesa corrisponde l' effetto minore (160). Però è da osservare che siccome alla discesa corrisponde lo sviluppo di elettricità negativa, la quale si disperde più della positiva, così è facile spiegare il fatto indicato, senza ricorrere ad altro. Se però, l' aria sia bastantemente secca, si troverà una eguaglianza perfetta, fra la elettricità sviluppata dal conduttore nel salire , e quella sviluppata dal medesimo nel discendere , come più volte ho verificato, anche adoperando il condensatore a pile secche , pel quale si rendono più sensibili le differenze. Questi fatti ricevono soddisfacente spiegazione, ricorrendo alla influenza elettro-negativa terrestre.

Il medesimo fisico ammette la elettricità negativa del suolo, anche nella sua nota sulla origine della elettricità atmosferica (161), ed eziandio nell'altra sua nota intitolata : Del periodo diurno della elettricità atmosferica , ove dice : « quindi le regioni diurne della Terra debbono essere attuate ad elet- » tricità negativa più forte da oriente in occidente (162) ».

Il sig. Quetelet dice: « Sarebbe assai difficile assimilare i nostri climi ai ter- » reni vulcanici dell' Italia, sopra tutto in quanto concerne i fenomeni elet- » trici *della Terra*, e dell'atmosfera (163) ». Il medesimo autore dice ancora: « e l'altra (elettricità) positiva, nel più basso, fa equilibrio colla elettricità *ne-* » *gativa della Terra* attraverso gli strati che sono inferiori (164) ». Quindi, egli soggiunge: « Non resterebbe in fatti altro, fuorchè la elettricità positiva » nel basso dell' inviluppo *superiore* della nostra atmosfera, e che paralizze- » rebbe da un lato la elettricità negativa del suolo; dall'altro, agendo a tra- » verso dell' inviluppo *inferiore*, paralizzerebbe la elettricità *negativa* distri- » buita sulla superficie del nostro globo (165) ».

Dice il sig. Dupretz (166) : « Lo stato elettrico *negativo della Terra*, » aveva già fissato l'attenzione di De Saussure (167), il quale per una dispo-

---

(160) Annales de chim. et de phy., avril 1842, p. 400.

(161) Rendiconto della R. accad. delle scienze di Napoli, fasc. 2, giugno 1862.

(162) Rendiconto dell'accademia delle scienze di Napoli, anno 3, fasc. 10 di ottobre 1864, p. 261, li. 14 salendo.

(163) V. Annales de l'observatoire R. de Bruxelles, t. XIII, année 1861, p. 108.

(164) Opera citata, p. 109.

(165) Ibidem.

(166) Mém. couronnés de l'acad. R. de Bruxelles, t. XVI, année 1843, p. 54.

(167) Voyages dans les Alpes, t. 2, §. 830, p. 254.

» sizione particolare del suo elettrometro, cercò anche di apprezzarne le va-
» riazioni ».

Abbiamo dal Kaemtz quanto siegue: « Poichè il suolo emette di conti-
» nuo vapori d'acqua, nella quale si contengono sempre sostanze estranee in
» soluzione; perciò i vapori si elevano caricati di elettricità positiva, mentre
» che il suolo conserva elettricità negativa (168) »: ed in seguito egli dice:
« pure il suolo trovasi allo stato *negativo*, mentre che l' atmosfera è *posi-*
» *tiva* (169) ».

Il sig. Jamin, ritiene che le tensioni elettriche, osservate cogli elettrometri atmosferici, sieno il risultamento dello scambio di elettricità positiva dell' aria, colla *negativa* della Terra (170). Inoltre i fisici che adoprano la espressione di elettricità telluro-atmosferica, debbono ammettere la elettricità della Terra (171). Lamot dice che la Terra è sempre negativa (172). Il sig. Martin riconosce anch'esso che la Terra è caricata di elettricità negativa (173). Secondo Despretz la Terra è negativa sino alle due pomeridiane; inoltre questo fisico consiglia *di sostituire l'elettrometro condensatore all'elettroscopio* (174). Recentemente, in una dotta memoria pubblicata sullo stato elettrico del nostro globo, dall'illustre fisico De la Rive, si ritiene come indubitato, che la Terra è generalmente in uno stato di elettricità negativa (175).

La elettricità negativa che ottennero i signori Gay-Lussac e Biot, facendo scendere una palla metallica dal globo aereostatico della loro celebre ascensione, si deve spiegare pel negativo, che i corpi svolgano, quando nell' aria libera scendono; e non come oscuramente la spiegano diversi autori, non escluso il Belli (176).

---

(168) Cours complet de météorologie. Paris 1843, p. 336.

(169) Opera citata, p. 340.

(170) Cours de phy. de l'école polytechnique. Paris 1858, t. 1, pag. 455, e 456. — Vedi anche gli Annali dell'osserv. R. meteorologico del Vesuvio, an. 1, del 1859, p. 19 e 20.

(171) Bullettino meteorologico del collegio romano, t. 2, num. 13, pag. 100, lin. 5 salendo.

(172) Poggendorff, Ann., vol. 85, fascicolo 4, p. 500, an. 1852.

(173) Comptes Rendus, t. 58, an. 1864, p. 111, li. 22.

(174) V. il suo Traité de phy. Bruxelles 1837, p. 161.

(175) Comptes Rendus, t. 64, an. 1867, pag. 1174. — L'Institut, n. 1747, p. 202. — Les Mondes, 2.e série, t. 14, p. 306.

(176) Corso elem. di fisica speriment., t. 3, p. 694. Milano 1838.

Nell' ascensione areonautica del 18 luglio 1861, il sig. Giacomo Glaisher trovò l'aria carica di elettricità positiva, ed essa diminuì a misura che s' innalzava, sino all'altezza di 7000 metri, alla quale la elettricità era troppo debole per essere osservata (177). Questo risultamento si accorda bene colla ipotesi, che il positivo mostrato dai corpi salenti nell'atmosfera, proviene dalla elettricità indotta nel corpo salente, per influenza della carica elettro-negativa posseduta dal nostro globo. E siccome gli effetti della medesima influenza elettro-tellurica negativa, debbono diminuire col crescere della distanza fra la Terra ed il corpo medesimo, così quando il corpo salente dista molto dalla Terra, la indotta positiva, che in esso allora diviene libera, dev'essere tenue molto.

Secondo Bohnenberger, non è possibile scaricare perfettamente di elettricità un corpo, giacchè la Terra essendo elettro-negativa, i corpi sempre saranno elettrizzati per lo meno di elettricità tellurica; la quale perchè distribuita sopra una superficie grandissima , deve possedere una tensione debole assai. Perciò lo stato elettrico neutrale , non esiste naturalmente nei corpi sublunari, e lo stato elettrico naturale nei corpi medesimi, non è zero, ma bensì negativo (*), salvo il caso artificiale, che assai prossimamente si verifica in un corpo collocato dentro un involucro metallico, chiuso da ogni parte, nel qual caso, lo stato elettrico del corpo stesso è assai prossimo al neutrale.

Erman di Berlino , continuando le sue ricerche per mezzo di elettroscopi sensibilissimi, ammise la influenza della elettricità tellurica sui corpi comunicanti col nostro globo, e quindi la influenza elettrica dei corpi stessi fra loro, prodotta dall'avvicinamento ed allontanamento dei medesimi l'uno dall'altro (178). Saussure aveva già trattato questo argomento, ma Erman fu il primo a dimostrare (179), con esatte sperienze, che la elettricità ottenuta coi corpi conduttori salenti, o discendenti, non poteva riguardarsi come tutta propria dell'atmosfera, e che si doveva ripetere principalmente dalla influenza elettro-tellurica. Se i *moderni* meteorologi avessero ripetute le sperienze di Erman, ovvero le avessero ben considèrate, avrebbero veduto; primieramente che i conduttori mobili furono anche prima del 1804 , adoperati nelle ricerche sulla elettricità

---

(177) Les Mondes, t. 1, année 1863, p. 556.

(*) Ann. de chim. et de phy., 3.e série, t. 4.e, an. 1842, p. 429, (5°).

(178) V. Mém. couronnés, et mém. des savants étrangers de l'acad. R. de Bruxelles, t. XVI, an. 1843, p. 26.

(179) Journal de phy., par Delamétherie, t. 59, an. 1804, p. 98.

dell'aria ; secondariamente che furono riconosciuti non idonei, per l' indicato fine.

Bailly nella sua memoria sopra la densità della Terra, propone di coprire colla stagnuola l' interno della cassa che contiene la bilancia di torsione (180). Secondo la nota numerata con 3, che si trova nell'articolo: « Nouvelles espériences sur la densité moyenne de la terre, par M.r Reich (181) », la indicata proposta, impedisce ogni accumulazione di elettricità *terrestre*. L'articolo originale di Reich per determinare la densità media della Terra, si trova inserito nel Poggendorff, t. 85, anno 1852, pag. 189. Per la elettricità della Terra si consulti anche questo medesimo giornale nel vol. 36, an. 1810, pag. 116, e nel vol. 49, an. 1815, pag. 120. Anche il Pratical Meteorology, an. 1855, pag. 216, e 217, ritiene che la Terra sia carica di elettricità negativa.

Il Zantedeschi nel riportare le opinioni di Beccaria sulla elettricità dell'atmosfera, considera la elettricità della Terra (182). Per avere una conferma riguardo alla esistenza della elettricità negativa della Terra: si legga un articolo a ciò relativo, inserito nel Cosmos (183). Il sig. Daguin (nel suo Cours de phy. élém. Paris 1863, p. 517, volume unico), riporta una sperienza di Matteucci, per dedurre dalla medesima, che la Terra è carica di elettricità negativa. Nell'opera intitolata « A Manual of electricity, magnetism and meteorology by Dionisius Lardner », si asserisce, t. 2.°, an. 1844, pag. 107, che lo stato elettro-negativo della Terra può constatarsi col moltiplicatore; ma noi crediamo che ci voglia pur anche il condensatore. Veggasi eziandio De Luc, sopra lo stato elèttrico del suolo, e sopra il processo elettrico fra la Terra, ed il sole (184).

È un fatto riconosciuto da ognuno, che la pioggia raccolta sugli alti fabbricati, è più scarsa di quella raccolta presso Terra, eguali essendo le ampiezze dei recipienti (185). Ciò si accorda eziandio coll'essere negativa tanto la elettricità terrestre, quanto quella dei corpi che si avvicinano alla Terra. In fatti nei luoghi elevati la elettro-negativa tensione tellurica, dev'essere maggiore che in quei più depressì; perciò la elettrica repulsione fra le gocce di pioggia, ed i luoghi nei quali vengono esse raccolte, dovrà essere maggiore nel primo, e relati-

(180) Ann. de chim. et de phy. 3.e série, t. 5.°, p. 338.

(181) Opera citata, t. 38, p. 382.

(182) Cosmos, vol. 23, an. 1863, p. 427.

(183) T. 15, an. 1859, p. 455.

(184) Poggendorff, ann. 1815, t. 49, pag. 120; e t. 5, pag. 471.

(185) Belli, Corso di fis. sper. t. 3.°, p. 732, § 1569.

vamente minore nel secondo caso: ciò basta per la spiegazione dell' indicato singolare fatto.

Taluno, per negare alla Terra la elettricità, disse (*) « Intanto ognuno ben
» di leggieri si avvede che quello che fu già affermato dal Peltier, e cioè, che
» la terra è eminentemente resinosa o negativa (**), e per la sua azione l'aria
» si manifesta vitrea o positiva , non può essere in verun modo ammesso.
» Serve ad accrescere peso a questa deduzione il considerare, che non dà se-
» gno di elettricità negativa, nè l'acqua attinta dai pozzi con vasi sostenuti
» da funi isolanti, nè i fili metallici che bene bene isolanti si fanno discendere
» con un loro capo anch' essi nei pozzi, od in altra qualsivoglia profondità.
» Si aggiunga, che mentre va sempre più prevalendo l'opinione che la terra,
» invece di servire da conduttore della corrente elettrica fra le stazioni te-
» legrafiche, faccia piuttosto l'officio di serbatoio destinato a ricevere da una
» parte la elettricità che le arriva dal polo positivo della pila, e a dare dal-
» l' altra l' elettricità che abbisogna al suo polo negativo , non si saprebbe
» comprendere come potesse dare quest' ultima quand' essa fosse in istato
» eminentemente elettro-negativo , e come quindi potesse ben continuare la
» telegrafica azione ». Primieramente osserviamo essere impossibile, dopo tutte le sperienze e le mie precedenti osservazioni, negare alla Terra uno stato elettrico, il quale in alcuni luoghi, ed in alcune circostanze eccezionali, potrà essere anche positivo. Inoltre se le indicate due sperienze dei pozzi, quando fossero istituite con un condensatore a pile secche, e colle debite cautele riescissero, non sarebbe ciò sufficiente a negare lo stato elettro-negativo della Terra. Imperocchè nei corpi non isferici, si è trovato che la densità dell' elettrico sovrabbondante, è maggiore nelle parti più prominenti della superficie loro , ed è minore nelle parti meno prominenti, essendo piccolissima, ed insensibile nelle parti *cave*. Trattandosi di un corpo isolato, qual'è la Terra, il fluido elettrico sovrabbondante in essa, trovasi distribuito quasi unicamente nelle parti più esterne della medesima, lasciando le interne quasi allo stato neutrale. La sperienza del *pozzo di Beccaria*, dovuta primieramente a Franklin (***) , dimostra, per quei fisici che l' hanno verificata, dover esser sensibilmente nulla nel fondo dei pozzi la elettricità ; ma non da questo discende che la Terra

(*) Nuovo Cimento, t. 1.°, an. 1855, p. 353, li. 11.
(**) Annales de chim. et de phy., 3.e série, vol. 4.e, pag. 388, et suiv.
(***) Belli corso elem. di fisica, t. 3.°, an. 1838, p. 67.

non possegga carica elettrica di sorta. Inoltre, sebbene la carica elettrica della Terra sia grandissima, tuttavia la sua tensione in un suo punto qualunque, si trova essere debolissima, e riesce appena sensibile con istromenti delicatissimi: ciò avviene per essere la superficie terrestre immensamente grande. Ora, poichè l'elettrico respinge se stesso, perciò nelle profondità della Terra, l'elettrico deve trovarsi tanto diminuito, da non potersi riconoscere, almeno con quei mezzi che adoperarono coloro, i quali sperimentarono l'acqua dei pozzi; dalle quali sperienze adunque, non discende affatto che la Terra non sia elettrizzata nella superficie *libera* di essa.

In quanto alla seconda parte della riferita obbiezione, riflettiamo che la legge di Ohm stabilisce, che la corrente non cambia, nè di direzione, nè d' intensità, quando si aumenti la tensione in ciascun punto, od in alcuni punti del circuito elettrico, per una quantità *costante*. Perciò dal vedere che una corrente passa in un filo da un estremo all' altro, non si può decidere se l'estremo da cui parte la corrente sia realmente positivo; si può soltanto concludere che questo estremo è in *senso algebrico* più positivo dell'altro. La elettricità della Terra dunque, tanto per la indicata legge di Ohm, quanto per essere di tenuissima tensione, non potrà punto alterare sensibilmente l'azione telegrafica, salvo in alcuni casi eccezionali, quando, cioè la Terra possegga tensioni elettriche molto differenti fra loro, nei diversi punti compresi dal filo telegrafico. Allora soltanto possono accadere delle perturbazioni nelle correnti telegrafiche, le quali perciò rendono impossibile ogni azione del telegrafo, come difatti alcune volte si è verificato. Quindi è chiaro che dal vedere la telegrafia regolarmente agire, non può concludersi che la Terra si priva di una carica elettrica qualunque.

§. 32.

Dopo aver dimostrato, e con esperienze, e con raziocini, e con autorità competenti, che la Terra possiede una carica elettrica, e che questa generalmente parlando è negativa, basati su questo fatto inconcusso, e certamente non trascurabile, passiamo a dileguare le obbiezioni, fatte contro l'uso del conduttore fisso; ed a convincersi per conseguenza, che nelle ricerche di elettricità atmosferica, si deve preferire al conduttore salente, il conduttore bene isolato, e fisso.

Il ch. prof. L. Palmieri (186), per le seguenti ragioni esclude il conduttore fisso :

« 1.° perchè occorre spesso con un elettroscopio, tanto a pagliuzze, » quanto a foglie d'oro, vedere passare intere giornate senza scorgere alcun » segno di elettricità atmosferica, sia colla semplice punta, sia colla fiamma, » sia con esca accesa (pag. 65) ». Si risponde che se avesse il ch. autore usato, non il semplice elettroscopio, ma questo a pile secche, unito al condensatore, opportunamente disposto, e adoperato; avrebbe sempre ottenuto indizi evidenti di elettricità, tanto dall'atmosfera, quanto dalla Terra. Nel resto la combustione altera per modo le indicazioni elettro-atmosferiche, da cangiare il più delle volte, il negativo in positivo, essa perciò si deve proscrivere in queste ricerche. Noi poi riconosciamo coll' autore che « le misure le quali si hanno » (pag. 66) coi conduttori fissi, e con gli elettrometri *mobili*, non sono in » alcun modo proporzionali fra loro, e che dicano cose diverse l'una dall'al- » tra ». Conveniamo altresì coll'autore medesimo, riguardo alle cinque imperfezioni da esso indicate, come proprie dell' *elettrometro* mobile, oltre alla imperfezione *massima*, che noi riconosciamo in esso; quella cioè di non dare la elettricità dell'atmosfera, per effetto della elettro-tellurica influenza, imperfezione, cui se bene riflettasi, non partecipa il *conduttore fisso*.

2.° L'autore dice (pag. 67) « si fa rimanere il conduttore alquanto ele- » vato senza muoverlo, sempre che si vogliano fare le osservazioni a con- » duttore fisso . . . Laonde questo apparecchio fa anche l' uffizio di condut- » tore fisso ». Dunque il conduttore fisso può servire alle elettro-atmosferiche ricerche, anche per confessione del nominato autore. Inoltre questo dotto fisico si rimette al giudizio di Quetelet, ed all'autorità sua, per confermare la esattezza (pag. 67), ed utilità del conduttore salente. Ma il Quetelet adopera l'elettrometro mobile, che secondo il Palmieri stesso ha molte imperfezioni; perciò l' invocato giudizio di Quetelet, che riguarda ottimo l'elettrometro mobile, non può certo essere favorevole al conduttore salente; in fatti l' illustre astronomo di Bruxelles, non ha fino ad ora abbandonato il metodo di Peltier, per adottare quello del Palmieri.

3.° Si dice (pag. 85) « Le osservazioni di elettricità atmosferica, fatte » col metodo dell' elettrometro *mobile* di Peltier vanno perfettamente d' ac- » cordo con quelle che si fanno col mio metodo del conduttore *mobile*; ma

(186) Corrispondenza scientifica, Roma 1855, t. 3, p. 65...87.

» tutte queste non si confrontano se non rarissimamente, con quelle che si » fanno a conduttore fisso ». Questo perfetto accordo, contraddice a quanto dall'autore fu asserito (1.°), cioè che l' elettrometro mobile, ha moltissime imperfezioni, e che il conduttore, anch'esso mobile, si trova essere senza difetti, e, come l'autore pretende « riesce universale, perchè ai bisogni tutti delle » osservazioni soddisfa (pag. 85) ». Due stromenti, uno difettosissimo, l'altro perfettissimo, non possono menomamente accordarsi. Riguardo al niun accordo fra il conduttore mobile ed il fisso, ciò non deve sorprendere; perchè il mobile subisce gli effetti della induzione elettro-negativa tellurica, e col suo innalzarsi deve *abbandonare* la elettricità positiva, che non appartiene punto alla elettricità dell'atmosfera; mentre il conduttore fisso non è soggetto a questo inconveniente, stante la immobilità sua. Da qui discende, che tutte le *innumerevoli* leggi dedotte a conduttore mobile, non sono riferibili direttamente alla elettricità dell' atmosfera, ma bensì ad una risultante fra questa, e la elettro-tellurica influenza.

4.° L'autore (pag. 85) prosiegue « col far dipendere la discrepanza fra le ma- » nifestazioni del conduttore fisso, e quelle del mobile, dal tempo di 8′ e 10′ che » si richiede, affinchè la tensione dell'elettrometro giunga al suo massimo; cioè » dalle perdite per l'aria, e pei sostegni ». Qui rispondiamo che lo stato elettrico dell'atmosfera, nelle giornate senza forti perturbazioni, non cangia bruscamente; ma per legge di continuità, e con lentezza. Perciò deve il conduttore fisso partecipare sempre dello stato elettrico atmosferico, nel quale si trova immerso, come un buon termometro partecipa continuamente alle variazioni di temperatura dell'ambiente in cui si trova fissato. I cangiamenti adunque dello stato medesimo, sono tosto seguiti dal conduttore fisso; cosicchè dobbiamo riguardare sempre, nelle giornate senza forti perturbazioni, lo stato elettrico dell' atmosfera, come identico a quello del conduttore fisso. Laonde adoperando il condensatore, basteranno al più 20″, per avere la massima tensione elettrica nel suo piattello collettore; però meno assai vi occorrerà per averla, quando si può, coll'elettroscopio semplice, come ho più volte sperimentato.

5.° Si continua dicendo « Se dunque le misure (pag. 87), che si hanno dal- » l'elettrometro mobile, o a conduttore mobile, sono le meno fallaci, poichè » meno soggette alle condizioni igrometriche dell'ambiente... » Rispondiamo, che invece sono le più fallaci, *prima* perchè appartengono principalmente alla elettricità abbandonata o liberata nel conduttore stesso, pel suo allontanamento dalla Terra, la quale per essere un corpo elettrizzato negativamente, induce sui

corpi collocati sopra essa, i quali con allontanarsi sempre più dalla medesima, liberano in loro la contraria della inducente, abbandonano cioè la positiva. *Secondariamente* quelle misure, che si hanno dal conduttore mobile, sono le più fallaci, anche per essere le medesime veramente soggette, ovvero alterate, dalle igrometriche condizioni dell'ambiente ; poichè queste condizioni *debbono* alterare gli effetti elettrostatici del conduttore mobile, procedenti principalmente dalla induzione terrestre: *ma non possono* alterare quelli, dati dal conduttore fisso, procedenti unicamente dalla elettricità dell'atmosfera. In fatti, poichè il conduttore fisso, è isolato mediante un coibente, che sempre conduce *assai meno* dell'aria circostante , qual' è appunto il vetro verniciato di cera lacca; perciò qualunque sia la umidità dell'aria medesima, egli è chiaro che il conduttore, se perdesse l'elettrico suo, dovrà esso effettuare questa perdita comunicandolo all'aria; giacchè questa meno assai del vetro verniciato resiste alla elettrica disparsione. Ora, considerando essere la elettricità qualunque dell'atmosfera sempre inesausta, si vede facilmente, che quando avesse luogo la indicata comunicazione o perdita, dovrà il conduttore medesimo acquistare un elettrico equilibrio, del tutto identico a quello dell'atmosfera in cui si trova. Perciò le indicazioni del conduttore fisso, dovranno essere giustamente quelle, che appartengono alla elettricità dell'ambiente; appunto perchè le circostanze igrometriche, rendono lo stato elettrico dell'atmosfera, identico a quello del conduttore fisso, e bene isolato.

6.° « Non so persuadermi, continua dicendo il Palmieri (pag. 87), come » alcuni fisici abbiano potuto dichiarare, che le tensioni che si hanno elevando » o abbassando un conduttore a cielo scoverto, non siano l'effetto della elet- » tricità atmosferica. Bisogna dire che costoro non abbian mai comparato i » risultamenti, non dico già del mio conduttore mobile, ma dell'elettrometro » mobile, con quelli di un conduttore fisso ». Si risponde , appunto perchè queste comparazioni furono fatte, si è giudicato, che col conduttore mobile, gli effetti non sono propri della unica elettricità atmosferica. In prova di ciò basta osservare solo, che quando dal conduttore fisso abbiamo, nelle giornate comuni, elettricità *negativa*, si ottiene sempre dal conduttore mobile la *positiva* ; ora siccome il mobile subisce la influenza elettro-tellurica negativa , e perciò salendo abbandona la positiva , così convien dire che la elettricità manifestata dal conduttore fisso, è solo quella che appartiene all'atmosfera.

7.° L' autore in seguito (pag. 87) , fa osservare « come il conduttore » mobile si accorda in molti casi nelle sue manifestazioni col fisso ». Quindi noi da queste medesime osservazioni, abbiamo un buon argomento, per non posporre al mobile il conduttore fisso.

§. 33.

Per confessione del ch. Palmieri (187), « i meteorologisti, eccetto po-
» chissimi, continuarono ciecamente ad avvalersi dei conduttori fissi, termi-
» nati a punta od a fiamma . . . , l'uso dell'elettrometro di Peltier, rimase
» del tutto inefficace; per la qual cosa tra gli scrittori *moderni*, escluso il
» Quetelet, non trovi chi ti dica qualche cosa di buono, e di vero. . . . Fa
» pena vedere in opere moderne . . . . , sostenere la elettricità negativa che
» si eleva dal mare, e cento altre cose smentite da buone osservazioni. Io
» non la finirei, se volessi ricordare tutti gli errori che si trovano nei libri
» di meteorologia, risguardanti questo tema : non posso leggerli senza esser
» mosso a pietà ». A questo tratto pieno di sicurezza e di energia, rispondiamo chiedendo il permesso di domandare: 1.° Se il conduttore fisso è un mezzo evidentemente fallace; 2.° se l'elettrometro mobile ed il conduttore mobile pur esso, è un *evidente* progresso della meteorologia elettrica, da preferirsi al conduttore fisso; 3.° se gli autori *moderni*, fra' quali, oltre il Quetelet, bisognava esplicitamente escludere anche il P. Secchi, siensi tutti a partito ingannati; 4.° se una discussione *seria* fra i due modi, uno a conduttore fisso, l'altro a conduttore mobile, per assegnare la elettricità dell'atmosfera, siasi ancora eseguita, in guisa da poter concludere *ad evidenza*, essere il conduttore fisso, un erroneo mezzo per l'indicato fine. Dalla difficoltà di rispondere a queste domande, in modo che n'emerga *evidentemente* la esclusiva del conduttore fisso, risulta quello che l'autore ha confessato nel riferito suo brano, cioè: che moltissimi sono ancora i meteorologisti, dai quali (ed a buon dritto) non fu adottato il conduttore mobile invece del fisso, di cui tutt'ora si valgono essi per le ricerche di elettricità dell'atmosfera.

Dice il medesimo fisico : « Ma nel tempo della caduta delle ceneri, si
» notava a conduttore fisso elettricità negativa, ed a conduttore mobile, elet-
» tricità positiva: questa specie di contraddizione svanisce, considerando che
» la cenere, pel solo fatto della caduta, può acquistare elettricità negativa (188)».
Qui si risponde : questa contraddizione svanisce del tutto considerando, che il coduttore mobile, pel *solo fatto* della salita, deve acquistare elettricità posi-

(187) Annali del R. osserv. meteor. Vesuviano. — Napoli 1859, an. 1.°, pag. 12.
(188) Ibidem, p. 44.

tiva. Inoltre il conduttore fisso manifestava il vero, perchè accusava la elettricità negativa della cenere, la quale doveva essere comune anche all'atmosfera, trovandosi la cenere in essa mescolata nel cadere; laonde il conduttore salente accusava il falso.

Il medesimo autore dice « In tempo di pioggia, quando la elettricità passa » da una fase all'altra seguente, mi è occorso talvolta di notare, per alcuni » momenti, che a conduttore fisso la elettricità era già passata da una fase » all'altra, ed a conduttore mobile, persisteva ancora la fase antecedente; ed » in tutte queste congiunture alcune gocciole di pioggia cominciarono a ca- » dere sull' osservatorio : pare dunque molto probabile , che la elettricità » esplorata a conduttore fisso , appartenesse alle gocciole d' acqua (189) ». Qui ancora si deve osservare, che il conduttore fisso diceva la verità, ed il salente indicava il falso; perchè la elettricità negativa delle gocciole d'acqua, doveva comunicarsi all' aria , la quale veniva traversata da quelle gocciole : quindi la elettricità che accusava il conduttore fisso, era pure quella dell'aria, cioè negativa , e la elettricità positiva che manifestava il conduttore salente, si deve attribuire alla salita del medesimo, il quale in questo mentre manifesta la elettricità di abbandono, cioè la elettricità positiva, indotta in esso dalla influenza elettro-negativa tellurica, e resa libera, per la salita del conduttore stesso.

Il Palmieri fa eziandio la osservazione seguente, dicendo: « La invenzione » dell'elettrometro atmosferico a conduttore mobile , fu come un nuovo or- » gano d' investigazione, la cui mercè la meteorologia elettrica, si può dire » veramente nata (190) ».

In *primo* luogo l'elettrometro atmosferico a conduttore mobile, fu inventato, adoperato, e descritto da Cavallo, prima del 1779, il quale nel salire, manifesta quasi sempre positiva la elettricità da esso acquistata (191). Secondo Belli, l' innalzamento dell'asta conduttrice nelle sperienze elettro-atmosferiche, fu immaginata da Saussure; il quale ha in ciò preceduto tutti quei fisici, che oggi adoperano, e propongono un così fatto modo , per le indicate ricer-

---

(189) Luogo citato.

(190) Intorno all' incendio del Vesuvio, cominciato il dì 8 dicembre 1861. Relazione. Napoli 1862, pag. 16.

(191) V. Observations sur la physique , par De la Methérie, ovvero Rozier , t. 13 , pag. 220, an. 1779.

che (192). Ermann, esso pure adoperò il conduttore mobile, facendo salire o discendere un elettrometro nelle sue ricerche sulla elettricità dell'aria (*). Anche Dellmann adoperò nel 1853, l'asta mobile a Kreuznach, per le medesime ricerche (193). Il Peltier innalzava tutto intiero l'elettrometro, che certamente non è altro fuorchè un conduttore mobile (**). Questi fisici adoperavano dunque il conduttore mobile, assai prima del ch. Palmieri, il quale soltanto ne ha reso più comodo l'uso, innalzando un asta conduttrice, congiunta metallicamente con un elettroscopio fisso. In *secondo* luogo, dal considerare che la elettricità della Terra, deve necessariamente influire su tutto ciò che s'innalza sulla medesima, chiaro apparisce che invece di avere dal conduttore salente gli effetti della elettricità dell'aria, si avranno piuttosto quelli della indicata influenza; cioè si avrà sempre, nelle giornate ordinarie, la elettricità positiva, quella già indotta nel conduttore, la quale tanto più si *libera* nel medesimo, quanto più si allontana esso dalla Terra.

Dopo queste ripetute osservazioni, sarà permesso *almeno* dubitare, se la pratica del conduttore mobile, primieramente introdotta da Cavallo, poscia modificata da Peltier, quindi resa più comoda dal Palmieri, abbia veramente fatto nascere la meteorologia elettrica, od invece abbia introdotta una sorgente di errore nella pratica di questa scienza.

Tutto quello che siegue (pag. 17...20), della relazione citata, conferma che i corpi nel seno dell'atmosfera libera, col salire divengono elettro-positivi, e col discendere, acquistano elettricittà negativa, purchè nubi temporalesche non giungano a neutralizzare la influenza elettro-negativa terrestre sui corpi stessi.

Il medesimo autore, in quanto alla elettricità, che manifestano le materie proiettate dal Vulcano, dice: « Non crediamo poi necessario fare ricorso

---

(192) Belli, Corso di fisica, t. 3.°, pag. 703, § 1528. — Voyages dans les Alpes, § 791, 794.

(*) Ann. der Phy. von Gilbert, an. 1803, t. 15, p. 385...418, et Journal de physique an. 12, t. 59, p. 98...105.

(193) Archives des scien. phy., et nat. de Genève, nouvelle période, t. 7, an. 1860, p. 83. — V. anche Poggendorf, Annalen, t. 72, p. 353, e t. 74, p. 499.

(**) Ann. de chim. et de phy., 3.ª série, t. 4.°, an. 1842, p. 400, li. 20, e seguenti. - Vedi anche Cours complet de météorologie de Kaemtz, Paris 1843, p. 494 — e meglio ancora la eccellente opera dell'illustre fisico ed astronomo sig. Quetelet, intitolata: Météorologie de la Belgique, Paris 1867, pag. 205, e seguenti.

» all'attrito , mancando le condizioni d' isolamento , richieste nelle macchine » di Armstrong (194) ». Però è da osservare, che in queste macchine, il getto vaporoso manifesta la elettricità, pure quando la caldaia comunica metallicamente col suolo umido; laonde nelle macchine stesse, per avere dal suo getto vaporoso l'elettrico, non è necessario l' isolamento loro; che anzi sarà maggiore la elettrica tensione del getto , quando la caldaia comunichi col suolo (195). Per questo motivo crediamo, che nella elettricità positiva, manifestata dalle sostanze proiettate in alto dal Vesuvio, e da qualunque altro vulcano, l'attrito delle sostanze medesime, specialmente delle polveri, debba entrare, come una delle cause produttrici della elettricità, manifestata dalle medesime sostanze.

Il ch. autore più volte nominato, profferisce un elogio del suo comparabile elettrometro a *conduttore mobile* (196). Ma noi facciamo riflettere, che assai volte nelle scienze s' incontra un' istromento, ed anche una dottrina, lodata molto, la quale poi, per ulteriori osservazioni e ragionamenti, si riconobbe non soddisfacente; così avvenne degli eudiometri, per la salubrità dell'aria, e così pure della teorica voltaica basata sul contatto, e degli antichi meteorografi di Morland , di Magellan , e di Maguire : così avverrà dell' *antica* teorica sulla elettrostatica induzione, come ancora dei meteorografi moderni, che già negli osservatori di Kew, di Greenwich, e di Stonyhurst, sono posposti a quelli fotografici, e molto più lo saranno in appresso, colla protezione per essi del governo inglese. Al contrario, vi sono degl' istromenti, che non si apprezzarono a bastanza quando furono inventati, e quindi rimasero nell' oblio; ma poscia fu riconosciuta la utilità loro nella scienza; così avverrà della macchinetta elettrica, inventata da Nicholson, e da esso denominata moltiplicatore a rotazione, come ancora dell'elettrometro atmosferico frankliniano.

Il medesimo fisico dice inoltre « Se la cenere cade sull'osservatorio quando » il fumo vada nella stessa direzione, si produce ordinariamente una debole » elettricità negativa; ed in taluni casi trovasi elettricità *negativa*, osservando » il conduttore fisso , ed elettricità *positiva* osservando il *conduttore mobi-* » *le* (197) ». Si rifletta che la elettricità della cenere dev'essere unica, e *negativa*;

---

(194) Relazione citata intorno all' incendio del Vesuvio, pag. 21.

(195) De la Rive, Traité d'électricitè, t. 2.°, pag. 563, li. 22.

(196) Comptes Rendus, t. 54, an. 1862, p. 284, nota (1).

(197) Opera citata, pag. 285, li. 23.

perchè i corpi avvicinandosi alla Terra divengono elettro-negativi. Da ciò discende che il conduttore fisso indicava la vera elettricità dell'ambiente, il quale deve avere la elettricità in comune, con quella della cenere. Il conduttore mobile poi, mentre si allontanava dalla Terra per innalzamento, doveva manifestare la elettricità positiva, indotta prima in esso dalla Terra stessa, e quindi abbandonata , ovvero divenuta libera per l'allontanamento.

Inoltre il ch. fisico stesso, si esprime dicendo « La legge semplicissima, » colla quale l'elettricità atmosferica si manifesta in tempo di pioggia, sco- » perta, già alcuni anni sono all'osservatorio vesuviano , mercè l'apparecchio » a conduttore mobile, bastava di per se sola a far intendere, in quali con- » giunture si deve avere nell' aria l'elettricità negativa (198) ». Questa scoperta , poichè basata sull'uso del conduttore mobile , cioè salente, non può del tutto ammettersi ; giacchè il conduttore medesimo , come già fu in più luoghi dimostrato, non può dare la vera elettricità dell'atmosfera; ma invece manifesta la risultante delle due, una quella indotta in esso conduttore dalla elettro-tellurica, e divenuta libera per l' innalzamento del medesimo, l' altra quella che appartiene all'atmosfera.

Il fisico nominato riferisce anche a questo modo : « Per la qual cosa » dopo tante osservazioni, fatte con metodo preciso, e da un sito opportuno, » potei francamente impugnare la voluta elettricità negativa del ciel sereno, » ed anco la esistenza di nubi, dotate di questa elettricità come lor propria, » sostenendo , che la elettricità *negativa* si appalesa solo colla caduta della » pioggia, della grandine, o della neve, per effetto dell' influsso dell'elettricità » positiva, che copiosa si svolge, col risolversi delle nubi in acqua (199) ». La elettricità negativa a ciel sereno s' incontra tanto più frequente , quanto più il luogo delle osservazioni è basso. Ciò viene dimostrato dal periodo elettro-atmosferico *diurno qualitativo*, da me riconosciuto in Roma nella stazione della università, ed anche in quella di villa Ludovisi. Del resto, poichè la indotta *non può tendere affatto* ; così quando la negativa si volesse ripetere dall'effetto dell' influsso della *positiva*, che copiosa si svolge, secondo l'autore, col risolversi delle nubi in acqua, si commetterebbe l'errore di accordare alla

---

(198) V. Bullettino meteorologico, dell'osservatorio del collegio romano, vol. 2.°, N. 15, an. 1863, p. 113; ed anche Rendiconto dell'accademia delle scienze fisiche, e matematiche di Napoli, an. 2, fasc. 8, di agosto, 1863, p. 197, e 198.

(199) Bullettino citato, li. 14 salendo.

negativa *indotta* la facoltà di tendere, contro quello che in più guise da me fu dimostrato.

La elettricità negativa a ciel sereno, impugnata dall'autore, viene ammessa dalle sperienze fatte a conduttore fisso, come vedremo anche meglio in appresso. Inoltre questa medesima elettricità fu riconosciuta da Pouillet (*), il quale dice « On croit même et c'est une opinion assez généralement ado-
» ptée, on croit que sous un ciel serein l' électricité de l' air est plus ordi-
» nairement positive, et que elle augmente d' intensité à mesure que l' on
» s'élève. Les diverses série d' expériences que j' ai eu occasion de faire, ne
» conduisent pas à une conséquence aussi absolue: c'est un sujet de recher-
» ches très-intéressent pour les météorologistes. Il se pourrait bien, du reste,
» que l'air serein fût électrisé positivement dans certaines saisons, et néga-
» tivement dans d'autres; et peut-être aussi cet état électrique n'est-il pas le
» même dans tous les climats ». In tutto ciò noi conveniamo completamente.

Anche sperimentando con un conduttore salente, cioè coll'elettrometro di Peltier, si è riconosciuta, qualche volta, la esistenza della elettricità negativa nell'aria, quando è serena. In fatti il ch. Quetelet dice (**) « Dans ce moment la
» boule supérieure sépare le deux électricités qui la couvrent et présente à sa
» partie supérieure de l'électricité *positive*, si l'air est électrisé négativement,
» comme il arrive d'ordinaire »; ed a pag. 212, lin. 7, salendo, inoltre dice
« *L'électricité negative* pouvant être considerée comme appartenent à un état
» tout spécial de l'air »; ed a pag. 213, lin. 8 « Mon fils qui continue ré-
» gulièrment chaque jour ces mêmes observations depuis 1856, m'a fait con-
» naître que, pendant un des mois de l'année 1866, il a eu l'occasion d'ob-
» server, sans cause apparente, trois fois l'électricité dans un état négatif ».

Inoltre, dobbiamo riflettere, contro quelli che negano del tutto la esistenza di elettricità negativa del cielo non turbato fortemente, che questa elettricità può essere alcune volte l'effetto della influenza elettro-negativa tellurica sull'aria, ed anche in altri casi, l'effetto della conducibilità dell'aria, non bastantemente secca, per la quale il negativo terrestre viene condotto in alto, cioè nello strato dell'atmosfera, nel quale si sperimenta.

Non possiamo neppure convenire col nostro chiaro autore, riguardo al negare con esso la esistenza di nubi, dotate di elettricità negativa, la quale an-

---

(*) Élem. de phy. Paris 1856, t. 2.°, p 795, li. 13.
(**) Météorologie de la Belgique, Paris 1867, pag. 207, li. 15.

che può nascere in una nube, tanto per la influenza elettro-positiva di un altra sulla prima , seguita dalla dispersione della omologa , quanto per l' avvicinamento di una nube alla Terra. Noi per conseguenza, in quanto alla elettricità negativa delle nubi, adottiamo le idee, sia di Peltier, sia dell' illustre Quetelet. Il primo di questi due fisici, nella sua memoria, che ha per titolo « Recherches sur la cause des phénomènes électrique de l' atmosphère (*), dice, p. 431, li. ultima « en un mot, il y a des nues transparentes, les unes » chargées d'électricité *résineuse*, les autres chargées d'électricité vitrée, et » intermédiairement des espaces neutres qui en sont les éclaircies » ; ed a pag. 433 (22.°) « Les pluies provenant des nnages *résineux* sont plus abon- » dantes, que celles provenant des nuages vitrés... et c'est sous l' influence des » masses de nuages *résineux* que naissent les tempêtes, et les inondations ». Troveremo confermata la esistenza di nuvole cariche di elettricità negativa nei paragrafi 45, 46, 52, 53, 57, e 58, della citata memoria del medesimo autore.

Il secondo dei citati fisici, nella sua recente opera pregievolissima, intitolata « Météorologie de la Belgique, comparée à celle du Globe par A. Que- » telet, Paris 1867, p. 245, li. 8, dice: Seulement ce savant (il ch. Palmieri) » ne va-t-il pas trop loin en niant absolument l' existence de nuages char- » gées d'électricité négative et en limitant la durée de l'époque, ou l'on ob- » serve de l'électricité positive, à celle où il tombe de la pluie? J'ai observé » bien des fois la chute de la pluie pendant que l' électromètre accusait de » l'électricité négative; j'en cite ici quelques exemples, et pendant l' impres- » sion de ce mémoire, j'en ai observé de nouveaux ». Ed a pag. 257 l'autore medesimo continua dicendo « M. Palmieri nie absolument l'existence des » nuages négatifs... Ces idée me semblent trop exclusives: je ferai observer » seulement, que le Vésuve est plutôt un lieu destiné à reconnaître les effets » *accidentels* de l'électricité, qu' à établir sa marche régulière. Le lieu d'ob- » servation est tout à fait anormal ».

Credeva eziandio Volta, che trovandosi nell'atmosfera più nubi ad altezze diverse non solo, ma elettrizzate diversamente, le superiori fossero piuttosto elettrizzate in più, mentre lo fossero in meno le inferiori (**). Howard ammetteva, che durante la pioggia, vi sia nella inferiore atmosfera un generale stato

---

(*) Ann. de chim. et de phy. 3.ª série, t. 4.°, p. 389.
(**) V. Collezione delle opere di Volta, t. 1.°, parte 2.ª, p. 406, e 407.

negativo (*). Cavallo in una osservazione fatta dal medesimo col cervo volante, fra due rovesci di pioggia, seguitando però anche allora a piovere, trovò che la elettricità positiva, manifestata dallo strumento, e dipendente al certo dallo stato delle nubi superiori , si cangiò in negativa molto forte, all'arrivo di un grande cumolo, e si mantenne tale, sino a che il cumolo rimase al di sopra del cervo volante (**). Il paragrafo 1568 del Belli, opera citata t. 3.°, contiene quello che abbiamo qui riferito; ed altro ancora da esso giustamente osservato, per concludere la esistenza di nubi elettrizzate negativamente.

Dice inoltre il ch. Palmieri « Credo inutile poi il dichiarare come la » elettricità negativa, possa eziandio aversi quando cade la pioggia sul luogo » delle osservazioni; poichè questa accenna ad altra pioggia più intensa che » si trovi ad una certa distanza (200) ». In generale, il negativo che si ottiene *il più delle volte* dalla pioggia sul luogo delle osservazioni, dipende non già, come qui si asserisce, dalle pioggie lontane; bensì dal principio generale, che i corpi mentre discendono nell'aria libera, sempre divengono elettro-negativi; perciò la pioggia , la grandine , la neve , sono precipitazioni elettro–negative, salvo alcuni casi di eccezione, come per es. quando le nubi da cui precipitano sieno elettro-positive fortemente.

§. 34.

Nell'anno primo (1859) , degli Annali del reale osservatorio meteorologico vesuviano (pag. 38, lin. 6 salendo), il ch. Palmieri enuncia la seguente legge, come da lui scoperta (pag. 39, lin. 3), nel 1853, cioè che « *ove cade* » *la pioggia si ha forte elettricità positiva con una zona intorno di elettri-* » *cità negativa, seguita da un'altra di elettricità positiva, la quale rapida-* » *mente declina in intensità , quasi tendendo a divenir nulla ad una certa* » *distanza* ».

Osserviamo in *primo* luogo, che Howard anteriormente al 1837, fu il primo ad immaginare questa presunta legge « Eravi nell'atmosfera, dice questo » fisico (201), un nembo di assai semplice struttura, il quale veniva da Nord-

(*) Phil. Mag. di Tilloch, t. 17, p. 10.

(**) Ibidem.

(200) Bullettino meteor. del collegio rom. vol. 2.°, an. 1863, p. 113, li. 21.

(201) Belli, Corso elem. di fisica sper.°, t. 3.°, an. 1838, p. 747, lin. 13, salendo, — V. anche, Bibl. Britann. t. 50, pag. 30.

» Est verso l' osservatore , lasciando cadere una copiosa e folta grandine ,
» mentre nelle altre parti , l' aria si mostrava trasparente. Durante un tale
» ravvicinamento, non si ebbero segni elettrici da una spranca frankliniana,
» in sino a che , il contorno del cappello del nembo , non arrivò allo zenit
» dell'osservatore. In questo momento, e mentre il cadere della grandine era
» ancora a tre miglia di distanza, si *cominciarono* ad avere de' segni di elet-
» tricità *negativa*, i quali crebbero sino a dare delle buone scintille ai corpi
» accostati alla inferiore estremità della spranga. Avvicinatosi il temporale
» ancor più, i segni negativi diminuirono, sino a cessare del tutto. All'arri-
» vare della grandine, la quale era mista a qualche goccia di pioggia, l'elet-
» tricità si cangiò in positiva , e si aumentò sino a divenire più forte della
» negativa precedente , e si mantenne tale durante tutto il tempo del pas-
» saggio della grandine sopra l'apparecchio , e si dissipò per gradi all'allon-
» tanarsi di nuovo di essa grandine. Si ebbe quindi nuovamente elettricità
» negativa, la quale, dopo cresciuta ad una grande intensione, tornò ad in-
» debolirsi. Finalmente allontanandosi il temporale dalla banda di Sud-Ovest
» si ebbe una leggiera elettricità positiva ». Per ispiegare queste variazioni,
» suppone Howard che la grandine cadente formasse una colonna elettrizzata
» in più, di un diametro da sei a sette miglia inglesi, e che questa colonna
» fosse circondata tutto all' intorno da un inviluppo cilindrico della grossezza
» di circa tre miglia , ove prevalesse l'azione dell'elettricità negativa. L'elet-
» tricità positiva centrale, viene attribuita anche da Howard , a una discesa
» della ordinaria elettricità dalle alte regioni dell'atmosfera, la quale venisse
» giù condotta pel nembo ». Non può negarsi adunque, che l'anteriore con-
cetto di Howard, coincide con quello posteriore del Palmieri, anche per ciò
che riguarda la distanza cui la influenza della nube agisce.

Secondo Belli, quelle parti dell'atmosfera e del suolo influiscono elettri-
camente sopra un elettrometro, le quali sono alla distanza di *sessanta* o *set-
tanta* miglia, mentre tutte le altre parti, che sono fuori di questa sfera di azione,
non influiscono più sensibilmente sull' istromento (202). Dunque 1.° l'azione
elettro-atmosferica ed elettro-tellurica, a distanza grande sugli strumenti, fu
riconosciuta eziandio da Belli prima del 1838 , cioè molto prima che fosse
riconosciuta dal ch. Palmieri, e fu da quello riconosciuta eziandio più grande;
poichè il secondo la fa giungere sino a sole 30, od a 40 miglia (203). 2.° Da

(202) Corso elem. di fisica sper., t. 3, p. 712, § 1538.

(203) Bull. met. del Coll. rom. , vol. 2, an. 1863 , pag. 113. — Ann. del R. osserv. Vesuviano, anno 1, del 1859, pag. 39.

tutto ciò siamo condotti ad ammettere, che la Terra influisce sopra un conduttore mobile, anche sino all'altezza di settanta miglia; quindi sarebbe soltanto fuori di quest' altezza, che un conduttore isolato potrebbe allontanarsi dalla Terra, od avvicinarsi alla medesima, senza manifestare gli effetti provenienti, dalla influenza elettro-negativa di essa. Per tanto il conduttore salente, dovrà in quelle piccolissime distanze dalla Terra, nelle quali si fa muovere, incontrare una forte influenza dalla elettricità terrestre. Dunque il conduttore mobile non può servire a manifestare la elettricità dell'atmosfera.

Secondariamente comincia la indicata legge con asserire « *che ove cade* » *la pioggia, si ha forte elettricità positiva* », inoltre a pag. 39, dei citati Annali del reale osservatorio meteorologico vesuviano lin. 21, si dice « In- » contra *tal volta* il caso di avere elettricità negativa durante la caduta della » pioggia sul luogo delle osservazioni ». Questi asserti, sono contro il fatto delle sperienze, almeno di quelle istituite a conduttore fisso, dalle quali si rileva, che nelle precipitazioni atmosferiche, la elettricità dagli elettrometri accusata, è *il più delle volte negativa*; e così dev'essere, perchè i corpi avvicinandosi alla Terra, sono da essa indotti negativamente. A me sembra che i distintissimi scienziati Quetelet e De la Rive, colgano nel vero, non escludendo la esistenza di nubi elettrizzate negativamente, e riconoscendo, che per una nube negativa, le fasi elettro–atmosferiche, debbono verificarsi al contrario di quello sopra esposto (204); e qui si avverta che questo contrario, dev'essere il più frequente. Ma concedendo, anche per un istante, la non esistenza di nubi elettro–negative, ed ammettendo che la nube mentre si risolve in grandine, od in acqua, debbano tali precipitazioni essere elettro-positive; ciò nulla ostante può accadere, ed è il caso più frequente, che avvicinandosi esse alla Terra, la influenza elettro-negativa di questa, le renda negative; come anche non escludiamo il caso, ed è il meno frequente, che la influenza ora indicata, non basti a renderle negative. Quindi è che le variazioni qualitative manifestate dagli elettrometri, durante le indicate precipitazioni, sarebbero a questo modo perfettamente spiegate.

Nei citati Annali (pag. 39, lin. 12), si dice « Per aversi dunque elet- » tricità negativa, tanto a conduttore fisso, quanto a conduttore mobile, è » assolutamente necessario, che ad una certa distanza dal luogo delle osserva- » zioni cada la pioggia, la grandine, o la neve; e però la elettricità negativa

(204) Annali citati, pag. 40.

» nasce solo per influsso della copiosa elettricità positiva che si svolge, quando
» le nubi si risolvono in pioggia od in neve, e non mai si hanno nubi do-
» tate di elettricità negativa loro propria , come spesso se le immaginarono
» i meteorologisti, fondandosi o sopra ipotesi arbitrarie, o sopra osservazioni
» malamente eseguite ».

È accaduto in vece a me più volte, di avere dal conduttore frankliniano, elettricità negativa, per appressarsi al medesimo una nube densa, ed i negativi che si ottengono con questo mezzo a cielo non burrascoso, per molti giorni mantenuto tale, dimostrano che il negativo elettro-atmosferico si può verificare senza precipitazioni, o di neve , o di grandine , o di pioggia lontana. Si aggiunga che la elettricità negativa , nata per influsso della copiosa elettricità positiva, che secondo il ch. Palmieri, si svolge quando le nubi si riducono in pioggia, o neve, consiste in una elettricità INDOTTA, la quale così restando, non ha tensione, quindi non può nè comunicarsi, nè indurre; perciò non può essere accusata dagli elettroscopi.

Si continua così nei citati Annali (pag. 40, lin. 26) « Ora col passaggio delle
» nubi sull'osservatorio, le quali spesso sono basse in modo da trovarmi in
» esse inviluppato per molti giorni consecutivi, non ho mai avuta elettricità
» negativa ». Ciò non si oppone alle viste di Quetelet e di De la Rive, perchè forse le nubi essendosi prodotte da vapori, che si sono innalzati dal mare, hanno in loro una elettricità positiva, come la posseggono i conduttori tutti che salendo si allontanano dalla Terra elettro-negativa. Se quelle indicate nubi, dopo aver soggiornato alquanto all'altezza indicata, e perciò dopo avere perduta una parte dell'elettricità positiva loro , fossero discese , certo avrebbero prodotto in un conduttore, posto nell' isolamento, una elettricità negativa.

In *terzo* luogo, sulla indicata legge, si prosiegue dicendo « *con una zona*
» *intorno di elettricità negativa, seguita da un altra di elettricità positiva* »: Se così fosse, i primi segni che deve dare l'elettrometro atmosferico, quando ad esso avvicinasi la nube, debbono essere di natura elettrica, eguale alla omologa della nube inducente; perchè questa deve *precedere* sempre tutte le altre, come sappiamo dalla teorica della elettrostatica induzione. Perciò dovranno i primi segni dell'elettrometro essere positivi; perchè positiva è per ipotesi la elettricità inducente della nube. Inoltre poichè in questa medesima ipotesi la elettricità negativa, da cui la nube viene circondata, è una elettricità *indotta*, e perciò priva di tensione; così non dovrebbe mai l'elettrometro atmosferico dare segni di elettricità negativa, purchè non diminuisca la induzione procedente dalla nube.

Nel caso poi che questa induzione diminuisca , dovranno sempre nell' elettrometro durare i segni di elettricità positiva, cioè omologa della inducente; la quale finchè la nube conserva una carica positiva , impedisce la totale libertà della indotta negativa. Ma nelle indicate sperienze, cioè tanto in quella riferita precedentemente di Howard, quanto nell'altra indicata dal ch. Palmieri (205), le prime e più forti manifestazioni di elettricità dell' elettrometro, furono negative; perciò la seconda parte della legge formulata da questo fisico, si trova in opposizione colle sperienze stesse, le quali non indicano punto, la esistenza di quella zona elettro-positiva, che deve precedere le altre tutte, da cui viene circondata la nube procellosa elettro-positiva. Dunque a me sembra che le due sperienze qui riferite, quando fossero state fatte senza eccezioni, cioè col conduttore *fisso*, e non col mobile, come le fece il ch. Palmieri, per iscoprire la indicata pretesa legge (206), dovrebbero spiegarsi, o col ricorrere alla influenza terrestre, od anche, ammettendo che la nube in principio sia stata negativa, e poi sia divenuta positiva. Poichè vediamo in molti casi, da una stessa nube *temporalesca* precipitazioni, le quali da un momento all'altro cangiano la natura della elettricità, da esse comunicata ad un conduttore *fisso*, ed i casi medesimi sono assai frequenti. Potrebbero cioè nel primo caso spiegarsi le indicate sperienze, supponendo che la pioggia o la grandine, sebbene procedente da una nube positiva, ciò nulla ostante, per la sua discesa, cioè per avvicinarsi alla Terra, sia divenuta negativa tanto forte, da influire sull'elettrometro, assai più della nube stessa; la quale, giunta vicino all'elettrometro, fece poi manifestare a questo elettricità positiva.

La sperienza qui ricordata dal ch. Palmieri , viene da esso riferita con queste parole « Il giorno 27 luglio p. p. (1863) verso il mezzo giorno co-
» minciai ad osservare forte elettricità negativa con un cielo sereno purissimo,
» dominando un vento di N. O, che aveva la velocità di 10 metri a minuto
» secondo; cotesta elettricità negativa crebbe sino a 90° del mio elettrometro
» comparabile, e si sostenne per circa tre ore (207) ». Ora poichè la serenità visibile del cielo si mantenne sempre, a confessione dello stesso autore; così noi possiamo concludere, che questa sperienza prova una volta di più, potersi

(205) Bullettino meterologico del Collegio romano, vol. 2, del 1863, pag. 13.

(206) Bullettino meteorologico dell' osserv. del Collegio romano del 15 agosto 1863, vol. 2, pag. 113.

(207) Bullettino citato, pag. 113, li. 6.

avere dall'atmosfera la elettricità negativa, essendo tuttavia sereno il cielo visibile da una specola molto elevata, e non si distrugge questa conclusione dal sapersi che a 30 miglia distante dalla specola eravi un temporale, perchè la conclusione stessa riguarda un fatto, e non la sua causa. Inoltre siccome la elettricità negativa dell'atmosfera, si ottiene da un conduttore fisso, *in mclti casi* periodicamente, cioè sul far del giorno, e sull'avvicinarsi della notte, senza grande turbamento atmosferico, perciò non possiamo ammettere la espressione seguente del nominato fisico, il quale dice « potei francamente impugnare la » voluta elettricità negativa a ciel sereno. . . (208) ». Dato e non concesso, che la causa del negativo in proposito, sia sempre un temporale alla distanza di molte miglia, forse per questo non sarà vero che l'atmosfera ove si osserva, sia negativa, ed a ciel sereno? Ogni effetto deve avere una causa, nè perchè questa si è trovata, si potrà negare ciò che appartiene all'effetto manifesto. Inoltre il negativo di cui si parla, può procedere da cause diverse, e non unicamente da quella, che il ch. Palmieri gli assegna. Una nube positiva lontana dal nostro zenit, rende positiva l' aria che circonda l' asta del nostro elettrometro, sia mobile o fissa; e bene, per questo non si dovrà riguardare proprio dell'aria medesima, il positivo accusato dall' istromento? Certo niuno negherà essere tale stato, proprio dell'aria.

In una Nota, che ha per titolo « Sull' origine dell' elettricità atmosferi- » ca (209) », l'autore medesimo riferisce quanto siegue « . . . dopo di avere » *inventato* un apparecchio, la cui mercè si possono avere osservazioni pre- » cise, e comparabili, cominciai a scoprire fenomeni e leggi, di cui non ave- » vasi alcuna notizia, coadiuvato in ciò dalla opportunità del sito, sotto il » nostro limpido cielo, tra il continente ed il mare, all'altezza di 637^m sul » livello di questo, da scuoprire un orizzonte vastissimo ». In quanto alla invenzione di un apparecchio a conduttore mobile, già vedemmo (§ 33) a chi devesi attribuire. Inoltre osserviamo che le annunziate scoperte, le quali vengono dichiarate in appresso nella citata nota, poichè rivelate da un mezzo fallace, qual'è il conduttore mobile, non possono conciliarsi la fiducia di chi vede imparzialmente nelle ricerche di elettricità dell' atmosfera. Inoltre l'osservare in luogo molto elevato, è cosa ben fatta, ma queste osservazioni bisogna

---

(208) Bullettino citato, pag. 113 li. 12 salendo.

(209) Rendiconto della R. accademia delle scienze fisiche e matem. di Napoli, Fascicolo 2, Giugno 1862, pag 3, li. 5, della Nota estratta da esso.

che sieno accompagnate da quelle istituite contemporaneamente in luogo basso. La elettricità dell'aria è una variabile in quantità, ed in qualità, dipendentemente delle circostanze locali, sieno topografiche, sieno fisiche; quindi è che quelle leggi le quali si verificano in un luogo, possono mancare in un altro; e ad ogni stazione possono appartenere leggi di atmosferica elettricità diverse, quando sieno diverse in parte, od in tutto, le indicate circostanze. Finalmente ripeteremo (§ 33) con Quetelet, che debbono riguardarsi quali eccezioni, quei risultamenti elettro-atmosferici, che si ottengono in vicinanza di un vulcano.

Lo stesso autore continua così « .... e per giunta raramente fu possibile » avvedersi che ove cade la pioggia, ci ha sempre copioso svolgimento di » elettricità positiva, perocchè i conduttori fissi avendo per lo più isolatori » esterni, perdono tosto colla pioggia il loro isolamento; e poi osservando a » quel modo si fanno sempre troppo perdite . . . . Non avviene così al con- » duttore mobile, che permette di osservare con agio mentre cade la pioggia » senza mai perdere il suo isolamento (210) ». Se nel conduttore fisso il cappello che ricuopre la colonna di vetro verniciato con cera lacca, sia convenientemente costruito, la pioggia non potrà mai bagnarla, e l' isolamento necessario e *sufficiente* non mancherà mai mentre piove. Con questo conduttore si trova manifestata, per lo più, negativa la elettricità che la pioggia comunica al conduttore medesimo, e nelle pioggie temporalesche spesso avviene, che questa elettricità si trova essere alternativamente, ora positiva, ed ora negativa. Può accadere alcune volte, coll'elettrometro a conduttore fisso, che durando la pioggia, cessino i segni di elettricità; ma in questo caso non è la cessazione dell' isolamento la causa del fenomeno, bensì la mancanza di elettricità nella pioggia stessa, per effetto della mancanza d' isolamento nell' *ambiente* in cui la pioggia cade. Il conduttore fisso può essere non meno bene isolato del mobile, però questo non accuserà mai la vera elettricità dell'atmosfera, nella quale si trova immerso, bensì quello.

Prosiegue l'autore stesso col dire « È chiara finalmente la ragione della » più scarsa elettricità atmosferica nella stagione estiva, ed in pari tempo » s' intende come le pioggie in questa stagione, debbano più facilmente riuscire » procellose, con manifestazioni elettriche le più cospicue. La natura dunque » assai chiaramente dice, a chi bene la osserva, che quando i vapori si ri-

---

(210) Nota citata, pag. 4, li. 23.

» solvono in acqua, ci ha svolgimento di elettricità positiva (211) ». In vece a noi sembra la natura dire, a chi bene la osserva, che i vapori salendo divengono positivi tanto più, quanto più salgono; e quindi passando in acqua, conservano il positivo acquistato, il quale si manifesterà, se la induzione elettrotellurica negativa, che subisce la pioggia col cadere, non distrugga del tutto il precedente positivo; ma questa distruzione avviene il più delle volte. Riguardo alla copia di elettricità nell'aria, maggiore in inverno, e minore in estate, osserviamo che non mancano eccezioni a questa regola ; poichè Wartmann riconobbe una elettro–atmosferica tensione molto forte, osservata da esso nei mesi di giugno, luglio, e agosto del 1858, nella Svizzera; ed attribuì giustamente questo fatto, alla evaporazione assai copiosa, che ivi si verificò in questi mesi (*).

L' autore medesimo istituì una sperienza, per trovare quale sia la elettricità che si svolge dal condensamento dei vapori : quindi asserisce che dalla sperienza medesima « si vedea piccola ma costante tensione di elettricità po-
» sitiva, annunziata dal moto della foglia d'oro (212)». In questa sperienza certo ha luogo il sollevamento del vapore, il quale come tutti gli altri corpi che salgono, si mostrano positivi, per effetto della elettricità negativa terrestre, come più volte si è detto.

« Le osservazioni da me fatte, dice lo stesso fisico, sul periodo diurno
» (quantitativo) , e sulle condizioni dei massimi e dei minimi , sono confer-
» mate da quelle di recente istituite in Roma dal p. Secchi; il quale con quel
» fino discernimento che lo distingue, sta dando un nuovo impulso alla me-
» teorologia elettrica (213) ». Il celebre p. Secchi, quantunque possegga un finissimo discernimento, adopera tuttavia come il Palmieri, il conduttore salente, che non è affatto acconcio per denotare la elettricità dell' atmosfera , nè in qualità, nè in quantità, come in più guise abbiamo già dichiarato.

E da ultimo, egli continua dicendo, «come si darebbe ragione della mag-
» gior copia di elettricità nel verno, in confronto colla state ? (214) » Questa maggior copia di elettricità nel verno, relativamente a quella in estate ,

---

(211) Nota citata, pag. 5, li. 18.
(*) Cosmos, t. 12, an. 1858, p. 116.
(212) Nota medesima, pag. 6, li. 6.
(213) Ibidem, pag. 11, li. 10.
(214) Ibidem, pag 12, li. 3.

rilevasi dagli elettrometri a conduttore salente ; ma con quelli a conduttore fisso, munito di condensatore a pile secche , *mi pare* che in molti casi non si rilevi. Ciò potrebbe dipendere dall' essere la Terra nel verno più negativa che in estate, come anche dall'essere la evaporazione terrestre minore in inverno, e maggiore in estate ; ma non vogliamo su ciò concludere definitivamente, non avendo noi sperimentato a bastanza per questa ricerca.

Prosiegue l'autore col dire « per la qual cosa io mi penso, che i vapori » che si elevano dal suolo allo stato aeriforme, non portino tensione di sorta, » giacchè essa si neutralizza ben presto in contatto del suolo; ma quando i » vapori liberi nell'aria sono costretti ad addensarsi, allora svolgono elettricità » positiva , onde il condensamento dei vapori , e massime la riduzione loro » allo stato liquido, è la vera cagione prossima della elettricità che si mani- » festa nell'aria (215) ». Qualunque corpo sia solido , sia liquido , sia fluido elastico, elevandosi dalla Terra nell'aria libera, manifesta la elettricità positiva, quanto più s' innalza , e non ha qui luogo veruna neutralizzazione ; purchè l'atmosfera non sia temporalesca , o negativa , ed anche purché non cada la pioggia, od altro. Perciò mi sembra, che la principale causa dell' atmosferica elettricità, si debba riconoscere nel fluido elettrico positivo, che portano seco i vapori, quando sollevansi dalla Terra, e non già nella riduzione allo stato liquido dei vapori stessi.

Asserisce l'autore che « nella state la elettricità dell' atmosfera è gene- » ralmente scarsa (216) ». Torniamo qui a riflettere, che quando ciò si verificasse unicamente col conduttore salente , non sarebbe un fatto bene accertato ; perchè la elettricità della Terra influisce sui conduttori mobili. Ciò si è da noi dimostrato in più guise; ma questa verità fu riconosciuta eziandio da Peltier, il quale nella sua memoria, che ha per titolo « Recherches sur la cause des phénomènes électriques de l'atmosphère (*), ritiene come dimostrato ad evidenza, che la Terra influisca sui conduttori mobili, alterando gli effetti della vera elettricità atmosferica sui medesimi (p. 395, § 18...). Lo stesso meteorologo in fatti (mem. citata, p. 394, li. 6 salendo) dice « L' indication » de l' instrument n'est point la mesure de l' influence électrique, mais celle

---

(215) Opera citata, pag. 12, li. 14.
(216) Ibidem, li. 23.
(*) Ann. de chim. et de phy., 3.^{e} série, t. 4.^{e}, an. 1842, p. 389.

» de ce qui n'a pu s'éculer par l'aire humide », ed a p. 401, li. 17, dice ancora « La cause de cette difference provient de ce que l'action du globe croit plus » vite sur le bout inferieur de la tige que sur le bout superieur », il medesimo autore a pag. 402, li. 11, così esprimesi « On voit par ce qui précède » qu' il en est dans la nature comme sous l' influence d' un corps électrisé ; » on n'obtient dans l'atmosphère qu'un distribution inégale d'électricité prou- » venant de l' action resineuse de la terre ».

Il ch. Palmieri continua col dire « Se si guardi il solo fatto del- » l'evaporazione, convengo che si ricorrerà ad una causa insufficiente a fare » intendere la prodigiosa copia di elettricità dell'atmosfera; perocchè la elet- » tricità negativa del suolo deve in breve equilibrarsi . . . . (217) ». Qui si ammette che la Terra sia elettro-negativa, e poi niuna importanza si attribuisce a questa elettricità , rispetto ai corpi che nell' isolamento si allontanano dalla Terra stessa , e che debbono essere influenzati dalla elettricità sua , quanto più sono alla medesima vicini , dovendo abbandonare tanto più la indotta, quanto più sono lontani.

§. 35.

Nel Bullettino dell' associazione nazionale italiana di un mutuo soccorso degli scienziati, letterati , ed artisti (218), si legge quanto siegue « Il prof. » Palmieri in una sua memoria difende il metodo del conduttore mobile per » le osservazioni di meteorologia elettrica, contro le obbiezioni mosseggli dal » prof. Volpicelli, e combatte l'opinione di costui, che la terra sia come vuole » Peltier originariamente elettrizzata di elettricità negativa, dimostrando in- » vece che la terra prende sempra una elettricità opposta a quella dell'aria ». Non sempre la elettricità della Terra, si oppone a quella dell'aria; giacchè la elettricità di questa, molte volte si trova essere negativa, come la terrestre. Inoltre già vedemmo in più luoghi , che anche il Palmieri ammette la esistenza dello stato elettro-negativo terrestre; da ultimo abbiamo già dimostrato, e lo dimostreremo in appresso anche meglio, che il conduttore mobile non è acconcio a determinare la elettricità dell'aria.

---

(217) Opera citata, p. 13, li. 7.

(218) Napoli, dispensa IV, pag. 253, pubblicata nel 7 agosto 1863, dallo stabilimento tipografico, vico Ss. Filippo e Giacomo, num. 26.

Nel Rendiconto dell'accademia delle scienze fisiche e matematiche della società Reale di Napoli (219) il ch. prof. Palmieri fa osservare che « L'ap- » parecchio a conduttore mobile, da esso adoperato nello studio della elettri- » tricità atmosferica, raccolse i suffragi di uomini autorevoli, e specialmente » quelli del ch. p. Secchi ». Faremo anche dalla parte nostra osservare in appresso, che non mancano scienziati, per lo meno di eguale autorità, i quali ancora si attengono al conduttore fisso, e non adottano il mobile per l' indicato studio. Diremo per ora, che l' illustre Airy, nel R. osservatorio di Greenwich, da esso diretto, ed il chiarissimo W. Thomson, che tanto si è occupato di elettricità atmosferica, non si servono affatto del conduttore mobile in queste ricerche (220). Confessa lo stesso Palmieri « . . . esservi dei meteorolo- » gisti, che continuano ciecamente ad avvalersi dei conduttori fissi, terminati » a punta od a fiamma (221) ». Dunque non mancano partigiani del conduttore fisso, dai quali si reputa il mobile non adatto; e noi crediamo che i medesimi soltanto battano la via del vero, nelle ricerche di elettricità dell'aria. Abbiamo due sommi oracoli, che riguardano erroneo l' uso del conduttore mobile, nelle ricerche di atmosferica elettricità, e sono il ragionamento, e la sperienza esattamente istituita: questi oracoli valgono più di quei viventi, dai quali è l'uso medesimo applaudito.

Il Riess per supplire ai *pretesi* difetti dell' asta fissa, propone applicare a questa una fiamma, e non un conduttore mobile (222). A Kew presso Londra, si adopera tanto la punta fissa, quanto la fiamma fissa, non già s fa uso del conduttore mobile, e secondo il Riess (223), l' apparato elettro-atmosferico di Kew, è il più perfetto di questa specie di strumenti: altrettanto dice il De la Rive (224). Ecco pertanto altri oracoli, che pure meriterebbero di essere apprezzati, nel decidere intorno all'attuale quistione.

Il ch. Palmieri nell'ora citato Rendiconto, fa note alcune nuove modificazioni, da esso arrecate al conduttore mobile, per migliorarne le indicazioni

---

(219) Anno V, pag. 245, e seguenti, adunanza del 14 luglio 1866.

(220) Ann. de chim., et de phy., 4.e série, an. 1866, t. 7.e, pag. 148, e seguenti.

(221) Annali del reale osservatorio meteorologico vesuviano, anno 1, del 1859, p. 12, lin. 21 salendo.

(222) Die Lehre von der Reibungselektricität, Berlin 1853, t. 2, § 1034, p. 497.

(223) Ibidem.

(224) Traité d'électr., t. 3.e, p. 101.

elettro-atmosferiche. Se però, come noi crediamo fino ad ora, il conduttore mobile non è assolutamente acconcio, per fornire le indicazioni alle quali viene destinato, si rende inutile ogni miglioramento in esso introdotto. Il nominato fisico sul fine della pag. 246, dello stesso rendiconto dice « Coloro » che hanno fatto osservazioni col metodo del conduttore mobile, avranno » potuto notare, che la tensione che si ha nel discendere, è minore di quella » che si ha nel salire, contrariamente a quello che aveva supposto il Peltier. » Da prima io sospettai, che siffatta disuguaglianza potesse derivare da che » il conduttore nel salire si espone all'aria, e nel discendere s' interna nella » cameretta . . . ; ma vidi che nell'aria libera la detta differenza egualmente » sussisteva . . . » Ho verificato anch' io questo fatto, ma la spiegazione del medesimo a me sembra dover essere la seguente. Certo è che il conduttore mobile nel salire diviene elettro-positivo, e nel discendere mostrasi elettro-negativo; e siccome per lo più l' aria trovasi elettro-positiva, così è chiaro che il negativo del conduttore discendente, combinandosi per parte col positivo dell'aria, deve mostrare una tensione, minore di quella manifestata dal medesimo nel salire. Quando poi l' aria sia carica di elettricità negativa, potrebbe accadere l' opposto, cioè potrebbe il positivo del conduttore salente, avere minor tensione del negativo nella sua discesa.

Con questo medesimo principio, si spiega eziandio perchè la elettricità negativa, il più delle volte si disperde con rapidità maggiore della positiva; ciò avviene perchè il più delle volte la elettricità dell'aria, si trova essere positiva. In fatti non possiamo in primo luogo razionalmente ammettere, che una qualunque delle due contrarie elettricità, possegga nelle medesime circostanze, ed in un coibente neutro, una facoltà dispersiva maggiore dell'altra; in secondo luogo non possiamo neppure ammettere, che in un ambiente, per esempio elettro-negativo, ed a parità di circostanze, la elettricità negativa si disperda più rapidamente della positiva, e viceversa; in terzo luogo Biot, non trovò ne' suoi sperimenti ragione, per attribuire ad una delle due elettricità, in parità di circostanze, maggior dispersione che all'altra (225). Non mancano fisici, che riconoscono consistere nella elettricità dell' ambiente, la causa della maggiore dispersione di quella elettricità, che alla prima è contraria: noi sia-

---

(225) Traitè de physique. Paris 1816, t. 2.^{e}, p. 256.

mo anche di questo parere,non ostante le sperienze in contrario del Belli (226).

Sperienza 4.ª In fatti se fra due elettrometri a pagliette , identici fra loro, caricati egualmente, uno di positivo, l'altro di negativo, pongasi a conveniente distanza, il bottone di una bottiglia elettrizzata; la elettricità contraria di quella che appartiene alla bottiglia, da me si trovò dispersa, prima dell'altra , omologa rispetto la carica della bottiglia stessa. Questa sperienza fu ripetuta colla bottiglia caricata nell' interno, una volta di positivo, ed un'altra di negativo; ed il risultamento fu sempre quello che sopra enunciammo.

Abbiamo inoltre dal ch. prof. più volte nominato, ciò che siegue: « di-
» mostrai che esponendo all' aria libera un vase metallico pieno d'acqua , e
» per uno o più fori facendone spargere il liquido, se il vase sia isolato, si
» elettrizzerà nei tempi ordinari, di elettricità positiva, e se il liquido si rac-
» colga in un vase metallico isolato , si avrà da questo elettricità negativa.
» Se la sperienza si faccia quando la elettricità atmosferica è negativa , gli
» stessi fenomeni accadranno in ordine inverso (227) ». Qui si vede quanto la influenza elettro-tellurica sia potente; poichè sebbene il vase metallico sia positivo, e perciò anche l'acqua in esso contenuta, tutta via, raccogliendo in altro vase metallico isolato l'acqua discesa dal primo, questa si trova negativa; e ciò deve attribuirsi alla influenza elettro-negativa terrestre, che rende negativi tutti quei corpi, che discendendo si avvicinano al nostro suolo. L' inverso può verificarsi soltanto quando avvi forte perturbazione elettro-atmosferica, come avviene allorchè nei tempi burrascosi o presso che tali , vediamo la pioggia manifestare una elettricità positiva, mentre nell'ordinario manifesta essa elettricità negativa. Inoltre dal riferito brano viene ammessa, la elettricità negativa dell'atmosfera dallo stesso fisico; lo che si accorda col mio modo di vedere mediante il conduttore fisso, ma non col conduttore mobile.

Dice lo stesso autore « Il metodo del Thomson, vale quanto quello del
» conduttore fisso a fiamma, ed offre perciò i medesimi inconvenienti (228) ».
Noi mostrammo, e mostreremo ancora, che questi inconvenienti non esistono affatto, come non esistono pel ch. Airy, e per tutti gli altri che adopreranno, e che adoperano ancora il conduttore fisso.

---

(226) Corso elem. di fisica sperimentale, vol. 3.°, Milano 1838, p. 543, lin. 19.

(227) Rendiconto dell'accad. delle scienze fisiche e mat. della R. società di Napoli, 1866, Anno V, fasc. 1, pag. 19.

(228) Luogo citato, pag. 21.

Continua l'autore nel citato luogo, lin. 14, dicendo « Finora il solo apparec-
» chio che dà le minime perdite per l'umido, è quello del conduttore mobile, ma
» quello che più monta, con esso non solo si conosce quando queste perdite
» vi sono, ma si ha un facile metodo per valutarle ». Qui ripetiamo che le indicazioni elettriche del conduttore mobile, non appartengono esclusivamente alla elettricità dell'atmosfera, ma dipendono in maggior parte della influenza elettro-tellurica sopra esso.

Poco appresso nel citato luogo, lin. 25, l'autore stesso dice «Bisognava sapere
» quali sono le condizioni necessarie per avere forti, o deboli, tensioni nel-
» l'aria . . . quando è che la elettricità atmosferica di positiva diviene nega-
» tiva, ecc. ». Anche da questo tratto si conclude, che l'autore ammette la elettricità negativa dell'atmosfera; però questa elettricità rarissime volte viene accusata dal conduttore mobile, allor quando l'accusa evidentemente il conduttore fisso.

§. 36.

Da ultimo veniamo a rispondere nei seguenti paragrafi, alle obbiezioni di taluni contro il conduttore fisso, ed in particolare a quelle pubblicate dal ch. Palmieri, nel suo corso alla università di Napoli, tradotte in idioma francese nella « Revue des cours scientifiques, 2.^e^ année - 1.^er^ semestre, an. 1864-65, p. 43, e seguenti ». Si dice primieramente (lin. 7 salendo) riguardo alle osservazioni fatte col conduttore fisso « Quand bien même on au-
» rait un bon électromètre, qui pourrait donner des mesures absolues, les ob-
» servations ne seraient pas encore exactes, parce que les tensions mesurées
» ainsi ne sont pas dans une relation constante avec l'électricité libre que
» contient l'air ». Noi crediamo il contrario, perchè il conduttore avrà sempre la stessa elettrica tensione, che appartiene all' atmosfera, colla quale si trova continuamente in contatto, come già fu dimostrato (§ 32, 4.°, 5.°). Quindi è che ad ogni variazione di elettrica tensione atmosferica, dovrà corrisponderne una eguale nel conduttore fisso. Allora soltanto un corpo elettrizzato perde in tutto, od in parte la elettrica sua tensione, quando si trova in un ambiente di tensione costantemente nulla, o minore di quella del corpo medesimo, come appunto accade al conduttore caricato di una macchina elettrica, ed immerso nell' atmosfera in istato neutrale. Qualunque sia lo stato igrometrico, vale a dire la conducibilità dell'atmosfera, certo è che la elettrica sua tensione, sarà quella stessa, del conduttore ben isolato, ed immerso in quel medesimo ambiente. Imperocchè quando gl' isolamenti dell'elettro-

metro atmosferico fisso, consistano in un vetro verniciato di cera lacca, certo gl' isolamenti così fatti, condurranno sempre assai meno dell'aria, nella quale sono immersi, e perciò non potranno essi mai diminuire la elettrica tensione del conduttore stesso, più di quello che la diminuisca l'ambiente, il quale perciò sarà sempre ad egual tensione col conduttore fisso. Quando il conduttore fisso, e bene isolato, mostri essere nel medesimo la elettricità nulla, per mezzo del più squisito elettroscopio , certo dovrà essere sensibilmente tale : in fatti se la umidità l' abbia dissipata , il conduttore fisso non deve accusarla ; perchè altramente accuserebbe quello che non esiste. Se poi con mezzi diversi dall'asta frankliniana fissa, ci venga fatto, *in questo caso*, trovare indizio di elettricità, come appunto col mezzo del conduttore salente sempre avviene, si deve a buon diritto dubitare di così fatti mezzi. Quando il conduttore fisso dà con certezza lo stato neutrale di elettricità, ciò potrebbe corrispondere, in quel momento, anche al passaggio dell'elettrico atmosferico dal positivo al negativo, o viciversa; ma quando il conduttore fisso, nello stato non eccezionale dell' atmosfera, fornisce o zero, o negativo, il conduttore salente dà sempre positivo. Ciò basta per escludere questo mezzo, nelle ricerche della elettricità, che appartiene all'atmosfera.

Si dice inoltre nel citato luogo, lin. 10 « L'électricité qu'on trouve sur les » conducteurs isolés et exposés à l'air libre, ne leurs est pas communiquée par » le contact de l' aire ambiant ; elle leur vient des régions supérieures de » l'atmosphère. Voilà pourquoi le conducteur terminé par une ou plusieurs » pointes, ou par une flamme, a besoin d'une certain temps pour se charger » et pour arriver au maximum de tension correspondante à l' heure de l'ob- » servation. Le temps est à peu près de cinque minutes, et cela suffit pour » qu' on puisse avoir des pertes considérables et très-diverses ». Primieramente osserviamo, che la elettricità ottenuta col conduttore fisso è, *nei tempi ordinari*, *comunicata* dall'atmosfera al medesimo conduttore.

Sperienza 5.ª In fatti, se usando il condensatore a pile secche, si prenda la elettricità dell'atmosfera col conduttore fisso, avendo però prima fatto comunicare col suolo metallicamente il conduttore medesimo, si avrà la stessa elettrica manifestazione , che si era ottenuta un momento prima , quando il conduttore stesso era isolato. Ciò ne fa concludere , che nei tempi non di eccezione, la elettricità è al conduttore fisso *comunicata* dall'aria ; perchè se fosse un effetto non di comunicazione, ma di sola induzione, non si potrebbe ottenere dal conduttore , prima posto a comunicare col suolo , quella stessa

tensione, che si ottenne un momento innanzi dal medesimo isolato. Il tempo, secondo le mie sperienze, che occorre, affinchè il condensatore si carichi quanto può della elettricità atmosferica, mediante il conduttore fisso, non supera 20 secondi; e non è vero che per ottenere questa completa carica, faccia d'uopo un tempo di cinque primi.

Nel citato brano, l'autore torna sulle perdite considerabili della elettricità atmosferica, subite dal conduttore fisso, Quantunque abbiamo già sufficientemente risposto a questa mal fondata obbiezione, tanto nell'attuale paragrafo, quanto nel § 32, 4.°, 5.°; tuttavia trattandosi del *principale* argomento, contro l'uso del conduttore fisso, faremo a sua difesa le altre seguenti riflessioni, che svilupperemo anche più del bisogno.

Primieramente osserviamo, che quando la punta fissa, bene isolata, mostra la elettricità nulla, certo essa dev'essere tale: in fatti se la umidità l'abbia dissipata, la punta non deve accusarla; perchè altramente, accuserebbe quello che non esiste: il vero elettrometro atmosferico, deve accusare la elettricità che resta nell'aria, non quella che l'aria stessa dissipò nel suolo. Se poi con mezzi diversi dalla punta fissa, ci venga fatto trovare *contemporaneamente* un indizio forte di elettricità, si debbono riguardare a buon diritto erronei questi mezzi. Quando la punta fissa dà 0.° veramente, cioè adoperando le opportune cautele, ciò, come già fu detto, può essere anche perchè s' incontra in quel momento il passaggio dell'elettrico atmosferico, da una nell'altra sua qualità; ed anche può essere perchè l'elettrico stesso, in quel momento sia nullo , senza che abbia luogo verun passaggio; ma non può essere mai la punta fissa insufficiente a mostrare la elettricità dell'aria quando esista, purchè si adoperi un elettrometro condensatore a bastanza sensibile, cioè a pile secche, e con piattelli grandi. Conchiudiamo : dal vedere che quando il conduttore fisso non accusa veruna elettricità, quello mobile ne mostra una di tensione, grande tanto, da essere manifestata pure da un elettrometro *semplice*, abbiamo un argomento sufficiente, per escludere il conduttore mobile in sì fatte ricerche. Questo conduttore ha sedotto i meteorologisti, per la copia grande di elettricità che agevolmente si manifesta con esso; però la elettricità medesima, non è quella da loro cercata.

Secondariamente, la punta fissa mi ha dato, posso dire, assai di rado segno di elettricità nulla, come rilevasi dalle sperienze, che sono registrate in fine della mia terza nota, sulla elettricità dell'atmosfera (*), e dalla continuazione loro,

(*) Atti dell'accad. pont. de' Nuovi Lincei, t. 14, p. 270, e 357.

salvo quando mi sono combinato a prenderla, nel suo passaggio, dal +° al —°, e viceversa; ovvero quando la umidità, divenuta grande assai, rendeva l'aria perfettamente conduttrice. Inoltre, poichè il conduttore fisso manifesta sempre la elettrica tensione dell'aria, quando è diversa dallo zero, e la manifesta bastantemente sensibile, così quante volte in queste manifestazioni non apparisse periodo alcuno diurno, cioè legge qualunque periodica, dovremmo uniformarci ai risultamenti sperimentali, e non esigere dalla natura quello che la medesima non produce; bene inteso, relativamente alla località in cui si sperimenta, e per le condizioni che accompagnano le sperienze.

In terzo luogo, supponiamo che nell'aria da cui viene circondato il conduttore fisso, esista una qualunque siasi elettrica tensione; questa dovrà pure comunicarsi alla parte metallica isolata, ed esterna dell'elettrometro atmosferico; e se la parte coibente di esso, fosse più conduttrice dell'aria, dovrebbe la tensione indicata disperdersi nel suolo, scorrendo lungo la superficie del medesimo coibente. Ma se questo sia bastantemente isolante, cioè *vetro coperto di cera lacca*, come appunto viene praticato in tutte le aste fisse, per simili ricerche, il coibente indicato sarà sempre molto meno conduttore dell'atmosfera che lo circonda; la quale , sempre possiede affinità molto più grande pel vapore acquoso , di quello che il coibente stesso. Per tanto , se l'aria conserverà una data elettrica tensione, questa sarà non meno conservata dalla parte metallica dell'asta frankliniana, e dalla medesima sarà comunicata all'elettrometro condensatore; il quale, allorchè sufficientemente sensibile, dovrà in quantità, ed in qualità manifestarla. Dunque per la umidità l'apparato elettro-atmosferico a conduttore fisso, non può disperdere nel suolo la elettricità dell' atmosfera , più di di quello che per la umidità stessa , viene dispersa dall' aria. Generalmente possiamo dire , che qualunque sia la umidità dell'aria, sempre la resistenza, che il coibente immerso in essa, oppone al passaggio dell'elettrico atmosferico, non sarà mai minore di quella, che gli oppone l'aria stessa. Perciò l'elettrometro, condensatore, se *a bastanza sensibile*, dovrà sempre accusare la elettrica tensione dell'aria: se poi non l'accuserà, dovremo concludere che la tensione medesima è sensibilmente nulla. Dunque non già si deve proscrivere il conduttore fisso, ma bensì gli antichi e torpidi strumenti, non adatti a manifestare la esistenza delle deboli tensioni elettro-atmosferiche, dovendosi ai medesimi sostituire quelli, che oggi la scienza somministra; ma non già il conduttore salente.

Poniamo inoltre , che la conducibilità dell'aria, circostante al conduttore fisso diminuisca, dovrà crescere la elettrica tensione atmosferica; e siccome

gl' isolamenti del conduttore stesso, debbono sempre condurre meno dell'aria, nella quale sono immersi, perciò nel conduttore fisso dovrà pure crescere corrispondentemente la elettrica tensione.

Crescendo ancora la *dielettricità* dell'aria, crescerà non meno quella degl' isolamenti del conduttore fisso: quindi se l'aria contenga elettrico, sarà da essa meno , e dalla parte coibente del conduttore fisso molto meno ceduto al suolo; perciò come nell'aria, così nella spranga frankliniana, crescerà la elettrica tensione , la quale sarà fedelmente comunicata all' elettrometrico istromento.

Da ultimo, l'aria giungendo ad essere il più possibile dielettrica non più disperderà sensibilmente , e così pure la spranga fissa , dalla quale l'elettrometro, sia condensatore o no, riceverà una carica corrispondente alla elettroatmosferica tensione. In fatti Erman ha dimostrato, per mezzo di sperimenti, che l'asta fissa bene isolata, è mezzo acconcio per assegnare la elettricità dell'atmosfera, e che l'obbiezioni per la influenza della umidità non sussistono (229). Dunque non giova ricorrere alla conducibilità del conduttore fisso, per negare al medesimo la preferenza; poichè, come abbiamo già più volte dimostrato, il coibente resinoso, da cui viene isolata l'asta fissa, condurrà sempre meno dell'aria che lo circonda ; perciò quando la coibenza dell'aria sia giunta a fare equilibrio colla tensione della elettricità sua, dovrà meglio ancora far equilibrio con questa, la parte coibente dell'asta fissa; e ciò basta.

§. 30.

Allorchè l'atmosfera non è perturbata notevolmente, alzando di un solo centimetro un conduttore isolato , si ottiene subito dal condensatore a pile secche , una manifestazione di elettricità *positiva* , eziandio quando un conduttore fisso manifesti nel tempo stesso, ed alla medesima distanza dal suolo, una elettricità *negativa*. Questa diversità di risultamenti nella natura dell'elettrico , non può dipendere dalla induzione positiva degli strati superiori dell' atmosfera ; perchè in *primo* luogo l' innalzamento indicato del conduttore mobile, si deve riguardare sensibilmente nullo, rispetto alla supposta elevatissima sorgente della induzione; in *secondo* luogo perchè questo avvicinamento tenuissimo, potrebbe al più, portare una differenza nella *quantità* dell'elettrico,

(229) Gilbert, Annalen der Physik 1803, vol. 15, p. 395, e 396.

non già nella *qualità* sua. Nè può ricorrersi alla conducibilità del conduttore fisso , a render conto della indicata differenza , sia per quello che abbiamo estesamente detto in proposito , sia per la sperienza , che c' insegna essere, nei tempi di turbamento notevole atmosferico , il conduttore mobile in accordo sempre col fisso, quanto alla *natura* della elettricità manifestata da essi. Ora, se la conducibilità fosse cagione della indicata diversità di risultamenti, si dovrebbe molto meno verificare questo accordo , nei tempi di perturbazione atmosferica, nei quali è generalmente grande la umidità dell'aria, donde la conducibilità degl' istromenti deve riguardarsi accresciuta. Quando realmente la induzione che prevale, sopra un conduttore isolato, proviene dall'atmosfera superiore ad esso, come allorchè una, o piú nubi temporalesche sono in vicinanza del conduttore medesimo, allora vediamo che il conduttore fisso, va d'accordo col mobile, quanto alla natura dell'elettrico manifestato dall'uno e l'altro. Però la quantità manifestata dal mobile, non si accorda mai con quella, che ad un tempo accusa il fisso , posto all' altezza medesima cui fu il mobile innalzato; e ciò per le perturbazioni subite da questo, e non da quello: dunque il conduttore fisso deve conservarsi, ed il mobile deve abbandonarsi.

Dice il ch. prof. Palmieri : « Dopo gli studi fatti da me in Italia sul-
» l'uso dei conduttori fissi, sarebbe omai tempo di sapere in qual conto si
» debbono avere le osservazioni fatte con essi (230) ». Sembra , da quanto abbiamo esposto, e da quanto esporremo , che gli studi fatti non sieno ancora completi; giacchè una discussione fra le sperienze fatte *contemporaneamente* col conduttore fisso, e col mobile, esplorando nel tempo stesso la elettricità della Terra, non fu eseguita da quelli che sostengono l'uso del conduttore mobile. Ognuno vedrà che senza fare questi confronti, che da me furono incominciati, e continuano ancora, nella università romana, è impossibile riconoscere quale dei due conduttori, se il mobile, od il fisso, debba preferirsi nel ricercare la elettricità dell'atmosfera.

Dice altresì, lo stesso ch. autore « La meteorologia elettrica ha bisogno
» di misure assolute e comparabili , e queste fin' ora si possono avere solo
» coll'elettrometro bifilare e col conduttore mobile (231)». Abbiamo veduto, e vedremo ancor meglio, che il conduttore mobile, non è il mezzo col quale

---

(230) Rendiconto dell'accad. delle scienze fisiche, e mat. della R. Società di Napoli, 1866, an. V, fasc. 4.°, pag. 124, (2.°).

(231) Opera ultima citata, p. 125, (4°).

si può sperimentare la elettricità dell' atmosfera ; ed in quanto ad escludere tutti gli elettrometri, eccetto quello bifilare, nella misura della elettricità, mi sembra proposizione troppo generale ; poichè qualunque sia l' elettrometro , purchè a bastanza sensibile, se presa una opportuna unità di misura, e fatta con questa una conveniente scala empirica per quell' istromento, potremo sempre ottenere il valore numerico della carica elettrica, relativamente alla unità di misura che fu adottata.

Si dice ancora dal nominato fisico « I conduttori fissi terminati a punta » spesso non mostrano elettricità, non perchè nell' aria non vi sia, ma per» chè si sperde per la umidità dell'ambiente. Se la stessa macchina elettrica » in alcuni giorni rimane inefficace , come si vuol pretendere di avere elet» tricità dai conduttori fissi, esposti all'aria libera ? (232) ». *Primieramente*, rarissimo è il caso, in cui dal condensatore a pile secche, non si abbiano indizi di elettricità dell'atmosfera. *Secondariamente*, per essere cosa evidente, che il conduttore fisso non deve annunziare quello che si disperde, ma soltanto quello che resta nell'aria, cioè quella elettricità divenuta *statica* in essa; perciò l'osservare che quando la elettricità si disperde , l'asta fissa non la manifesta, è argomento valevolissimo a favore dell' asta frankliniana. Similmente quando la macchina elettrica non fornisce la elettricità , segno è che non si produce, vale a dire segno è che quella del disco si neutralizza colla contraria dei cuscinetti, senza poter nè indurre sul conduttore, ne venir assorbita dalle sue punte. Dunque anche la macchina elettrica, quando l'ambiente sia divenuto buon conduttore per la umidità sua, dice il vero.

Nel num. 41 , del 19 novembre 1863 , pag. 665 (Les Mondes t. 3.^e Science pure), si trova un'analisi del bullettino meteorologico del Collegio romano , fatta dal sig. Eugenio Grellois ; ed all' articolo « Variations diurnes de l' électricité » , si legge « 2.° Par le temps humides il y a une disper» sion de l'électricité, qui rend illusoires les resultats de quantité ; mais les » signes n'ont jamais été trouvés differentes. Le prof. Palmieri l'avait déjà indi» qué ». Quì si osservi , che la dispersione non è causa , che illusori può rendere i risultamenti di quantità; perchè da quanto precede, si conclude non essere la elettricità dispersa, quella che si cerca, ma invece si deve prendere quella che resta, cioè la *statica*, la quale sola costituisce la elettricità vera dell'atmosfera e si ottiene dall' asta fissa. Inoltre , se i segni della elettricità non

(232) Ibidem, (5.°).

furono trovati mai negativi nei tempi ordinari, ciò deriva dall'uso del conduttore salente, il quale non può essere adottato, per avere i segni della vera elettricità, che appartiene all'atmosfera.

Dunque il conduttore fisso, cioè frankliniano, è sempre, quando si adoperi convenientemente, un fedele testimonio della elettrica tensione appartenente *a quello stato di elettro-equilibrio atmosferico, nel quale si trova esso collocato stabilmente*. Imperciocchè la parte metallica del conduttore stesso, non può cedere all'aria la elettricità sua, perchè dall'aria gli viene comunicata; non la può cedere al suolo più dell'aria, nè quanto questa, perchè trovasi dal suolo medesimo bastantemente isolato, cioè meglio isolato dal suolo, di quello che da esso lo isoli l'aria: quindi è che deve sempre conservare una elettrica tensione uguale a quella dell'aria circostante. D'altronde questa tensione varia nell'aria, perchè in essa varia la conducibilità, vale a dire il suo stato igrometrico; variazioni che ci sono fedelmente accusate dall'asta frankliniana, la quale si deve trovare sempre in condizioni *elettrostatiche*, identiche a quelle in cui si trova l'aria che la circonda.

È poi vero quanto fu asserito, cioè che dai risultamenti sperimentali, ottenuti colla punta fissa, venga confermato, che questa non abbia verun successo nel manifestare i periodi elettrici diurni? Dalle mie tavole pubblicate (*), e da quelle inedite che posseggo, risulta l'opposto; poichè dalle prime rilevasi, che dal 1 di luglio, fino a tutto settembre 1861, l'asta fissa manifesta un aumento di tensione, in senso positivo, fra le 11 antimeridiane, e le 3 pomeridiane, tranne quei giorni nei quali avvennero perturbamenti atmosferici straordinari. Le tavole stesse, unitamente alle inedite, annunziano eziandio che nelle ore presso, e dopo il tramonto, si riproduce, in alcuni casi, un aumento di tensione in *senso negativo*, ed annunziano perciò talora, *in alcuni tempi*, la esistenza di un periodo diurno *qualitativo*, non riconosciuto da verun'altro. Da molti fatti risulta, che quando nell'atmosfera i vapori vescicolari crescono, allora, per la discesa loro, la elettricità si manifesta negativa (233): ciò pure apparisce dalle mie tavole, ove nelle prime ore matutine, ed in quelle presso il tramonto, si riconobbe talune volte una tensione elettro-negativa coll'asta frankliniana. Ed è ragionevole che ciò si verifichi, quando nelle ore matutine, e vespertine, i vapori discendono; poichè per questa discesa loro, avvicinandosi essi alla

(*) Atti dell'accad. pont. de' Nuovi Lincei, t. 14, p. 270, e 357.
(233) De la Rive, Traité d'électr., vol. 3.°, p. 111, e 112.

Terra, debbono divenire negativi, e comunicare alla punta fissa, questa elettricità loro. Pel contrario, quando nelle ore presso al meriggio, i vapori salgono, allora per questo loro salire, allontanandosi dalla Terra, debbono divenire positivi, e comunicare questa elettricità loro all'asta frankliniana. Perciò dal solo ammettere che i corpi discendenti sono elettro-negativi, ed i salenti elettro-positivi, discende per corollario la esistenza, *in generale*, di un periodo elettrico *qualitativo* diurno, per la elettricità dell' aria ; periodo che, quando ha luogo, può solamente riconoscersi mediante il conduttore fisso.

Dellmann ha sperimentato (334), che durante un incendio, pel quale una colonna di fumo s' innalzava presso il luogo dell'osservazione, la tensione elettro-atmosferica, in pochi minuti, salì da 149 a 383, poi tornò a diminuire, fissandosi però sempre più forte di quella prima dell' incendio; e solo quando cessò del tutto il fumo, avvenne che la tensione tornasse a 120. Da ciò viene confermato, che i corpi salenti, divengono elettrici, pel solo fatto del salire; e che perciò non deve usarsi, per le ricerche di atmosferica elettricità, il conduttore salente.

Dunque anche per questi fatti, non è da riguardare l' asta fissa, priva di buon successo, nel dare le indicazioni elettro-atmosferiche, relative a quell'altezza, ove trovasi essa collocata. Come mai può ritenersi, che la punta fissa dica il vero per le ore circa il mezzo giorno, perchè si accorda, nel dare il positivo, colla punta salente; ritenendosi che poi dica il falso quando manifesta il negativo , contro quello che viene manifestato nel tempo stesso dall' asta salente ? Se l'asta frankliniana dice il vero in alcune ore della giornata, pare che dovrebbe dirlo anche nelle altre. Quando il conduttore fisso, non si accorda col mobile, deve attribuirsene la cagione al mobile, vale a dire alla influenza elettro-tellurica negativa della Terra, per la quale un'asta salente svolge tanto più positivo, quanto più si allontana dalla Terra inducente negativa.

§ 37.

Taluno ha preteso concludere che « i fenomeni elettrici , prodotti sui
» corpi compresi nell' atmosfera , non da altro dipendono che dalla preva-
» lente azione della elettricità atmosferica ; e precisamente avvengono co-

(234) V. Nuovo Cimento , t. 10, an. 1859 , p. 389, li. 8. — V. anche Poggendorff, Ann. vol. 89, p. 358.

» me se l'atmosfera sola avesse una elettricità positiva con un'azione eguale » a quest'azione prevalente (*). Senza occuparci del come furono istituite le sperienze, per giungere a questo risultamento, possiamo dimostrare, che il medesimo non si accorda colle dottrine di elettrostatica da tutti ammesse. In fatti ecco un altro argomento, del tutto teoretico, per dimostrare, che la elettricità manifestata dall'asta salente, viene prodotta in essa principalmente dalla influenza terrestre, e non da quella che potrebbe aversi dall'atmosfera superiore all'asta medesima, quando non è perturbata, ossia nei tempi ordinari. Dai fisici tutti, seguendo i principii elettrostatici di Poisson, viene ammesso qual canone, che lo strato elettrico distribuito sopra la superficie di un corpo conducente, produce un'azione nulla su qualunque punto, posto nell' interno del medesimo strato; questo fatto si lega colla legge neutoniana dell'attrazione: però uno strato elettrico agisce sempre sopra un punto collocato fuori di esso, cioè posto al di fuori della sua interna superficie. Ma l'atmosfera è formata di tanti strati elettrici, concentrici e sferici attorno la superficie terrestre; inoltre non possiamo dubitare che nei tempi ordinari gli strati medesimi sieno sensibilmente uniformi. Una prova di questa uniformità l'abbiamo dal vedere, che nei fili telegrafici, non si stabiliscono pel solito delle correnti elettriche, quando s' interrompe la comunicazione di essi colla Terra, nei tempi ordinari (**). Quindi apparisce chiaro che pel citato canone, l'atmosfera superiore non dovrà esercitare verun azione induttiva, nè sul conduttore fisso, nè sul mobile. Si vede poi bene, che lo strato elettrico tellurico, l'esistenza del quale non può negarsi affatto, deve indurre sui conduttori collocati fuori della superficie terrestre, lo che si verifica esattamente. Si potrà non attribuire a questo nostro argomento astratto, un valore del tutto decisivo, contro coloro, che negano alla Terra, la influenza sui conduttori posti fuori della sua superficie; perchè le condizioni supposte nell'argomento stesso, non sempre in natura si verificano con ogni esattezza, come sarebbe la perfetta sfericità della Terra, la uniforme distribuzione della elettricità negli strati atmosferici; e la perfetta conducibilità loro. Però consideriamo che gli strati atmosferici, traversati dall'asta fissa, comunicano alla medesima sempre la elettricità loro. Consideriamo inoltre che qualunque sia la forma di un conduttore, sempre l'azione dello strato elettrico, distribuito sul medesimo, è nulla sopra un punto interno ad esso, per

(*) Nuovo Cimento, t. 1.°, an. 1855, p. 352, lin. 7 salendo.
(**) Bullettino meteorologico del collegio romano, vol. 1, an. 1862, pag. 42, lin. 23.

cui gli strati elettrici superiori all'asta, sia mobile, sia fissa, non agiranno affatto su questa. Dopo queste considerazioni non potrà negarsi, che in moltissimi casi di tempo non burrascoso, le indicate condizioni, si verificano sufficientemente per concludere , che almeno la influenza elettro-tellurica sul couduttore mobile , supera di molto quella , proveniente sul medesimo dall' atmosfera. Quindi si vede che la elettricità manifestata dal conduttore salente, deve sempre in *principal modo* attribuirsi alla influenza elettrica terrestre. Da ciò discende, che il conduttore mobile non manifesta soltanto la elettricità dell'atmosfera, ma bensì la differenza fra questa e quella tellurica, di cui l'effetto predomina nel conduttore stesso; il quale perciò non deve affatto preferirsi al conduttore fisso, quando si vogliano le indicazioni della sola elettricità che all'atmosfera si appartiene. Questa conseguenza, pel canone precedente, deve tanto più ammettersi, quanto più l'atmosfera è umida, cioè conduttrice; perciò deve ammettersi maggiormente appunto quando la dispersione dell'elettrico è grande, vale a dire quando si vorrebbe negare al conduttore fisso tutta la efficacia sua.

Si trova scritto (*) « Voilà pourquoi il arrive souvent qu' on reste plu- » sieurs jours et même quelques semaines sans obtenir de tension sur le » conducteur fixe ». A me non è accaduto mai , nelle 24 ore di qualunque giorno , avere sempre un risultamento nullo dal conduttore fisso , mediante l'elettroscopio condensatore a pile secche nelle due stazioni, ove ho sperimentata in Roma. Si ottiene la elettrica tensione sensibilmente nulla, quando per caso avvenga di sperimentare nel momento in cui la elettricità dell'atmosfera passi dal positivo al negativo, o viceversa; ma questo caso è ben difficile ad incontrare , oltre che dura per poco ; però nei temporali è meno difficile incontrarlo. Nei giorni poi di ordinario tempo, s' incontrerà di certo il caso medesimo, quando si voglia seguire il periodo diurno *qualitativo*, da me riconosciuto in alcune località, ed in alcuni tempi nell'elettricità dell'aria.

Ma si obbietta (luogo citato lin. 31) dicendo « Lorsque le conducteur fixe ne » vous donnera aucune tension, vous pourrez facilement en obtenir une avec le » condensateur: mais aurez-vous de valeurs scientifiques ? » Quando siasi bene stabilita la unità di carica elettrica, ed il coefficiente di condensazione sia stato ben determinato, non potrà mai dubitarsi, che i numerici dati di questo prezioso istromento, il condensatore, misurino scientificamente, cioè con verità la causa dalla quale sono prodotti. Se così non fosse, neppure l'elettrometro

(*) Revue des cours scientifiques, 2.e année, 1.e semestre, an. 1864-65, p. 43, li. 22.

bifilare del ch. Palmieri, si potrebbe riguardare idoneo, per la misura della elettricità, sviluppata nell'asta salente; giacchè la induzione colle successive accumulazioni, tanto nel condensatore voltaico, quanto nell' indicato elettrometro bifilare, costituisce la essenza dell'uno e l'altro congegno; inoltre i risultamenti ottenuti da tanti fisici nelle sperienze loro di elettrostatica, fatte col condensatore, non si potrebbero più come *scientifici* riguardare. Del resto non basta chiedere se i risultamenti elettro-atmosferici, ottenuti col condensatore sieno scientifici, ma bisogna dire per quali motivi si può dubitare della verità loro. Quando si adoperi questo prezioso istromento colle debite cautele, specialmente sopprimendo la cera di spagna fra' suoi due piattelli, e sostituendo ad essa, o due sottilissimi fili di seta, o meglio ancora, l'aria soltanto, come nell'eccellente condensatore del Riess, che utilmente adopero; non potremo temere che l' istromento medesimo non sia fedele nelle sue indicazioni elettro-atmosferiche, sì qualitative, che quantitative. Se qualcuno pretendesse dubitare di queste, non potrà mai cadere in mente a veruno di dubitare delle qualitative, le quali però sono alcune volte in contraddizione con quelle, fornite dal conduttore salente; lo che basta senza più per escludere la pratica di questo.

Dice il Belli « All' apparecchio a fiamma si può applicare utilmente il » condensatore, mediante il quale, si possono avere segni sensibili, anche quando » l' elettricità atmosferica è debolissima ». Continua il nominato fisico a descrivere, come da esso viene associato il condensatore al conduttore fisso (235). Dunque il condensatore, anche per opinione del nominato fisico, è molto utile nelle indicate ricerche. Però, la fiamma non deve adoperarsi per le ricerche elettro-atmosferiche, producendo essa una corrente d'aria dal basso all'alto, verso l'estremo superiore del conduttore fisso; e perciò comunicando al medesimo una elettricità positiva, non propria dell'atmosfera, ma indotta dalla negativa terrestre. Neppure si deve usare il dito bagnato, per fare la comunicazione del piattello indotto col suolo; perchè questo contatto, introduce nel piattello stesso, una nuova elettricità, la quale modifica in modo sensibile il risultamento che si cerca, essendo questo, nelle sperienze in proposito, tenue molto. In vece la comunicazione col suolo, deve farsi mediante un asta metallica dorata, comunicante col suolo per mezzo di una catenella metallica, e separata dalla mano per mezzo di un'asticella di vetro verniciato; come pure dorati debbono essere i piattelli del condensatore. Sarà poi molto più sensibile un conden-

(235) Corso di fisica sperim., p. 704, § 1529.

satore a pile secche, di quello che a pagliette; in fatti col condensatore di Bohnenberger, e col conduttore *fisso*, non mancano mai segni a bastanza sensibili di elettricità, tanto atmosferica, quanto terrestre. Inoltre sarà molto più sicuro adoperare un condensatore ad aria, cioè senza coibente solido fra i due piattelli, escludendo il contatto della mano, mediante un conveniente manubrio, che impedisca tale contatto, come sopra è detto; ed ho veduto essere questa la pratica migliore.

Se per fortuna della elettrostatica, tornasse al mondo Volta, farebbe certo le alte meraviglie, nel sentire che si dubita della esattezza del suo condensatore, quando sia convenientemente adoperato; di questo suo figlio prediletto, che sempre con tanta fedeltà, viene in soccorso di quelli elettricisti, che lo sanno adoperare come si deve. Se questi dubbi sul condensatore, bene usato, avessero fondamento ragionevole, già una gran parte della scienza dell' equilibrio elettrico, ricevuta come vera, diverrebbe per lo meno incerta.

Kaemtz raccomanda l'uso del condensatore, specialmente per l'asta frankliniana (236), e l'uso medesimo nelle ricerche di atmosferica elettricità, viene raccomandato, e dal Belli (237), e dal Pouillet (238).

Si dice ancora, nella citata Revue des cours scientifiques, pag. 44, « Si » vous faites mouvoir *horizontalement* un conducteur dans un horizon libre, » de toutes parts, il n'y aura pas d'électricité produite; mais s' il y a dans le » voisinage un mur, une montagne, etc., lorsque vous tournerez le conducteur » de ce côté, il indiquera l'électricité négative, et en le tournant dans la dire- » ction opposé, il indiquera l'électricité positive. En général si vous approchez » à l'aire libre deux conducteurs, dont l'un se trouve en communication avec » un électroscope très-sensible, vous obtiendrez de l'électricité négative, et si » vous les éloignez il se développera de l'électricité positive ». Tutto ciò dimostra evidentemente, ancora una volta di più, che la Terra, ed i corpi collocati sulla medesima, sono negativi; perciò molto sorprende, che non si voglia prendere in considerazione questo elettro-negativo stato della Terra, nello scegliere il mezzo più adatto, per valutare la elettricità dell'atmosfera.

Si riferisce inoltre, opera citata pag. 45, « Si l'on voulait abandoner en » Angleterre la méthode à conducteur fixe, pour adopter le conducteur mo-

(236) Cours complet de météorologie, Paris 1843, p. 335.
(237) Corso elem. di fis. sper., vol. 3.°, Milano 1838, p. 704, § 1529.
(238) Élem. de phy., Paris 1856, t. 2.° p. 795.

» bile, on ne serait pas obligé de maintenir le feu éternel à l'observatoire ,
» comme au temple de Vesta, et l'on pourrait donner des observations pré-
» cises, les seules utiles aux progrès de la météorologie ». Ecco dunque altre autorità nell' Inghilterra contro il conduttore salente, ed a favore del conduttore fisso, le quali potranno almeno bilanciare, quelle citate a favore del primo di questi conduttori. Però l'autorità cui si deve assentire, consiste nell'essere il conduttore salente , tanto per la natura , quanto per la quantità dell' elettrico, spesso in opposizione col conduttore fisso; perchè in quello, mentre sale, si libera la positiva indotta nel medesimo , per la influenza elettro-negativa terrestre. Lo scritto della citata Revue des cours scientifiques, che abbiamo rapidamente analizzato, termina, pag. 46, col riportare una formula, dedotta dal chiarissimo geometra sig. prof. Battaglini, colla quale viene stabilita una relazione, fra gli archi impulsivi, ed i definitivi, ottenuti coll'elettrometro bifilare del ch. Palmieri; sulla quale noi non torneremo, avendone già parlato a bastanza precedentemente in questa memoria (§§ 24, 25, 26, e 27).

§. 38.

» Le osservazioni di elettrica meteorologia , fatte col metodo del con-
» duttore fisso (dice l' egregio Palmieri (239)) , sono affette da errori così
» gravi , e variabili , da non poter essere corrette , ecco perchè in qualche
» osservatorio della Gran Brettagna usano di tenere perennemente acceso il
» fuoco, come nel tempio di Vesta , per avere le minori perdite possibili ». Gli errori gravi dei quali viene incolpato il conduttore fisso, provengono tutti, secondo l'autore, dalla dispersione; la quale, come già vedemmo, deriva dalla umidità o conducibilità dell'atmosfera. Ma se questa disperde, non dove l'elettrico in essa trovarsi, ed il conduttore fisso deve soltanto accusare quella elettricità, o elettrica tensione che vi rimane; lo che in vece di essere un errore grave, deve qualificarsi per una fedele manifestazione di quanto dal conduttore medesimo è richiesto. Riguardo al fuoco acceso perennemente negli osservatori della Gran Brettagna, se pel fuoco medesimo s' intende la fiamma posta sul conduttore fisso, questa vi si pone non per diminuire la umidità, ma solo per accrescere le indicazioni elettro-atmosferiche ; però a tale pratica si deve opporre , che la fiamma può, come io pel primo riconobbi, cangiare la elettricità negativa

---

(239) Nuovo Cimento, t 21, p. 73, an. 1865.

in positiva, e perciò non si deve usare. Se poi pel fuoco medesimo s' intende una sorgente di calore, per diminuire la umidità dell'ambiente, nel quale si trova l' elettrometro, quel fuoco sarà utile in ogni sistema, ed in ogni caso, perchè il coibente quando sia vetro verniciato di cera lacca, resiste al passaggio dell'elettrico, assai più dell'aria stessa.

Dopo tutte le indicate obbiezioni del ch. Palmieri, contro il conduttore frankliniano, troviamo che questo autore, non esclude l'accordo fra il conduttore mobile, ed il fisso, non escludendo neppure in questo la efficacia di manifestare un periodo elettrico (quantitativo); poichè l' autore medesimo dice « E veramente quantunque non sempre le osservazioni fatte nei primi due » modi (conduttore mobile ed elettrometro mobile), vadano di conserva con » quelle eseguite a conduttore fisso, per le ragioni sopra espresse; pure chiaramente si vede, che quante volte osservando nei due primi modi, non si » ha alcuna tensione, non se ne ha neppure col terzo; che quando questo » accenna ad elettricità negativa, anche quelli cangiano l' ordine delle loro » tensioni, dando cioè la negativa nel salire, e la positiva nello scendere; che » quando il conduttore fisso dà tensioni molto forti, da mandare l' indice del- » l'elettrometro a 90.°, si ha lo stesso anche a conduttore mobile; e che finalmente, per non dire di più, nelle giornate asciutte, si vede come osser- » vando in questi diversi modi, le tensioni, camminano insieme verso il mas- » simo, ed insieme verso il minimo, indicando concordi un periodo elettrico » (quantitativo), da mostrare a chicchessia la loro comune origine (240) ». Noi già vedemmo che la conducibilità dell' aria, cioè la sua maggiore o minore umidità, non può falsare le indicazioni elettro-atmosferiche dell'asta frankliniana; dopo ciò dobbiamo riguardare questo riferito brano del Palmieri, come la miglior apologia del conduttore fisso.

Dice inoltre il ch. Palmieri « Ci ha dei casi nei quali è utile fare delle » osservazioni a conduttore fisso, solo per vedere quando la tensione cangia » di segno (241) ». Dunque il conduttore fisso non inganna sulla natura dell' elettrico atmosferico. Il medesimo fisico così pure si esprime. « Ma nel » tempo della caduta delle ceneri notavo a conduttore fisso elettricità negativa, » ed a conduttore mobile elettricità positiva: questa specie di contraddizione sva- » nisce considerando che la cenere pel solo fatto della caduta può acquistare

(240) Corrispondenza Scientifica, vol. 3.°, an. 1855, p. 87, li. 19.

(241) Annali dell'osservatorio meteorologico vesuviano, Napoli 1859, pag. 11, li. 28.

» elettricità negativa (242)». Dunque il conduttore fisso testimoniava la elettricità in cui si trovava immerso, e perciò diceva il vero. Prosiegue il medesimo autore a dire « In tempo di pioggia, quando la elettricità passa da una fase all'altra » seguente, mi è occorso talvolta di notare per alcuni momenti, che a con- » duttore fisso la elettricità era già passata da una fase all'altra, ed a con- » duttore mobile persisteva ancora la fase antecedente (243) ». Dunque anche in questo caso, il conduttore fisso accusa con verità la natura dell' elettrico nel quale si trova, e non il mobile; perciò questo ci dà, pel suo moto ascendente, una elettricità di natura diversa da quella, che appartiene all'ambiente in cui sale.

Il ch. fisico di Berlino, sig. Riess, trattando del conduttore fisso, dice in sostanza, che questo mezzo può ingannare in riguardo alla quantità dell'elettrico atmosferico, ma dice il vero in riguardo alla sua qualità, eccettuato il caso in cui la elettricità dell'atmosfera va decrescendo rapidamente; perchè allora si libera la vincolata, e questa può superare la omologa della inducente. Per tale ragione vuole il Riess, che il conduttore sia terminato in una punta acuta, e non in una sfera, e meglio ancora in una fiamma (244). *Primicramente* da queste modificazioni prescritte dal nominato fisico, si vede che il medesimo non ricusa il conduttore fisso. *Secondariamente* non avvi ragione per dire che questo conduttore inganna riguardo alla quantità dell' elettrico atmosferico, perchè il conduttore medesimo *necessariamente* deve prendere la tensione dell'aria dalla quale si trova circondato. In *terzo* luogo, certo è che diminuendo la induzione, si libera nel conduttore la vincolata: ma ciò succede anche nell' aria circostante al medesimo ; perciò necessariamente il conduttore manifesta quella stessa qualità di elettrico, da cui si trova esso coll'aria circostante investito ; quindi anche nella indicata eccezione, l' asta fissa dice anche nella qualità il vero.

§. 39.

Abbiamo veduto nei paragrafi precedenti, come si sciolgano le obbiezioni, fatte contro il conduttore fisso, per le ricerche sulla elettricità dell'atmosfera; dopo ciò possiamo indicare alcune delle autorità, ed alcuni degli sperimenti

---

(242) Idem, p. 44, li. 9.
(243) Ibidem, li. 12 salendo.
(244) Die Lehre von der Reibungselektricität, vol. 2.°, p. 501. Berlino 1853.

che sono a favore dell' asta conduttrice fissa elettro-atmosferica, per confermare che questa deve preferirsi al conduttore salente, nelle ricerche della elettricità che appartiene all' aria. Ed incominceremo dall'osservare, che sarebbe assai contro il buon senso, adoperare il conduttore salente, invece del conduttore fisso, per esplorare la elettricità dell'atmosfera, nelle regioni dette dal sig. J. Fournet (*), *paesi elettrici*; nelle quali la elettricità del suolo è tanto forte, che la sua induzione sopra un conduttore salente, non si potrà evidentemente porre in non cale, neppure dai sostenitori di esso, il quale perciò dovrà manifestare colla sua salita, una elettricità ben diversa da quella cercata.

Ma quello che si verifica per questi luoghi eccezionali, si deve pure verificare per qualunque altro luogo, essendo che la superficie della Terra, ovunque possiede una elettricità; e la differenza potrà solo consistere nella quantità o qualità di azione, ma questa non potrà mai mancare. Inoltre poichè prima Nicholson, quindi Erman, dimostrarono con indubitate sperienze, che due corpi ancorchè piccoli, pure se fra loro avvicinati od allontanati, sempre manifestano tensioni elettriche, le quali non altro possono essere, fuorchè effetti d' induzione; ciò posto, perchè la Terra, corpo grandissimo ed elettrico, non deve produrre gli effetti medesimi, quando un corpo isolato si allontani o si avvicini ad essa? Certo niuno ragionevolmente potrà negare questa influenza terrestre.

Un elettrometro atmosferico a punta fissa, trovasi descritto, come un mezzo il più conveniente a sperimentare sulla elettricità dell' aria, dal fisico Leroy, nel giornale intitolato « Observations sur la physique par l'abbé Rozier, t. 3, gennaio 1774, pag. 1. Inoltre leggesi nella enciclopedia portatile (Milano, p. 273; puntata 24). Che quando si vogliono sperimentare le più piccole quantità di elettrico, e quando si voglia conoscere la elettricità degli strati più alti dell'atmosfera, si pone l'appartato (l'elettrometro) in comunicazione con una verga conduttrice, più o meno elevata, che termini con punta metallica, ed abbia un filo conduttore, ecc.

Nel tomo 7.°, serie 3.ª, degli atti del R. istituto veneto (dal novembre 1861, all'ottobre 1862, dispensa 8.ª e 9.ª, pag. 705) si trova una memoria del prof. Zantedeschi, sopra un elettroscopio dinamico atmosferico. Da questa pubblicazione si rileva, che il nominato fisico, pone ogni fiducia nell'uso di un conduttore fisso, per le ricerche sulla elettricità dell' atmosfera; nè fa

(*) Comptes Rendus, t. 65, an. 1867, p. 628.. 635.

punto menzione dei difetti, che taluni pretendono, essere propri di questo condottore.

« I conduttori frankliniani o spranche frankliniane, dice il nominato fisi-
» co (245), sono aste metalliche acuminate, erette nelle più alte parti degli
» edifici, sopra sostegni isolanti, dalle quali partono dei fili conduttori tenuti bene
» isolati, i quali conducono la elettricità al luogo in cui si vuole esaminarla....
» L'asta serve tanto meglio quanto è più elevata ed acuta; ma quello che più
» importa si è, che sia bene isolata....» Da tutto ciò si conclude che il prof. Zantedeschi non riguarda i conduttori fissi, capaci di fornire indicazioni false circa la *natura* elettrica dell'aria.

Negli Annali di Poggendorff, vol. 3, p. 81, e seguenti, an. 1800, si riportano molte ricerche sulla elettricità dell'atmosfera, fatte dal celebre Humboldt a conduttore fisso, le quali sono riguardate senza eccezione.

Se leggasi attentamente il § 1036, vol. 2.°, p. 501 del trattato di elettrostatica di Riess, an. 1853, vedremo che questo fisico di Berlino, salvo nei casi eccezionali, riguarda il conduttore fisso frankliniano, qual mezzo acconcio per assegnare la elettricità dell'atmosfera.

Il p. De Rosate barnabita, le cui sperienze di atmosferica elettricità, furono riconosciute assai lodevoli (v. Bullettino meteorologico del collegio romano, vol. 2.°, an. 1863, pag. 121, li. 13) adoperava il conduttore fisso, ed associavalo al condensatore di Volta. L'accademico bresciano, dott. Gorno, nelle sue sperienze elettro-atmosferiche, si valeva del conduttore fisso, cioè della spranga frankliniana (opera citata, p. 123, li. 30).

L' illustre fisico W. Thomson, in un suo lavoro sulla necessità di registrare in maniera continua, e di osservare simultaneamente nelle diverse località l' elettrico-atmosferico, propone un elettrometro, che automaticamente registra le tensioni osservate; ma il conduttore della elettricità è fisso (246), o almeno secondo il Palmieri vale quanto il conduttore fisso (247),

Questo conduttore fu impiegato dal Beccaria, dal Volta, dal Bennet,

---

(245) Trattato del magnetismo e della elettricità dell' ab. Zantedeschi, vol. 1.° Milano 1846, p. 169, e 170.

(246) L' Institut del 12 ottobre 1859, p. 334, num. 1345 — Vedi anche Les Mondes, t. 3.°, science pure, pag. 762. — V. anche Archives, ec. nouvelle période, t. 11, an. 1861, pag. 221, e seg.

(247) Rendiconto della R. accad. delle scienze di Napoli, an. V, fasc. 1.°, gennaio 1866, pag. 21.

dal Gersdorf, dallo Schübler (248), dal Read (249), dal Romershausen (250), dall'Airy (251), come anche dal priore Cecca di Torino (252), i quali tutti hanno sperimentato con molto successo intorno alla elettricità dell'atmosfera.

La punta fissa ed il condensatore di Volta, furono adoperati dallo Schübler per le sue ricerche di elettricità nell'atmosfera (Gehler, vol. 6.°, pag. 469). Il sig. Hankel adopera esso pure la punta fissa, ma senza condensatore, servendosi della pila e della foglia d'oro. Siccome però le divergenze della foglia medesima, sono troppo deboli, così egli le ingrandisce otticamente, per mezzo di un microscopio. (Poggendorff Annalen, vol. 103, an. 1858, p. 209). Anche Pfaff per l' indicato fine, si serve di un conduttore fisso (V. Gehler, vol. VI, p. 517).

Dal fatto che quasi tutti gli autori di ricerche sulla elettricità dell'aria, riportano come vere le tavole del periodo quantitativo elettro-atmosferico, date da Schübler e da Saussure, i quali sperimentarono colla punta fissa, dobbiamo concludere che gli autori medesimi, riconobbero meritevole di fiducia, i risultamenti ottenuti da un conduttore fisso.

Romershausen nell' apparecchio, da esso perfezionato, per le ricerche di atmosferica elettricità, si serve della punta fissa, ed il Guirartowsky giudica eccellente questo mezzo (253).

Dice il ch. Palmieri, come già riferimmo « ci ha dei casi nei quali è utile » fare delle osservazioni a conduttore fisso, per vedere quando la tensione cangia » di segno (254) ». Dunque la natura dell'elettrico è bene indicata dal conduttore fisso, e perciò non deve posporsi al conduttore salente, il quale dà sempre tensione positiva, salvo rari casi eccezionali di forti atmosferiche perturbazioni.

Dice il celebre Humboldt « je ne parle ici que des recherches que j' ai » faites avec un électromètre de Saussure, armé d'un conducteur metallique » long d'un mètre, recherches dans lesquelles l'électromètre ne recevait au- » cun mouvement de *haut en bas*, *ni de bas en haut*, et où le conducteur n'était

(248) Journal de phy., t. 75, an. 1812, p. 175.

(249) V. Riess, trattato di elettrostatica, an. 1853, t. 2.°, p. 497, li. 14.

(250) Poggendorff, Annalen., t. 69, p. 71, an. 1846.

(251) Nell'osservatorio R. di Greenwich.

(252) Archives des sciences phy. et nat. de Genève, Nouvelle période, t. 11, an. 1861, pag. 221, e seg.

(253) Archives des scien, phy. et nat. de Genève, Nouvelle période, t. 7, an. 1860, p. 83 — V. anche Poggendorff, Annalen, t. 69, pag. 71; e t. 88, p. 571, an. 1853.

(254) Annali dell'osservatorio reale meteorologico vesuviano, an. 1.° del 1859, p. 11.

» point armé d'une éponge imbibée d'alcool enflammé. Ceux de mes lecteurs
» qui sont au courant des points actuellement *controversés* dans la théorie de
» l'électricité atmospherique, comprenderont le but de cette restriction (255)».
Si vede bene da questo brano, che quel gran filosofo della Germania, coll' indicata sua restrizione, ha voluto evitare la influenza della elettricità tellurica, ed anche dell'aria sollevata, ovvero ascendente, per effetto del calorico della fiamma.

Qnesta influenza tellurica, è ulteriormente confermata, dai seguenti due brani di fisici assai competenti. Dice infatti De la Rive (*) « Quant à nous....
» nous sommes d' accord pour admettre que le globe terrestre possède du
» moins dans sa partie solide , un excés d' électricité négative , et qu' il en
» est de méme des corps placés à sa surface ».

Dice inoltre il sig. Latimer Clark « la Terra è un immenso corpo elet-
» trizzato, che possiede tensione diversa nelle sue parti. Quelle che sono co-
» nosciute comunemente dai telegrafisti come *correnti di Terra* nei loro fili,
» sono la prova di questo; e sono prodotte dalla scarica dell'elettricità della
» superficie terrestre fra due punti, che hanno tensione differente » (**).

Quindi è chiaro dal citato braño, che Humboldt ha inteso anche di escludere il conduttore salente, preferendo quello fisso.

Nel giornale Les Mondes, t. 3.°, an. 1864 (science pure), p. 666, li. 3, si legge « pour reconnaître le courant qui accompagne la pluie , il suffit de
» mettre le galvanomètre en communication avec le conducteur *fixe* à point
» de platine . . . . » Qui si domanda : se il condùttore fisso è valevole per conoscere la corrente della pioggia, perchè non può essere valevole per conoscere, mediante il condensatore, anche la elettricltà dell' aria , quando non piove; e perchè si deve preferire a questo fine il conduttore salente, che ha contro di se tante cause di errore ?

Il sistema del ch. prof. Magrini, per assegnare la elettricità dell'atmosfera, è a conduttore fisso, accoppiato al condensatore. Perciò sembra che questo fisico si accordi con quei molti, fra i quali anche il sig. Monnet (256) , che preferiscono il fisso al mobile nelle indicate ricerche. Il sistema indicato comprende il condensatore, con questa insignificante differenza, cioè che invece di

(255) Cosmos par A. De Humboldt, première partie. Paris 1847, pag. 571, (note 14).
(*) Traité d'électr. théorique et pratique. Paris 1858, t. 3.°, p. 112, li. 2 salendo.
(**) Bullettino meteorologico del collegio romano, vol. 1, an. 1862, pag. 42, lin. 30.
(256) Rendiconto dell' accad. delle scien. della R. società di Napoli , an. V (1866) , fasc. 4.°, p. 125.

essere collocato sul bottone dell' elettroscopio di Bohnenberger, si trova separato da esso, facendo parte del conduttore fisso isolato (257). Ciò in *sostanza* corrisponde al modo, col quale ho sperimentato fin'ora sulla elettricità dell'atmosfera.

Se il conduttore mobile fosse pel sig. Le Verrier, un mezzo senza eccezione, come da taluni si pretende, nelle ricerche di atmosferica elettricità, egli non avrebbe detto (Comptes Rendus, t. 61, pag. 143, an. 1865) « Nous au-
» rions désiré joindre à ces observations la constition de l'état électrique de
» l'air, mais nous n'avons trouvé rien de suffisamment précis. La question
» est à l' étude ».

Fino dal 1845 a Kew si trova collocato un foto-elettrografo, ad asta fissa, dal sig. Ronalds (*).

§. 40.

Nel paragrafo precedente furono indicate molte autorità, in favore dell'uso di un conduttore fisso, per le ricerche di elettricità nell'atmosfera; ora passiamo a riconoscere i difetti del conduttore salente nelle ricerche stesse.

Abbiamo già pubblicate molte sperienze, istituite nell'edificio della università romana (258), dalle quali risulta una contraddizione in qualità ed in quantità, rispetto all'elettrico dell'atmosfera, ottenuto coll'asta fissa, e quello fornito dalla mobile nel medesimo tempo. Per dimostrare maggiormente questa differenza, notevole assai, dalla quale si deve concludere che l'asta mobile non può servire alle ricerche in proposito, riporteremo qui alcune altre sperienze, fatte interrottamente nell'edificio stesso, adoperando il condensatore a pile secche, coi piattelli separati semplicemente da due sottilissimi fili di seta. Ciascuna sperienza fu eseguita una volta col prendere per collettore il superiore piattello, ed un'altra l' inferiore, usando tutte le cautele necessarie.

Se possa trovarsi una manifestazione elettrica dalla punta fissa, che debba riguardarsi propria della elettricità atmosferica; in tal caso, allorchè la punta salente desse nel tempo medesimo elettricità contraria, dovrebbe questo mezzo giudicarsi non acconcio per le indagini elettro-atmosferiche : ciò appunto si verifica nelle seguenti sperienze.

---

(257) Vol. IX, che costituisce il 3.°, della serie 2.ª, fascicolo 3.°, delle memorie del reale istituto lombardo di scienze lettere ed arti, Milano 1863, p. 233...240.

(*) Traité général de photographie par D. V. Monckhoven. Paris 1863, p. 359.

(258) Atti dell'accad. pont. de' Nuovi Lincei, t. XIV, an. 1861, p. 270, e p. 357.

Dal 25 di giugno 1861, sino al 30 di settembre dello stesso anno, verificai per ciascun giorno, ed anche più di una volta per giorno, mediante l'asta fissa, lo stato elettro-negativo dell'atmosfera: ciò conferma (§ 41) il periodo qualitativo diurno. Contemporaneamente l'asta salente forniva sempre la elettricità positiva, e perciò non diceva il vero. Inoltre sempre avveniva che, congiungendo l'asta fissa isolata, colla parte metallica, la quale comunica col suolo, in tal caso, il negativo fornito dall'asta medesima, era più copioso, di quello manifestato dall'asta isolata. Se poi si poneva una fiamma sulla punta dell' asta , e si faceva comunicare la parte isolata coll' altra comunicante col suolo , il negativo raccolto a quel modo, per mezzo del condensatore a pile secche, si trovava eziandio più copioso, tanto di quello fornito dalla punta isolata, quanto dell'altro fornito dalla punta stessa comunicante col suolo. Ciò prova che nello stato elettrico dell'atmosfera, influisce molto quello negativo appartenente alla Terra, e che perciò l'asta salente non può servire in così fatte ricerche.

Nel 14 di gennaio 1862, alle 3 pomeridiane, la punta salente dette zero, e la fiamma tanto di olio, quanto di alcool, salenti anch'esse, dettero un forte negativo. Ma è chiaro che, poichè in questo tempo pioveva, ed era la pioggia negativa, così anche l'atmosfera essere doveva negativa, quale appunto era indicata dall' asta fissa. Dunque la punta salente non indicava il *vero* stato elettrico dell'atmosfera, quale veniva indicato dall'asta frankliniana; ed in quanto alla sola qualità essa era pure indicata dalle fiamme ad olio, e ad alcool salenti. Dalla riferita sperienza si vede, che il forte negativo della pioggia , neutralizzò senza residuo il positivo sviluppato nella punta salente , per l' innalzamento di essa. Però il negativo medesimo, essendo assorbito assai più dalle fiamme , di quello sia dalla punta metallica , non solo neutralizzò nelle medesime il positivo sviluppato in loro per essersi sollevate , ma in esse lasciò un residuo forte di negativo.

Nel 12 aprile 1862, alle ore tre pom., la punta fissa dette nella stazione bassa della università, 15° di negativo, e contemporaneamente nella stazione molto elevata di Villa Ludovisi, dette 1.° di positivo; mentre in queste due stazioni, la punta salente dette nel medesimo tempo il positivo; ma siccome il negativo dato dalla fissa fu assai forte , deve ritenersi che nella stazione più bassa, il conduttore salente non disse il vero.

Nel 13 di aprile 1862, alle 11 antim. si portò sulla loggetta l'elettrometro condensatore, assai presso l'asta fissa, e congiungendolo mediante un corto filo con uno dei quattro tiranti che legano l'asta all'ombrello isolato, fu veduto che la elettricità era negativa, *ma più forte* di quella che si otteneva, *pure nega-*

tiva, dall'asta medesima nella camera molto inferiormente alla stessa loggetta; mentre l'asta salente dette il positivo.

Nell'11 di maggio 1862, alle 3 pom., la punta fissa dette — 10.°, e la salente, nel medesimo tempo, dette — 4.° Dunque la elettricità dell' atmosfera si manifestava senza dubbio negativa, e l'asta fissa dette una elettrica tensione maggiore di quella fornita dalla salente, perchè questa fu diminuita per la neutralizzazione che avvenne, fra il positivo liberato nella salente, ed il negativo dell'atmosfera, il quale in questo caso era maggiore del positivo abbandonato dall'asta salente. Da ciò discende, che il conduttore mobile non esprime il vero stato elettrico dell'atmosfera; ed anche da ciò risulta chiaro, che il conduttore fisso, è l'unico mezzo per isperimentare sulla elettricità dell'aria.

Nel 1 gennaio 1863, alle 3 pom., la punta fissa dette negativo, cioè —7°, e la fiamma tanto di olio, quanto di alcool, dette pure negativo, cioè la prima — 15°, e la seconda — 17°. Pare a me che in questo caso, dovrà ognuno esser certo, che la elettricità atmosferica era veramente negativa; e si ottenne tale anche *senza condensatore*; mentre le fiamme in questo caso, non hanno potuto cangiare, col calorico loro, il negativo in positivo, e neppure diminuirlo, bensì accrescerlo rispetto quello della punta fissa. Ma la punta mobile, ovvero salente, diede in questo caso medesimo, ed in molti altri simili, un risultamento elettro-positivo; dunque non è acconcia questa punta salente, a fornire le vere indicazioni della elettricità dell'atmosfera; perchè se per evidenza in alcuni casi questa punta è fallace, lo dev'essere in tutti gli altri.

Trovo notato nei miei registri, che nei mesi di novembre, dicembre 1863, e gennaio 1864, il conduttore fisso dell' atmosferico elettrometro, collocato sulla camera meteorologica della università romana, manifestò elettrico positivo, più frequentemente che non fece nei stessi precedenti mesi; lo che si accorda col buon tempo avuto sul fine del 1863, e sul principio del 1864. Da questi risultamenti concludiamo, che il conduttore fisso, associato al condensatore, manifesta la vera natura della elettricità dell'aria, la quale nel maggior numero delle giornate molto asciutte, si riconosce da tutti dover essere positiva.

Nel 15 marzo 1863, alle ore 4 e $^1/_4$ pom., si ottenne la elettricità *negativa* dalla punta fissa, poi con una punta salente si ottenne un *positivo*, così grande, che solo in condizioni temporalesche si sarebbe ottenuto a punta fissa. Quindi si scaricò l' istromento, e ripetuta la sperienza, si vide che colla punta fissa la elettricità continuava negativa, ed era presente all'esperimento il sig. ingegnere Serra-Carpi.

Nel 28 marzo 1865, ore 3 e $\frac{1}{2}$ pomeridiane, si ebbe dalla punta fissa un evidentissimo *negativo*, e dalla punta salente un copiosissimo positivo, essendo presente il macchinista sig. Giacomo Lusvergh.

Nel 13 luglio 1865, ore 7 pom., fu verificato alla presenza del p. Nardini, e del p. Pierotti domenicani, che sollevando l' asta, si aveva elettricità negativa, mentre dall' asta fissa ottenevasi elettricità positiva. Ciò conferma che i due metodi sono fra loro in opposizione palese. La sperienza fu ripetuta più volte, sempre col medesimo successo.

Nel 14 luglio 1865, ore 6 e $\frac{1}{2}$ pomeridiane, la punta salente fu due volte positiva, ed una negativa; mentre la punta fissa dette sempre il positivo, essendo presente anche il sig. Serra-Carpi.

Nel 17 febbraio 1867, alle ore 4 e $^3/_4$ pomeridiane, il tempo era disposto alla neve, ma non pioveva, e la punta fissa dette forte *negativo*, mentre la punta salente dette forte *positivo*. Fu l'esperimento ripetuto tre volte, alla presenza del sig. Serra-Carpi, e del collaboratore macchinista, sempre col medesimo successo. Dunque si conferma spesso accadere, che la punta fissa è in opposizione colla salente, anche riguardo alla natura dell'elettrico.

Nel 18 febbraio 1867, alle ore 4 e $^3/_4$ pomeridiane, la punta fissa dette negativo sensibilissimo, e la salente dette positivo, sebbene *cadesse un poco di pioggia*. Lo sperimento fu ripetuto tre volte alla presenza del sig. Serra-Corpi. e fu sempre del medesimo effetto.

Nel 19 detto 1867, alle ore 4 pom., la punta fissa dette negativo debole, e la punta salente dette positivo, debole anch' esso.

Nel giorno 15 di giugno 1867 nella sera, la elettricità dell' atmosfera, presa col conduttore fisso, era negativa, e questo negativo fu sperimentato tale più volte. Quindi fu presa la elettricità dell'atmosfera col conduttore salente, e si trovò fortemente positiva; tornando a prenderla coll'asta frankliniana si riebbe negativa. Quale di questi due opposti risultamenti sarà vero? per me certo quello che si ottenne col conduttore fisso. Ciò prova che il conduttore mobile dice il falso nelle ricerche di elettricità atmosferica, sì per la quantità, che per la qualità; e che inoltre (§ 41) il periodo qualitativo esiste.

Nel 15 luglio 1867, alle 7 e $\frac{1}{2}$ pomeridiane, dalla spranga frankliniana si ottenne la elettricità negativa, mentre dall'asta salente si ottenne il positivo contemporaneamente.

Nel 16 detto, alle ore 5 pomeridiane, si ebbe lo stesso risultamento, cioè dal conduttore fisso il negativo, e dal mobile il positivo.

Nel 20 luglio 1867, alle ore 7 e $^3/_4$ pomeridiane, mediante la punta fissa

ho trovato l'atmosfera elettrizzata negativamente. La sperienza fu ripetuta sei volte in una mezz'ora , e sempre col medesimo successo. Innalzata contemporaneamente la punta metallica isolata, si ebbe sempre dalla medesima una forte elettricità positiva.

Nel 3 agosto 1867, alle ore 4 e $\frac{1}{2}$ pomeridiane, l'asta fissa dette il negativo, e la mobile il positivo.

Nel 17 agosto 1867, alle 7 e $^{1}/_{4}$ pomeridiane incominciava la pioggia, e dall'asta fissa si ebbe il negativo, mentre dalla mobile si ebbe il positivo, ad onta della pioggia.

Nelle precedenti ultime cinque sperienze, vi fu presente il mio collaboratore sig. Gio. Campbell.

Nel 13 agosto 1867 , alle ore 7 e $^{3}/_{4}$ pomeridiane , la elettricità data dall'asta frankliniana fu negativa, e quella che fornì contemporaneamente l'asta salente, fu positiva.

§. 41.

I periodi elettro-atmosferici diurni sono due , vale a dire uno *quantitativo*, ed è quello di cui principalmente si occuparono i fisici, tanto coll'asta fissa, quanto colla mobile; perchè fino ad ora non si pensò troppo alla natura dell' elettrico dell' atmosfera , ma soltanto alla sua tensione. L' altro periodo è *qualitativo*, esso consiste nella *qualità* dell' elettrico, e questo periodo fu da me riconosciuto : le sue fasi nei mesi estivi sono frequenti , ed è , nella maggior parte dei casi , come già osservammo , una conseguenza del fatto , che i corpi salenti sono elettro-positivi, ed i discendenti elettro-negativi; ma il periodo stesso, in altri casi, è prodotto da circostanze diverse. Non sarebbesi mai verificato sperimentalmente questo periodo , valendosi dell' asta salente; imperocchè la medesima , nelle giornate senza notevoli perturbazioni atmosferiche, cui solo possono riferirsi le ricerche dei diurni periodi, fornisce *sempre* indicazioni elettro-positive , quand' anche sieno negative quelle date dalla punta fissa. Ecco un altro fatto, pel quale deve accordarsi all'asta fissa la esclusiva idoneatà, nelle sperienze relative allo stato elettrico dell'atmosfera, e non all'asta salente. Tutte le volte che nella giornata si verifica un'atmosferica elettro-negativa tensione , il periodo elettro-qualitativo si manifesta certamente nella giornata medesima , poichè in essa non può mancare , almeno verso il mezzodì , una manifestazione di elettricità positiva , per parte dell' atmosfera. Nelle osservazioni di Read sulla elettricità dell' aria , fatte a

conduttore fisso. e continuate per un anno, si trovano 156 casi di elettricità negativa, essendo 397 il numero totale delle osservazioni (259); ed in molti di questi 156 casi, dobbiamo ammettere che abbia preceduto o seguito un positivo, perciò anche la esistenza del periodo diurno qualitativo.

Si domandi da dove viene questa elettricità negativa, somministrata spesso dalla punta fissa, in ispecie nei luoghi non elevati molto. Se si nega che questa elettricità venga dell'atmosfera, non si troverà mai quale sia l'origine della elettricità medesima; perchè qualunque altra sorgente si voglia supporre capace di produrre la indicata elettricità negativa, non sarà mai conciliabile nè colla teorica, nè colla sperienza, non esclusa la evaporazione: giacchè neppure da questa causa, potrebbe farsi dipendere quell'effetto elettro-atmosferico negativo, d'altronde indubitato. Ma se questo negativo è proprio dell' atmosfera, perchè non è accusato dal conduttore salente? Si deve rispondere: perchè questo non è opportuno a darci elettro-atmosferiche indicazioni.

Dicesi che i vapori, sollevandosi pel calorico del sole, dal mare, dai fiumi, e dai laghi delle regioni equatoriali, portano con loro la elettricità positiva, che tolgono alla Terra, e che da queste regioni dirigendosi alle polari, producono la riunione della positiva loro colla negativa restata nel suolo (260). Ma volendo conciliare questa ipotesi, una delle migliori per l' azione *indiretta* del sole sul magnetismo terrestre; potremmo dire che i vapori, come qualunque altro corpo, sollevandosi dalla Terra, che riguardiamo generalmente negativa, si caricano di elettricità positiva *di abbandono*; e ciò non perchè i vapori tolgano alla Terra il positivo del quale sono carichi, ma perchè allontanandosi essi dalla medesima negativa, debbono manifestare libera quella elettricità positiva, che in essi era vincolata dalla induzione tellurica negativa.

Per questo avviene che la presenza del sole, e la elevazione del luogo rende positiva l'atmosfera, mentre il contrario la rende spesso negativa: per questo avviene, che un corpo più s' innalza, e più positivo manifesta; mentre diviene tanto più negativo, quanto più si abbassa, cioè quanto più avvicinasi alla Terra: per questo avviene che, anche nei luoghi molto elevati, l'atmosfera in qualche ora della notte spesso è negativa, sebbene innalzando ivi la notte un corpo isolato, questo si mostra positivo; interessantissima osservazione, che fino

(259) Riess elettrostatica, anno 1853, t. 2.°, § 1036.
(260) De la Rive, Traité d'électricité, t. 3.°, pag. 270, li. 26, p, 278, li. 34.

ad ora, se non m' inganno, sembrami essere sfuggita: per questo avviene che il periodo elettro-atmosferico diurno qualitativo non si manifesta dall'asta salente: per questo il periodo medesimo si mostra molto meno in inverno, che nelle altre stagioni dell'anno: per questo il periodo medesimo comparisce nell'anno più presto nei luoghi meno elevati, di quello sia negli altri che lo sono più: per questo il periodo stesso, che fino ad ora sfuggì ai meteorologi, non può riconoscersi coi conduttori mobili, che danno SEMPRE nelle giornate non procellose il positivo, sia di giorno sia di notte: per questo i conduttori mobili, e qualunque altro mezzo, che abbisogni di ascendere nell'atmosfera per essere praticato, non è affatto acconcio ad assegnare la elettricità dell'atmosfera, ma piuttosto manifesta l'effetto combinato di essa e della negativa terrestre: per questo in fine la punta fissa è l'unico mezzo, per istituire sperimenti elettro-atmosferici, possibilmente i più esatti, essendo l'uso dei conduttori mobili, *un perder tempo e fatica.*

La indicata contraddizione fra l'asta fissa, e la mobile nei tempi ordinari, non si spiega, senza ricorrere alla influenza elettro-tellurica negativa, nè coll'una, nè coll'altra delle due teoriche sulla elettrostatica induzione; perciò bisogna ritenere, che la mobile non è conveniente. In fatti, la supposta induzione *positiva* degli strati atmosferici superiori, se agisce sull'asta mobile, deve anche agire sulla fissa; e siccome per l'antica teorica la *indotta* possiede tensione, così deve questa disperdersi più dell'*attuata*, perchè distribuita sopra una punta, e perchè attirata dalla inducente, donde viene che le indicazioni elettriche delle due medesime aste, dovrebbero essere insieme positive: ma invece sono spesso fra loro contrarie. Soltanto nei tempi eccezionali , quando cioè la induzione superiore veramente agisce sulle indicate aste; allora tanto l'asta fissa, quanto la mobile, forniscono indicazioni elettriche della stessa natura. Dunque l'antica teorica sulla induzione elettrostatica, non può spiegare la indicata contraddizione dei risultamenti elettrici nei due conduttori. Se poi ritengasi la moderna teorica sulla induzione, adottata da De Luc, da Pfaff, da Mohr, da Knochenhauer, da Melloni, da Nobile, da Fischer, da Gaugain, da Fabri, e da molti altri, la indotta negativa non avendo tensione, non può caricare l'elettrometro, e questo non può indicare il negativo come lo indica; perciò si dovrebbe vedere, che anche nei tempi ordinari le aste, una fissa, l'altra mobile, danno insieme la stessa elettrica natura, lo che non si verifica sempre. Dunque neppure la moderna teorica sulla influenza elettrica, può spiegare la contraddizione fra i risultamenti delle due considerate aste. Da ciò discende che nei tempi ordinari, la discordanza, verificata in molti casi, fra l'asta fissa, e la mobile, deve

ripetersi da questo, che cioè la mobile manifesta gli effetti di un perturbamento, nell'equilibrio stabile elettro-atmosferico, prodotto dal moto ascendente dell'asta medesima ; la quale sottraendosi all' influenza elettro-tellurica negativa, mette in libertà l'elettrico positivo indotto nell'asta che sale. In quanto all'asta fissa, questa manifesta soltanto la elettrostatica tensione atmosferica; la quale, per essere una sorgente inesausta, riduce sempre l'asta fissa in uno stato elettrico, eguale a quello dell'atmosfera che la circonda. Siccome del resto è solo questo, l'effetto di cui si cerca la manifestazione, vale a dire si cerca esclusivamente la elettrica tensione, che appartiene all'attuale, ed al locale equilibrio elettro-atmosferico, non già quella che corrisponde al momentaneo turbamento di esso; così la punta fissa, deve sempre alla mobile preferirsi.

Certo è che l' allontanamento del conduttore mobile dalla Terra , turba l'elettrico equilibrio stabile dell'atmosfera, presso il conduttore medesimo, che acquista una elettrica tensione *positiva*; che, come dicono giustamente alcuni fisici (261), non appartiene affatto alla elettricità dell' atmosfera. Ed è facile riconoscere, che le indicazioni elettriche del conduttore mobile, dipendono: 1.° dalla elettricità dell'atmosfera superiore ad esso; 2.° dalla elettricità negativa della Terra che gli è sottoposta, e circostante ; 3.° dalla comunicazione dell'elettrico libero in tutto quello strato d'aria, percorso dal conduttore stesso; 4.° dalla ertezza maggiore o minore dello strato medesimo; 5.° dalla velocità della sua corsa; 6.° probabilmente dal solo allontanarsi di questo conduttore dai corpi circostanti, quando viene innalzato nell'atmosfera. Ed in fatti ad essere convinti degli effetti elettrostatici, prodotti nei corpi, specialmente in quelli che sono conduttori , col variare delle distanze fra loro , basta riflettere bene sui fenomeni simili, che si ottengono mediante il molinello di Nicholson (262), e quelli descritti da Erman, per l' avvicinamento ed allontanamento dei corpi l'uno dall'altro (263). Se queste due pubblicazioni si fossero bene studiate, i conduttori mobili non si sarebbero introdotti nelle ricerche sulla elettricità dell'atmosfera. Per tutte queste influenze, il conduttore mobile deve fornire un effetto elettrostatico, non coincidente con quello cercato; cioè non corrispondente nella natura e nella tensione, a quella sola elettricità libera e propria dello strato atmosferico, del quale la elettricità si vuole assegnare. Pel con-

(261) Journal de phy. par Delamétherie, t. 59, an. 1804, p. 98, e seguenti.
(262) Philos. trans. vol. 78, an. 1788, parte I, pag. 403.
(263) Journal de phy., par Delamétherie, vol. 59, an. 1804, p. 98, e seguenti.

trario, certo è che il conduttore fisso, non si trova soggetto alle indicate *sei* cause perturbatrici, le quali agiscono sul mobile; quindi si deve questo adottare, non già quello, per le ricerche sulla elettricità dell'atmosferà.

In conferma di questa nostra maniera di vedere, vogliamo ricordare, che nel 1803, pubblicò Erman una sua memoria (264) sulla elettricità dell'atmosfera, di cui l'oggetto primario consiste nell'esplorare la differenza essenziale, che regna fra le indicazioni contemporanee, di un elettrometro *salente*, e quelle di una spranga *fissa*, isolata nel miglior modo, ambedue nella medesima località manifestate. Questo autore, assai competente, deduce dalle sue sperienze, che da esso furono seriamente istituite , ed in più guise variate, la conclusione (265) , che l' asta salente subisce un cangiamento nel suo stato elettrico , unicamente per causa dell' azione induttiva del suolo, la quale diminuisce d' intensità per l' accresciuta distanza dal suolo stessso. Della indicata memoria trovasi un estratto, inserito nel Journal de physique et de chimie par Delamétherie, t. 59, an. 1804 , pag. 98. Inoltre si trova negli Annalen di Gilbert, vol. 17, an. 1804, p. 482, una nota di Castberg, sopra lo stesso argomento, nella quale vengono confermate le medesime conclusioni di Erman.

Questo fisico pure dimostra , essere senza verun fondamento la obbiezione, fatta per solito all'asta fissa, cioè pretendendo che la medesima non sia servibile per mancanza d' isolamento ; poichè avendo egli dato a tale asta, una carica minima di elettricità, vide che questa si conservò, quando era nulla sensibilmente la elettricità dell'atmosfera (266). Ciò prova eziandio sino alla evidenza , che l' asta salente , la quale contemporaneamente dava elettricità positiva, diceva il falso ; cioè manifestava quello che nell'aria non era. La obbiezione contro l' asta fissa , per effetto della dispersione , non è neppure nuova; poichè secondo Erman (*), fu per la prima volta fatta Saussure, quindi venne di tanto in tanto da qualche fisico ciecamente riprodotta, senza occuparsi delle prove le più evidenti della falsità sua.

Erman giustamente sostiene, che gli effetti annunziati dall'asta mobile, sono dovuti alla terreste induzione , trovando egli una conferma di ciò nel fatto , che la elettricità nell' asta medesima, si sviluppa molto più nella sua

---

(264) Gilbert, Annalen der Physik, vol. 15, p. 387, lin. 2, an. 1803.
(265) Ibidem, pag. 394, li. 15.
(266) Gilbert, Annalen, vol. 15, p. 396, li. 3.
(*) Ibidem, p. 393, li. 5 salendo.

parte superiore, di quello che nella inferiore, come dalla sperienza potè dedurre (267). Egli poi dice, che innalzando un conduttore, gli elettrometri, uno superiore l'altro inferiore, divergono ambedue con elettricità positiva (*). Ciò contraddice a quello che fu asserito nel Nuovo Cimento, tomo I°, p. 350, li. 18, ove si legge l'opposto.

Un' altra prova diretta di questo fatto, si è da Erman trovata, nel vedere, che l'avvicinamento fra loro di due piccoli corpi, cagiona sempre uno sviluppo di elettricità in essi (268), per effetto della elettrica induzione. Adunque se due corpi, ognuno di piccola mole, manifestano elettricità, quando le distanze fra i medesimi variano; tanto più queste manifestazioni, fra due corpi, dei quali uno, come la Terra, possiede grandissima superficie, dovranno aver luogo, per avvicinarsi ad essa, o per allontanarsi dalla medesima di un altro corpo isolato, cioè dell' asta conduttrice salente. Reca non poca meraviglia, il vedere che Peltier, non abbia tenuto conto di queste interessanti ricerche dell' Erman, di cui le conseguenze si oppongono all'uso del suo elettrometro salente. Non meno dobbiamo maravigliare, che i fisici sostenitori dell' asta salente, non abbiano seriamente consultato questa memoria; ovvero, avendola consultata, non abbiano trovato difficoltà, per l'uso dell'asta salente nell'elettro-atmosferiche ricerche.

Erman sperimentò ancora, chiudendo l'asta salente in un tubo di vetro, per impedire che avesse luogo la *comunicazione* dell'elettrico atmosferico all'asta mentre ascendeva; e vide che le manifestazioni elettriche, rimanevano le stesse (269). A questo modo è dimostrato, che le indicazioni dell'asta *mobile*, dipendono da una induzione; ma non è dimostrato da dove questa procede, cioè se dalle parti superiori dell'atmosfera, o dall'allontanamento dell'asta medesima dal suolo; nè se possa in qualche caso dipendere anche dalle due indicate cagioni.

§. 42.

Quand'anche non si volesse ammettere la influenza negativa della Terra, tuttavia non potrebbe il conduttore mobile, rappresentare il vero stato elet-

---

(267) Luogo citato, pag. 406, lin. 7.
(*) Gilbert, Annalen, vol. 15, p. 408, li. 3.
(268) Ibidem, p. 397.
(269) Luogo citato, p. 395, li. 17.

trico dell' atmosfera. Imperciocchè il conduttore stesso rappresenterebbe in questa ipotesi, l'effetto di una elettricità positiva, nel medesimo conduttore attuata, per causa della induzione atmosferica superiore ad esso; il qual'effetto non è altro, fuorchè un momentaneo turbarsi dell'elettrico equilibrio permanente in quello strato d'aria, percorso dal medesimo conduttore. Ma questo effetto, è ben diverso da quello che si cerca, il quale viene costituito dallo stato elettrico *stabile*, di quello strato atmosferico, nell' istante in cui si sperimenta. In somma, il conduttore mobile manifesta pure in questa ipotesi, la perturbazione da esso col suo innalzamento prodotta nell' equilibrio elettro-atmosferico ; e questo equilibrio non perturbato , è solo quello che si cerca , il quale viene fornito dal conduttore fisso, che non può mai perturbare le fasi elettriche dell' aria, e che solo manifesta gli effetti naturali di esse, non artificialmente alterati , come li altera pur troppo il conduttore mobile , il quale perciò deve abbondonarsi.

Dice il ch. Palmieri che al conduttore *mobile* « poco giovano le punte, » anzi non riceve sensibile aiuto neppure dalla fiamma, che ha efficacia ma- » ravigliosa sopra i conduttori fissi (270) ». Questo fatto si è verificato anche nelle mie sperienze; ma il fatto medesimo prova, che il conduttore mobile, sia con fiamma o senza, non è acconcio per le ricerche elettro-atmosferiche. Poichè l' indicato fatto si spiega considerando, che le punte, come pure la fiamma, disperdono la elettricità libera positiva, cioè di abbandono, che si manifesta nel salire del conduttore, per la diminuzione sul medesimo della influenza elettro-tellurica negativa. Quindi si comprende perchè, tanto le punte, quanto la fiamma, non arrechino sensibile aiuto al conduttore *mobile*; laonde risulta da questa spiegazione stessa, che il conduttore mobile non deve adoperarsi nelle indicate ricerche. Per quello poi riguarda il conduttore *fisso*, è certo che non è affatto maravigliosa, come taluni pretendono, l'efficacia della punta sul medesimo; il quale, se termina in globo, fornisce la stessa elettrica tensione , almeno nei tempi ordinari : se poi termina in fiamma , le indicazioni sue non sono più quelle appartenenti alla cercata elettricità dell'atmosfera. Qui cade in acconcio l' osservare, che abbiamo dei casi , nei quali cadendo la pioggia , ed essendo negativa la manifestazione elettrica del conduttore fisso; quello mobile fornisce

(270) Annali dell'osserv. R. meteorologico del Vesuvio, an. 1, del 1859, p. 20, li. 10 salendo. — V. anche la mem. del prof. Palmieri, che ha per titolo: Nuove modificazioni arrecate al conduttore mobile, pag. 11, li. 23, e p. 12, li. 7.

una tensione, o nulla, o positiva, come ho più di una volta verificato. Ciò avviene perchè il positivo, reso libero nel conduttore per l' innalzamento, si neutralizza o completamente, od in parte col negativo dello strato atmosferico, percorso dal conduttore stesso. Per questa spiegazione, unica da potersi dare al fenomeno indicato, discende che il conduttore mobile, deve cedere al fisso nelle ricerche di cui parliamo.

Il conduttore mobile, dando sempre il positivo nei tempi non assai perturbati, ha fatto dire al ch. Palmieri « che la elettricità dell'atmosfera, tanto » a cielo sereno, quanto a cielo nuvoloso, del pari che nell' interno stesso » delle nubi, è sempre positiva, purchè non scoppi la folgore, non cada la » pioggia, la grandine, o la neve (271) ». Per elettricità dell'atmosfera, si deve intendere, quella che possiede lo strato d'aria nel quale si sperimenta; ma la sperienza col *fisso* dimostra, che spesse volte questa elettricità, senza che cada, nè la pioggia, nè la grandine, o la neve, nè scoppi la folgore, è negativa; mentre il conduttore mobile la fornisce positiva. Inoltre non mancano dei casi nei quali, questo conduttore manifesta il positivo, anche quando cade la pioggia, la grandine o la neve, ovvero quando il fulmine scoppia. Dunque per la sperienza, l'asserto riferito, non può ragionevolmente accettarsi. Di più, poichè abbiamo dimostrato, non essere il conduttore mobile adatto a rappresentare la elettricità dell' atmosfera; e poichè l'asserto riferito, è basato sull'uso di questo conduttore, così anche a motivo di ciò, non possiamo ammettere quanto dallo stesso autore fu pronunciato.

Dalle sperienze istituite da me, nel medesimo tempo, tanto col conduttore mobile, quanto col fisso, e nel medesimo luogo, in un aria la più secca, essendo il mobile portato all'altezza del fisso; ebbi dal primo, il più delle volte, una carica maggiore, che dal secondo. Ma in tal caso non si può ricorrere alla dispersione subita dal conduttore fisso, perchè l'aria era coibente a bastanza. Dunque, poichè nel caso medesimo, cessa la dispersione, per la quale soltanto si pretende che il conduttore fisso non dica il vero; perciò dobbiamo ritenere che questo abbia fornito la cercata elettricità, e non l' altro, cioè quello mobile, che la fornì maggiore della vera. Concludiamo per tanto, che ogni qual volta la dispersione, per parte del conduttore fisso, non può invocarsi, quello mobile non dice il vero. Ma ciò si verifica sempre, poichè già vedemmo, che pure quando l'aria divenga umida, il conduttore fisso possiede uno stato elettrico, eguale a

(271) Corrispondenza scientifica, vol. 3.°, an. 1855, p. 68.

quello dell'aria circostante, lo che impedisce di ricorrere alla dispersione; perciò solo il fisso può servire alle ricerche di cui parliamo. Il conduttore mobile adunque dice il falso, anche perchè fornisce una elettricità maggiore di quella fornita dal fisso; perciò non conviene affatto per le indicate ricerche.

Secondo Belli (Corso elem. di fisica sper. Milano 1838, t. 3.° p. 711, lin. 1; e pag. 718, lin. 5 salendo) la elettricità negativa terrestre, si comunica nei tempi umidi, anche agli strati più bassi dell'armosfera; ed a me sembra molto probabile, che la elettricità negativa del conduttore fisso, accusata dal medesimo in questi tempi, non perturbati da procella, specialmente quando esso è collocato in basso, possa in qualche caso ripetersi dalla elettricità negativa terrestre: secondo il Peltier le inferiori parti dell' atmosfera sono elettrizzate in meno (272). Tutto ciò si oppone all'uso del conduttore mobile, che sempre nelle ordinarie giornate, manifesta elettricità positiva nell' atmosfera. È dimostrato che, generalmente in estate, la elettricità positiva dell'atmosfera, dopo il nascere del sole, va crescendo in intensità positiva, sino verso le 4 o le 5 dopo il mezzo giorno (273). Ciò si accorda col fatto che i corpi sollevandosi dalla Terra elettro-negativa, divengono elettro-positivi. Quindi è che gli strati dell'aria coi vapori, sollevandosi dalla Terra pel calorico solare, tanto più secchi e tanto più copiosi, quanto più s' innalza il sole sull'orizzonte, comunicano al conduttore *fisso*, una elettricità positiva, che va crescendo nel modo indicato; perciò lo strato d'aria, nel quale si trova il conduttore stesso, trovasi elettrizzato come questo. Da ciò discende che il conduttore salente, appunto perchè si allontana dalla Terra, si troverà elettrizzato positivamente, più di quello che comporti lo strato dell'aria da esso percorso; e quindi esso non può manifestare la vera elettricità dell'aria.

Secondo le notizie di dotti viaggiatori, e specialmente secondo quanto ha riferito il sig. Fournet (274), sappiamo che in alcuni luoghi del Messico, gli oggetti che si toccano, danno sul finire dell' inverno forti elettriche scintille. Negli Stati uniti, la elettricità posseduta dai corpi nell' inverno, è tale che i capelli sono spesso elevati, e divergenti fra loro. In questa medesima stagione, gli abiti di lana attraggono la polvere, i tappeti scattano scientille verso quelli che vi passeggiano sopra, e si può accendere un becco a gas col dito, dopo aver

(272) Institut, Num. 112, an. 1835, p. 289.
(273) Corso di fisica sper. del Belli, t. 3.°, p. 714, e 715, § 1541.
(274) Comptes rendus, t. 65, an. 1867, p. 25.

passeggiato sopra un tappeto. L'estrema secchezza di tutte le pianure sulle Ande, provoca effetti simili, ed ivi scattano elettriche scintille dal suolo. Nei deserti dell'Africa meridionale, avviene in primavera, che le penne degli struzzi, si caricano di elettrico da se medesime, sino al punto di produrre commozioni assai vive. Ora niuno certo ammetterà, che un conduttore salente, nei luoghi citati, non incontri fortemente gli effetti della influenza del suolo nei luoghi stessi; e perciò dovrà pure incontrarli, sebbene in minor proporzione, ma pure sensibilmente , nei luoghi di un suolo meno elettrizzato. Quindi si conferma , non essere il conduttore salente , acconcio per le ricerche di atmosferica elettricità.

La punta fissa, manifesta la elettricità di quello strato d' aria, nel quale si trova collocata; e dagli oppositori dell'asta fissa, non può dubitarsi di ciò, per lo meno quando questa manifestazione riesce molto grande, sia positiva, sia negativa. Ciò si verifica in estate, fra le undici antimeridiane, e le quattro o cinque pomeridiane, in cui l'asta fissa, va sempre crescendo le sue elettro-atmosferiche manifestazioni. Però dalle mie sperienze comparative fra la punta fissa, e la salente, risulta che questa, per lo più, nei casi ora indicati, va sempre diminuendo le indicazioni stesse. Il fatto è confermato anche dal Bullettino meteorologico del collegio romano (275) , nel quale si riconosce che il periodo quantitativo della punta *fissa*, è inverso di quello corrispondente al conduttore *mobile*. Qualunque sia la causa di questa inversione , certo è che i risultamenti del conduttore fisso, debbono riguardarsi corrispondenti alla sola elettricità dell' atmosfera ; poichè il crescere dell' elettrico nel conduttore medesimo, non può dipendere, altro che dal crescere della elettricità nell'aria che lo circonda. Da ciò dipende , che il diminuire nel tempo medesimo sull'asta salente le indicazioni elettriche sue, deve riguardarsi come una prova, che non sono esse corrispondenti alla elettricità cercata, quella cioè dell'atmosfera. Questa inversione riesce anche maggiore, quando la elettricità dell'atmosfera è fortemente negativa , nel qual caso può l'asta salente dare anch'essa il negativo, ma sempre minore assai di quello fornito dalla fissa , come per me si verificò, nel 9 di maggio del 1862, alle 11 antimeridiane.

In somma, più l' aria mostrasi elettrizzata, cioè più crescono le indicazioni elettriche del conduttore fisso, e più in pari tempo diminuiscono quelle del salente. Se fosse vero che la punta fissa non è opportuna , per man-

(275) Anno 1862, e seguenti.

canza d' isolamento, dovrebbe verificarsi l'opposto, cioè dovrebbe quanto più l'atmosfera si elettrizza, crescere tanto più l'effetto della punta salente, rispetto quello della fissa. Ma poichè accade l' opposto , ciò vuol dire che il conduttore mobile, non è acconcio per le manifestazioni della vera elettricità dell' aria , bensì quello fisso. Aggiungiamo che l' innalzamento dell' asta mobile, si eseguisce nelle mie sperienze per cinque metri ; ed a motivo di così grande innalzamento , non dovrebbe mai l' asta salente , se fosse un buon mezzo per le sperienze di atmosferica elettricità, diminuire l'effetto suo, quando cresce quello fornito dalla fissa. E poichè si verifica il contrario, non ostante il grande innalzamento; il conduttore frankliniano perciò, deve sostituirsi al mobile nelle ricerche indicate.

Ho trovato, mediante i conduttori fissi, collocati a diverse altezze, che nei giorni ordinari, cioè senza perturbazioni meteoriche, quanto più ci solleviamo nell' atmosfera, tanto più è frequente la positiva manifestazione; cosicchè ad un' altezza bastantemente grande , si avrà sempre il positivo dall' atmosfera. Pel contrario quanto più gli strati atmosferici sono depressi, tanto più cresce il numero delle manifestazioni elettro- negative dell' aria ; cosicchè sembra che, collocando un conduttore fisso in luogo bastantemente depresso, avremo nelle giornate ordinarie, manifestazioni elettro-atmosferiche più spesso negative. Tutto ciò è conforme alle sperienze, dalle quali si è dimostrato, che il positivo nell' atmosfera cresce coll'elevazione dello strato aereo, nel quale si sperimenta. Però la punta salente si trova in contraddizione manifesta coi fatti ora indicati ; perchè sollevandola nell'atmosfera , fornisce sempre il positivo , qualunque sia la depressione del luogo, nel quale si opera l' innalzamento. Dunque il conduttore fisso è l' unico mezzo per esplorare l' elettricità dell' atmosfera, e quello mobile indica tutt'altro, cioè dà un risultamento elettrostatico, nel quale oltre la elettricità dell'aria, vi concorre anche quella terrestre, con altre circostanze, le quali lo rendono ancor meno adatto all' elettro-atmosferiche ricerche.

Anche il Matteucci ammette, che la elettricità dell'atmosfera si manifesta in qualche caso negativa ; poichè questo dotto fisico dice « Reste ici une ob» servation importante à faire dans laquelle je n'ai pu encore réussir; c'est de » noter ce qui arrive lorsque l'électricité atmosphérique serait négative (276) ». Ma questo negativo, salvo in alcune giornate burrascose, non si trova quasi

(276) Comptes rendus, t. 54, an. 1864, pag. 514. lin. 6.

mai col conduttore mobile; dunque il conduttore stesso non può servire come si pretende.

Un altro fatto, da cui viene dimostrato, non convenire il conduttore isolato e salente, ma solo quello fisso e bene isolato, per le ricerche elettro-atmosferiche, consiste nell' osservare (lo che si verifica nelle mie quotidiane sperienze) che crescendo il negativo del conduttore fisso, cresce anche il positivo del salente; *vice versa*, diminuendo il negativo del fisso, diminuisce anche il positivo del salente. Ciò vuol dire che quest' ultimo conduttore, coll' ascendere, manifesta quella elettricità positiva, indotta nel medesimo, dalla negativa terrestre, abbandonata in esso e resa libera, per l'ascensione sua, cioè per l' allontanamento dalla terrestre sorgente della induzione.

§ 43.

Anche Beccaria, nelle molte osservazioni sue diligentemente istituite, sulla elettricità dell'atmosfera, da esso fatte con un apparecchio *fisso*, nella collinetta di Garzegna, vicino a Mondovi, verificò fra le altre cose, la prontezza grande, colla quale si ripristinavano i segni elettrici, dopo distrutti (277). Si avverta in oltre che questa prontezza, si verifica sempre nei tempi ordinari, e meglio quando si adopera il condensatore a pile secche. Da ciò discende che, se l'atmosfera non sia perturbata da meteore, la elettricità nel conduttore *fisso* manifestasi *per comunicazione*, e non per induzione; mentre nel conduttore mobile la stessa elettricità, secondo quei fisici che lo adoperano, vi si manifesterebbe per aumento della induzione superiore, quando s' innalza, e per la sua diminuzione quando scende. La sperienza dimostra, che queste due elettricità, ottenute una coll'asta fissa, l'altra colla mobile; sono sempre diverse nella quantità, e spesso anche nella natura; perciò dovrà una sola di esse riguardarsi vera; e nelle giornate ordinarie, vera dev'essere la comunicata, non già la indotta, perchè nelle giornate stesse, non ha luogo quella pretesa induzione sulle aste, come la sperienza citata dimostra; perciò l'uso del conduttore mobile non è da praticare.

Dice Belli (278) « Venendo distrutta la elettricità dell'apparecchio, me-
» diante un toccamento, colla mano, o con altro corpo conduttore, ella torna
» prestissimo a rimettersi sino a quel punto di prima. Il che non avviene

(277) Belli, Corso elem. di fis. sper., t. 3.°, p. 718, lin. 12; e § 1522 nota.
(278) Ibidem t. 3°, pag. 704, lin. 17.

» senza la fiamma, non potendo la punta dell' asticciola, anch' essendo acu-
» tissima, togliere o dare elettrico all' aria contigua, seppure l' elettricità at-
» mosferica non è estremamente forte, e non si possono repristinare i segni
» che col curvare di nuovo lo strumento, toccarlo, poi rialzarlo ». Il primo periodo di questo brano, contiene una verità, che ho incontrata sempre col mio conduttore fisso, ma *senza fiamma*; e dimostra che nei tempi non procellosi, la elettricità atmosferica è ad esso *comunicata* dall' aria circostante. Il secondo periodo non si deve ammettere, per conseguenza di questa mia verificazione. Se poi si abbassi il conduttore, come propone il Belli nel citato suo brano, questo conduttore diverrà negativo, e toccato rimarrà colla positiva indotta, quindi alzandolo manifesterà la positiva libera, che prima era indotta. Tutto ciò non per solo effetto della elettricità dell'atmosfera, ma principalmente per la induzione tellurica negativa; ed è questa la invincibile obbiezione, che del tutto esclude l' uso di un conduttore mobile, per le ricerche di cui si tratta.

Il vedere che torna sempre con prontezza, come dimostra il condensatore a pile secche, la elettricità dell'atmosfera manifestata, dalla punta fissa, dopo che fu scaricata nel suolo; ed inoltre il vedere che, facendo alquanto durare questa comunicazione, bene inteso nei tempi non perturbati, sempre la elettricità torna la stessa: ciò porge una prova, che la elettricità medesima, è un effetto di comunicazione dell' aria nell' asta conduttrice, non già d' induzione sull'asta medesima. Imperciocchè quando l' indotto, cioè l'asta fissa, perdette la omologa della inducente, la induzione *medesima* non può più riprodurla; ma la elettricità dell'atmosfera si riproduce sempre nell'asta fissa, dunque non proviene dalla induzione, bensì dalla comunicazione. Certamente l'aria comunica l'elettrico all' asta *metallica* isolata, in contatto dell' aria stessa; e poichè la elettricità dell'atmosfera è inesausta, così l'asta, quantunque scaricata, per essersi messa in comunicazione col suolo, torna subito a caricarsi, appena rimane di nuovo isolata.

Innalzando verticalmente, un conduttore isolato, ed a sufficienza lungo, si ottiene la stessa natura di elettrico, tanto se prendasi dall' estremo superiore, quanto se dall' inferiore del conduttore stesso, come già fu dimostrato da Erman, e come dimostrerò in un' altra memoria, su questo argomento. Ma ciò contraddice all'*antica* teorica sulla elettrostatica induzione, quando vogliasi che questa provenga dagli strati superiori dell'atmosfera sull'asta salente; poichè per la teorica medesima, gli estremi dell' indotto si debbono elettriz-

zare oppostamente: dunque non è dalla induzione degli strati superiori atmosferici secondo l'antica teorica, che può ripetersi la elettricità dell'asta salente.

In quanto alla teorica *moderna* , sebbene da questa si dimostri ad evidenza, che la omologa della inducente si trova in ambo gli estremi dell' indotto; però si riconosce altresì, che abbonda nell'estremo più lontano dall' inducente stesso, ed è in tenue dose nell'altro più vicino: ma gli estremi dell'asta salente , si trovano elettrizzati egualmente secondo la sperienza di Erman (*); dunque neppure può dalla induzione degli strati superiori atmosferici, secondo la teorica moderna , ripetersi la elettricità dell' asta innalzata verticalmente nell' atmosfera. Perciò, siccome i sostenitori del conduttore mobile, riconoscono per causa della elettricità da esso manifestata, la induzione degli strati atmosferici superiori ad esso, così l'uso di questo mezzo è mal fondato; giacchè gli effetti del medesimo non appartengono alla causa, cui vengono ingiustamente attribuiti.

Il modo col quale De Saussure spiegò le variazioni diurne quantitative della elettricità dell'aria, modo adottato dal Becquerel, e da qualche altro fisico, riposa nello sviluppo della elettricità mediante la evaporazione delle acque, supponendo altresì che l'elettrometro si carichi di elettrico per contatto dell'aria circostante, non già per induzione (279).

Il celebre Gay-Lussac suppone, che la elettricità sia disseminata nell'atmosfera, ove trovasi allo stato libero, e da cui si porta per comunicazione sopra i conduttori (280).

Dunque poichè nei tempi ordinari la elettricità dell'atmosfera è ricevuta dai conduttori, non per induzione, ma per comunicazione, dobbiamo concludere che il conduttore salente, di cui l'uso da' suoi sostenitori è basato nell' induzione degli strati atmosferici al di sopra di esso, non è applicabile nello studio di quella elettricità, che forma l'oggetto di queste opposte opinioni.

Secondo Volta l' attività della fiamma, non ha nessuna influenza sulla grandezza dei segni, ma soltanto sulla loro prontezza (281). Ciò non è confermato dalla sperienza; perchè quanto più la fiamma è calorifica, tanto più grandi sono gli effetti elettro-atmosferici, ottenuti dall'asta fissa. Le fiamme di alcool a doppia corrente d'aria, fanno crescere di molto la divergenza della foglia d'oro,

---

(*) Gilbert Annalen der Phy., t. 15, pag. 408, li. 6.

(279) Memorie coronata dell'accad. reale delle scienze di Bruxelles, t. 16, an. 1843, pag. 71, 72, 84.

(280) Annales de chim. et de phy., t. 8, pag. 167.

(281) Belli corso di fisica sper., t. 3.°, p. 706, § 1530.

fra le pile secche del condensatore. Inoltre le fiamme per lo più cangiano il negativo atmosferico in positivo, ed aumentano assai la tensione elettro-atmosferica positiva, come ho sempre verificato coll'asta fissa. Ciò avviene perchè, determinando esse una corrente d'aria che sale, il positivo di questa può superare il negativo atmosferico, od accrescere il positivo dell'aria. Si potrà sempre, nelle giornate non procellose, ottenere il cangiamento della elettricità negativa in positiva; purchè sull'asta fissa possa collocarsi una sorgente calorifica, d'intensità bastantemente grande. Tutto ciò conduce ad escludere il conduttore mobile, per valersi del fisso nelle sperienze di cui parliamo.

Il seguente fatto, è una ulteriore prova della idoneità del conduttore fisso, e della fallacia del mobile , in queste ricerche sperimentali. S' incontra sempre, che la elettricità positiva p', manifestata dal conduttore mobile, quando il fisso la manifesta eziandio positiva , è minore di quella pure positiva p'', espressa dallo stesso conduttore mobile, quando il fisso la indica negativa, cioè si ha sempre $p' < p''$. Questo fatto, da me più volte verificato, e per la prima volta riconosciuto, si spiega facilmente, ritenendo essere di certo negativa la elettricità dell' atmosfera , quando l' asta fissa la dà per tale. Imperocchè se l'atmosfera sia negativa, lo sarà eziandio la Terra, e la influenza sua in questo caso sull'asta salente, sarà maggiore di quella sull'asta medesima nel caso in cui l'atmosfera sia positiva. Perciò nel salire, quando l'atmosfera è negativa, il conduttore mobile svilupperà un positivo p'' maggiore di p', cioè di quello sviluppato dal medesimo, quando l'atmosfera è positiva. Dal fatto indicato si conferma, che la elettricità della punta salente, non è altro in massima parte, fuorchè la elettricità positiva indotta dalla negativa terrestre, sull'asta mobile, ed abbandonata in questa nel suo salire. Poichè quando la punta fissa dà il positivo, la elettricità terrestre negativa, è sempre minore di quando la stessa punta fissa dà il negativo; quindi anche minore dev'essere la indotta positiva, che la punta salente, nello ascendere, abbandona in quel primo caso, rispetto quella che da essa viene abbandonata nel secondo.

Dalle mie sperienze risulta in fatti, che crescendo il valor numerico del negativo dato dall'asta fissa, cresce il positivo dato dall'asta salente: viceversa diminuendo il valor numerico del negativo stesso, diminuisce anche il positivo indicato ; ed altrettanto deve dirsi della fiamma fissa, e della salente. Quindi è che i minori fra i positivi manifestati dall'asta salente, corrispondono sempre ai maggiori fra i positivi dati dalla fissa. Questo fatto non si sarebbe potuto mai conoscere, senza confrontare fra loro i risultamenti della punta , o

fiamma, fisse ambedue, con quelli della punta, o fiamma, l'una e l'altra salente. Il fatto medesimo conferma, che la punta salente manifesta una elettricità, diversa da quella propria dell'atmosfera, e procedente in massima parte, dall'abbandono della elettricità indotta per influenza negativa terrestre, sul conduttore che sale. Vedemmo in fatti che con questo concetto, possono perfettamente spiegarsi tutti quei fenomeni dei quali ora parlammo.

Quando la punta fissa è positiva, è pure tale la elettricità dell'atmosfera; perciò la Terra dovrà essere meno negativa, e l'elettrico positivo abbandonato dalla punta salente, dovrà essere minore di quello da essa abbandonato, quando la punta fissa è negativa. Perciò se il positivo dell' atmosfera fosse tanto, da neutralizzare completamente il negativo terrestre; in tal caso la punta salente darebbe quel positivo, che dà la punta fissa : inoltre se il positivo dell'atmosfera fosse grande in guisa, da rendere positiva eziandio la Terra; in tal caso la punta salente, potrebbe o dare nulla, od anche dare il negativo, mentre la fissa darebbe il positivo.

È molto utile avere una stazione, come quella della università romana, ove la punta dell'asta s' innalza di soli $45^m,39$ dal livello del mare; perchè nella stazione medesima si trova spesso il negativo atmosferico : perciò si riconosce ivi facilmente, la influenza dell' elettro-negativo tellurico sui conduttori ascendenti. Si è potuto così, per un primo caso, verificare che, crescendo il negativo del conduttore fisso, cresce il positivo p' del salente, lo che dimostra essere in questo conduttore, mentre sale, abbandonata la elettricità positiva, che si trovava in esso indotta e vincolata, prima della sua salita, come già indicammo. Si è verificato altresì, per un secondo caso, che quando la elettricità negativa della Terra diminuisce, altrettanto avviene riguardo alla elettricità positiva p'', manifestata dalla punta mentre ascende. Questo fatto, che fu anche da me riconosciuto per la prima volta, conferma, ripetiamolo pure, doversi abbandonare il conduttore mobile in così fatte sperienze.

Da ciò discende, che la tensione positiva e_1, del conduttore salente nel primo caso, trovasi essere maggiore di quella e_2 del medesimo nel secondo, cioè $e_1 > e_2$; e discende altresì, che il conduttore fisso e non il mobile, dice lo stato vero elettro-atmosferico : perchè avendo noi così supposto, si trova soddisfacente la spiegazione del fatto stesso. Dalla diversità quantitativa dei due risultamenti, dati dal conduttore mobile, deve concedersi, che il negativo terrestre, influisce sulla elettricità manifestata dal mobile conduttore. Perciò se questo dicesse il vero stato elettro-atmosferico, si dovrebbe ottenere il con-

trario, si dovrebbe cioè verificare che, quando nella punta fissa cresca il negativo, la mobile somministri anch'essa il negativo crescente, quand'anche, nella Terra cresca il negativo; ma ciò non si verifica punto.

§ 44.

Avviene in molti casi, che la punta o la fiamma fissa dà, in parità di circostanze, maggior elettricità positiva, della punta salente o fiamma salente. Ciò non è favorevole all'uso della punta o fiamma salente, per l'elettro-atmosferiche ricerche. In fatti, poichè i sostenitori di quest'uso, ritengono agire il conduttore salente, per la induzione degli strati d'aria superiori ad esso; dovrebbe, se ciò fosse, aversi sempre maggiore indizio di elettricità dalla punta o fiamma salente, di quello sia dalla fiamma o punta fissa, lo che, in molti casi di ordinarie sperienze, quelle cioè corrispondenti ad atmosfera secca e chiara, non si verifica; ed invece si ottiene l'opposto. Si dovrebbe, dissi, avere maggiore effetto dalla punta o fiamma salente; poichè per quei sostenitori, la induzione sovr'essa, operandosi mentre si raccoglie nel condensatore la elettricità libera, cioè la omologa della inducente, questa non può tanto disperdersi, quanto l'altra che dalla induzione medesima, sulla punta o fiamma fissa, procede. Questa elettricità si raccoglie nel condensatore, quando è già seguita sulla fiamma o punta fissa la induzione, cioè quando la elettricità medesima si è già distribuita nell'ambiente, per formare in esso l'equilibrio elettrico; mentre la elettricità ottenuta dalla induzione sulla punta o fiamma salente, si raccoglie nel condensatore prima che siffatto equilibrio sia stabilito. È poi facile spiegare perchè in molti casi avviene il fatto indicato, cioè che la punta o fiamma fissa fornisca maggior elettricità positiva, della punta o fiamma salente; riflettendo che la fiamma o punta fissa, pel moto ascendente della colonna d' aria, più efficace di quello che corrisponde alla punta o fiamma salente, deve ricevere maggior copia di elettricità positiva, che non la punta o fiamma salente. In fatti, la elettricità +.ª di abbandono, ricevuta dalla fiamma o punta fissa, dev'essere maggiore, di quella ricevuta in pari tempo dalla fiamma o punta salente; perchè nel primo caso, la colonna d'aria che ascende, incontrar deve con tutte le sue molecole, la punta o fiamma fissa; mentre nel secondo caso, trattandosi di punta salente, può anche non aver luogo veruna colonna d'aria che ascenda; e trattandosi di fiamma salente, questa precede sempre la colonna che sale.

In somma la indicata spiegazione, tutta consiste nel riconoscere, che due fiamme o due punte una salente l'altra fissa, vengono incontrate, la salente meno, e la fissa più, dalle molecole elettro-positive della colonna d'aria, salente pur essa, per effetto del calorico delle medesime fiamme, o del calorico solare.

Un'altra prova che il conduttore mobile non è acconcio per la elettricità dell' atmosfera, ma solo il fisso, l' abbiamo dal riflettere, che con questo, alcune volte si hanno, in luoghi diversamente elevati, elettricità di natura diversa, cioè negativa nel luogo più basso, e positiva nel più alto; mentre col conduttore mobile si ha contemporaneamente il positivo in ambedue questi luoghi. Ora siccome si è ricevuto dalla scienza, che nei luoghi bassi alcune volte s' incontra il negativo, e negli alti dev'essere assai frequente il positivo; ne viene che il risultamento della punta fissa, è conforme a questa massima, non già quello fornito dalla punta o conduttore salente.

Il sig. Pouillet dice « Tutte le regioni atmosferiche sono in uno stato » elettrico abituale, ma questo varia da una regione all'altra: qui è la elet- » tricità vitrea che domina, la è la elettricità resinosa, e vicino si trova » forse una regione quasi senza elettrica tensione (282) ». Ho trovato in fatti, nel 12 di aprile 1862, alle 3 pomeridiane, che la punta fissa dette un negativo di 15°, alla stazione bassa della università romana, mentre alla stess' ora, nella stazione molto elevata di villa Ludovisi, si ebbe un positivo di 1° colla punta fissa. Ciò conferma che l' elettrico atmosferico, può avere nella stessa ora, natura diversa, in luoghi diversamente elevati sul livello del mare, non ostante che nei medesimi, la punta *salente* dia, nello stesso tempo, elettricità positiva.

Sebbene lo Schübler abbia rimarcato, che in un tempo calmo e sereno, la elettricità dell'atmosfera è sempre positiva, il sig. Pouillet non riguarda punto questo risultamento come assai certo; e stima che numerose osservazioni sieno ancora necessarie prima di convincersi essere ciò vero (283). Se alla osservazione qui riportata si aggiunga, che per esperienza sappiamo, essere sempre positiva la elettricità fornita dal conduttore salente, quando l'atmosfera non è molto perturbata, vedremo che l'uso di questo conduttore non conduce alla verità, nelle sperienze sull'elettrico dell'aria.

Il sig. W. Thomson, nell'estratto di una sua memoria sulla elettricità del-

---

(282) Élem. de géographie physique, par M. Lecoq. Bruxelles 1840, p. 230.
(283) Ibidem.

l'atmosfera (284), dice avere il priore Ceca di Torino riposto a Beccaria « che » se dopo caduta la pioggia, l'aria sia fortemente positiva, il tempo rimarrà » buono per molti giorni ». Questo criterio si accorda col mio più generale, cioè che quando il negativo dell'atmosfera, è cangiato in positivo da una fiamma non molto calorifica, cioè di olio, il tempo se buono si manterrà, e se cattivo tornerà in buono: ciò nella maggior parte dei casi fu da me riconosciuto. Inoltre lo stesso fisico inglese dice che « le indicazioni elettriche potranno supplire a quelle del barometro sulla bontà del tempo (285) ». Tutto ciò si riferisce a sperienze elettro-atmosferiche, fatte a conduttore fisso, non essendo il mobile impiegato nè dal priore Ceca, nè dal Beccaria; perchè questi fisici, col mobile, avrebbero avuto sempre il positivo, e non avrebbero potuto formulare l' indicato criterio, che suppone potere l'atmosfera essere alcune volte elettro-negativa dopo la pioggia, come ho sperimentato nel 30 di agosto 1867, alle ore sette pomeridiane, dopo cessata la pioggia. Da ciò discende che il conduttore fisso è preferibile in queste ricerche.

Il cambiamento in *brevissimo* tempo dal +°. al —°, e *vice versa*, nella elettricità dell'aria, spesso apparisce nei volumi di meteorologia dell' Elettore palatino, ed anche nelle mie sperienze, fatte come quelle, coll'asta fissa. Ora non sarà mai che questo fatto, apparisca in tempo non burrascoso, per mezzo dell'asta salente; laonde non è da usare questo mezzo nelle attuali ricerche.

Dice Libes (286) « Erman . . . tenendo in mano l'elettrometro di Bennet, » armato di un fusto di circa 3 piedi, quando lo elevò *prontamente* da terra, » osservò una *gran divergenza* delle foglie d'oro, e la elettricità era positiva, » e quando l'abbassò colla stessa celerità, la loro divergenza era pure molto » considerabile, ma la elettricità era negativa; quando l'alzò con lentezza non » vi fu elettricità; più l'aria è isolante, meno vi è bisogno di alzare o di ab- » bassare l'elettrometro ». Da tutto ciò si conferma, che la induzione elettro-negativa terrestre, deve riguardarsi come causa principale della elettricità manifestata dal conduttore mobile; il quale fra gli altri difetti, che lo escludono per le ricerche elettro-atmosferiche, presenta quello di fornire maggiore o minor copia di elettrico, secondo che la sua corsa è più o meno veloce. Inoltre

---

(284) Archives des scien. phy. et nat. de Gèneve, nouvelle période, t. 11, an. 1861, pag. 230.

(285) Ibidem, p. 231.

(286) Trattato di fisica. Edizione di Firenze 1815, t. 3.°, p. 218, § 893.

non è conforme alle citate sperienze quanto riferisce Biot (287), cioè che abbassando un conduttore isolato, sino a toccare un elettroscopio questo manifesta elettricità positiva, ed innalzandolo sino a toccare l' istromento indicato, si ha dal medesimo elettricità negativa. Imperciocchè, secondo le sperienze di Erman, e di chiunque le abbia ripetute, avviene tutto al rovescio dell'asserto di Biot.

Dopo quanto abbiamo esposto concludiamo :

1.° Che lo stato elettro-tellurico influisce molto nel conduttore mobile.

2.° Che la esistenza del periodo elettro-atmosferico diurno *qualitativo* , non s' incontra mai col conduttore mobile nelle giornate ordinarie, bensì alcune volte col conduttore fisso, e dipende nelle sue fasi dall'ora, dalla elevazione del luogo , dalla stagione , e dalle masse circostanti. Mentre il conduttore salente dà sempre il positivo, in qualunque ora, in qualunque luogo, in qualunque stagione, ed in qualunque stato atmosferico, tranne i giorni temporaleschi, e tranne i casi di notevoli atmosferiche precipitazioni.

3.° Che il passaggio del buon tempo nel cattivo, e *vice versa*, secondo che la elettricità dell'atmosfera, presa col conduttore fisso, passi dal positivo al negativo, o *vice versa*, si verifica spesso col conduttore medesimo, e mai col mobile; il quale nei tempi anche non buoni, purchè non burrascosi, fornisce sempre il positivo coll' innalzarsi, qualunque sia l'ora, e qualunque la stazione in cui si sperimenta, quando non vi sono burrasche.

4.° Che lo stato elettrico neutrale, corrispondente al passaggio dell'atmosferica elettricità da positiva in negativa, o *vice versa*, si manifesta mediante il conduttore fisso, e mai col mobile.

5.° Che la variazione successiva e rapida, la quale in certi casi avviene riguardo alla natura dell'atmosferica elettricità, manifestata dal conduttore fisso, non s' incontra mai col salente.

6.° Che la fiamma posta sul conduttore fisso, cangia quasi sempre il negativo in positivo, e rafforza il positivo accusato senza fiamma dal conduttore stesso. Queste fasi elettro-atmosferiche, da me riconosciute, non si ottengono affatto col conduttore salente.

7.° Che la sensibilità del conduttore fisso alle indicate fasi, unito al condensatore, conferma essere ciò l'unico mezzo per indagare la elettricità dell'aria.

8.° Che alcune volte il conduttore fisso, anche per mezzo dell'elettrosco-

(287) Précis élém. de phy., 3.ᵉ edition. Paris 1824, t. 1.°, p. 592, li. 18.

pio semplice a pile secche, cioè senza condensatore, manifesta elettricità negativa, mentre il conduttore salente la manifesta positiva.

9.° Che facendo salire il conduttore ad altezze sempre maggiori, si hanno manifestazioni di elettricità maggiori anch' esse, non però proporzionali alle altezze indicate. Ora, dato e non concesso, potersi assegnare col conduttore salente la vera elettricità dell'atmosfera, poichè la tensione rappresentante questa elettricità dev'esser unica, quale sarà l'altezza in un dato luogo, cui dovrà giungere il conduttore salente, per avere la espressione della elettricità cercata? Con qual criterio si dovrà stabilire quest'altezza? Come dovrà essa variare nelle diverse località? Quale dovrà essere la velocità del conduttore nel salire? Quanta dovrà essere la sua superficie isolata? Circostanze che tutte conducono anch'esse, ad escludere il conduttore salente nelle elettro-atmosferiche ricerche. E sebbene queste circostanze si potessero assegnare, sempre la influenza elettro-tellurica resterebbe, per escludere il conduttore salente; oltre che contro il medesimo ancora esisterebbe sempre la sperienza.

10.° Che i globi aereostatici, ed i cervi volanti, hanno dimostrato la frequenza di positivo nelle regioni elevate, e di negativo nelle depresse. Ciò si accorda colle manifestazioni del conduttore fisso, e non con quelle del salente. Il Kaemtz riguarda positivi gli strati superiori, e negativi gl' inferiori dell'atmosfera (288). Secondo Belli nell' interno dei continenti, gli strati atmosferici vicini alla Terra, sono elettrizzati in meno (289); e secondo il Peltier le inferiori parti dell'atmosfera, sono esse ancora elettrizzate negativamente (290). Ora il conduttore fisso conferma queste osservazioni, mentre il conduttore salente, manifestando in qualunque luogo il positivo, non si accorda con esse.

11.° Che due conduttori paralleli fra loro, e posti nel medesimo luogo, uno fisso, l'altro salente sino all'altezza del primo, danno alcune volte, nei giorni che non sono temporaleschi, elettro-atmosferiche indicazioni, per qualità, e per quantità fra loro diverse.

12.° Che il moto ascendente, produce un turbamento nell'equilibrio stabile elettro-atmosferico; quindi una elettrica tensione, la quale, come giustamente osservano alcuni fisici, non appartiene affatto alla elettricità dell'atmosfera (291).

---

(288) Cours complet de météorologie. Paris 1843, p. 336.
(289) Corso di fisica sperimentale. Milano 1838, vol. 3.°, p. 718.
(290) L' Institut, année 1835, N.° 122, p, 289.
(291) Corrispondenza Scientifica, vol. 3.°, an. 1855, p. 87, li. 12.

13.° Che le indicazioni elettrostatiche del conduttore salente, dipendono - dalla elettricità dell' atmosfera - dalla elettricità terrestre – dalla comunicazione dell'elettrico libero in quello strato di aria percorso dal conduttore stesso - dalla ertezza maggiore o minore del medesimo strato - dalla elevazione di questo - dalla velocità della salita – dalla quantità di superficie della parte isolata del conduttore ascendente. Dopo essersi tutto ciò riconosciuto, non potrà più negarsi, che il conduttore salente fornisce una elettricità, non dovuta unicamente all'atmosfera.

14.° Che quando l'atmosfera non è perturbata notevolmente, alzando di *qualche centimetro* un conduttore isolato , si ottiene dall' elettroscopio a pile secche, una manifestazione di elettricità positiva, pure quando il conduttore fisso ed in parità di circostanze, manifesta evidentemente la negativa.

15.° Che crescendo il negativo del conduttore fisso, cresce anche il positivo del salente; *vice versa* diminuendo il negativo del fisso, diminuisce anche il positivo del salente.

16.° Che un'altra opposizione fra i risultamenti elettro-atmosferici, ottenuti ad un tempo, tanto coll'asta fissa, quanto colla salente, consiste nel verificarsi che in estate il più delle volte, nei giorni ordinari, e nelle ore meridiane, la elettricità fornita dall'asta fissa, è maggiore di quella ottenuta dalla medesima nelle ore antimeridiane; mentre l'opposto avviene rispetto alla elettricità, ottenuta contemperaneamente coll'asta salente.

17.° Che da ultimo, per tutte queste conclusioni, siamo condotti a decidere, non essere il conduttore mobile acconcio, per determinare l'atmosferica elettricità; e che questa determinazione bene si raggiunge, mediante il conduttore fisso, di cui la pratica tutt'ora da molti fisici si prosiegue.

EPITOME

Volume XIX.

Volume XX.

Sul cratere lunare Linneo. Nota del prof. Lorenzo Respighi.

Era generalmente ammesso dagli astronomi che la luna nella sua superficie fosse costituita in uno stato di immobilità e di invariabilità tale, da doversi ritenere come totalmente estinte quelle cause fisiche o meccaniche, che in altre epoche con tanta energia sconvolsero la crosta di questo astro, o che almeno la loro efficacia fosse attualmente ridotta a tali proporzioni da non potere risultarne effetti sensibili nella sua parte esteriore.

Quest' opinione degli astronomi, basata sulle osservazioni di tanti anni, anzi di secoli, e che si era convenientemente finora sostenuta malgrado le asserzioni più o meno autorevoli di vulcani lunari in istato di permanente attività, recentemente ha corso pericolo di dovere cedere all' annunzio di un fatto, di un cambiamento avvenuto nella superficie lunare; il quale attesa l' autorità dell' illustre astronomo che lo avvertiva, e gli argomenti con cui era constatato, sembrava non lasciare alcun dubbio sulla sua veracità.

Il cratere Linneo posto nel *mare serenitatis*, non molti anni or sono facilmente e distintamente visibile con un diametro di 5 in 6 miglia, secondo l' illustre astronomo Schmidt di Atene sarebbe ora interamente scomparso, non lasciando sulla superficie della luna nel suo posto altra traccia, che quella di una macchia bianca senza alcun segno di prominenze, o di cavità.

Altri astronomi si sono affrettati di constatare il fatto, e quasi tutti hanno convenuto nell'ammettere, se non questa totale trasformazione del cratere, almeno una grande modificazione nelle sue dimensioni e nella sua forma.

Gli astronomi di Berlino Förster e Tietjen dicono di avere osservato il Linneo distintamente, e non volendo movere dubbio sulle osservazioni dell' astronomo di Atene conchiudono, che la causa la quale aveva occultato il cratere all' epoca di queste, era in allora interamente cessata.

Con ciò il fenomeno si renderebbe ancora più straordinario, poichè si ammetterebbe non solamente il fatto isolato di questa trasformazione del cratere, che potrebbesi forse attribuire ad una causa puramente meccanica, ma si ammetterebbe l' esistenza di una causa fisica atta a far scomparire temporariamente, e nuovamente riapparire questo cratere.

Parlando però questi astronomi di oscuramento del cratere, non è improbabile, che essi, dichiarando di avere visto distintamente il Linneo, abbiano

inteso di parlare della macchia bianca, e non già di un vero cratere, tanto più che all' epoca della loro osservazione anche esistendovi il cratere difficilmente potevasi distinguere, essendo la luna in Plenilunio.

Quantunque io ritenga non impossibile un qualche cambiamento sulla crosta lunare, se non altro per effetto delle due grandi forze gravitazione e calore solare, che trovansi su di essa in continuo contrasto, pure debbo confessare che trattandosi di un fatto così straordinario per le sue proporzioni, e pel breve tempo in cui si sarebbe prodotto, non ho potuto accogliere l' annunzio che sotto grandi dubbii e riserve; proponendomi di farne una scrupolosa verifica, sia collo studiare lo stato attuale di questo oggetto, sia coll' indagare in quale stato l' abbiano definito le antecedenti osservazioni, unico modo di stabilire dei dati giusti per venire ad un ragionato conforto e ad una retta conclusione.

Le circostanze più favorevoli per istudiare la struttura di questo oggetto essendo quelle in cui esso è rischiarato molto obbliquamente dai raggi solari, così mi proposi di osservarlo quando il sole s' innalzava sull' orizzonte di quella località della superficie lunare, o quando ne tramontava.

Lo strumento del quale poteva disporre in quelle osservazioni era un refrattore di Merz di pollici $4^1/_2$ di apertura, il quale quantunque di dimensioni assai limitate, pure attesa la sua bontà e precisione mi lasciava sperare buoni risultati.

Feci alcune osservazioni nel mese di marzo, ma senza profitto, perchè la contrarietà della stagione mi permise soltanto di vedere la luna quando il sole era troppo elevato sul Linneo; onde questo mi appariva sempre come una macchia bianca assai lucida, con un punto o macchietta assai più splendente in vicinanza al bordo occidentale di questa macchia, e che indicava però l'esistenza di una prominenza, o montagna.

Nella seguente lunazione, nella sera del 10 aprile, quando il sole stava per alzarsi sull' orizzonte del cratere, verso le 11^h nel luogo preciso del Linneo cominciò a spiccare sul fondo oscuro un punto lucido, che allungandosi poscia in direzione perpendicolare a quella dei raggi solari, si mantenne isolato nella oscurità per più di un' ora, finchè la luna vicina al tramonto impedì di seguire l' oggetto nelle successive fasi.

Nella sera seguente, 11 aprile, verso il tramonto del sole, qnando la luna era vicina al Meridiano, e la sua immagine ben definita e fissa, osservai il Linneo, e coll' ingrandimento 120 lo trovai sotto l' aspetto di una macchia

bianca, di diametro alquanto minore di Sulpizio Gallo, e vicino al suo bordo occidentale vidi spiccare un un bel tratto o macchietta lucida, separata dal bordo stesso da un tratto piuttosto oscuro, e che proiettava verso l'oriente, o verso il centro della macchia grande un' ombra nera ben distinta.

Applicato l'ingrandimento 250, ravvisai tosto nella macchia lucida e nell'attigua ombra, o macchia oscura l'aspetto di un piccolo cratere ben distinto, di grandezza eguale prossimamente a quello vicino, segnato B nella carta di Beer e Maedler, che a guisa di cono tronco sporgeva sensibilmente dal resto della macchia bianca. Poco tempo dopo l'irradiazione della viva luce del campo su cui si proiettava il cratere e l'agitazione dell' immagine lunare lasciavano soltanto di tratto in tratto travedere la forma del cratere stesso, restando però sempre ben marcato il suo bordo occidentale sotto l'aspetto di un tratto lucidissimo.

Nelle sere seguenti non appariva più sulla macchia bianca il cratere, ma soltanto il punto lucido, separato dal bordo della macchia da un leggero tratto oscuro. Mi era proposto di osservarlo in prossimità alla immersione, ma la stagione contraria non mi permise di osservare la luna altro che nella notte del 26 aprile, quando l'immersione era già avvenuta.

Nella seguente lunazione fu osservata la Luna nella sera del 9 maggio, ed il cratere trovavasi ancora in ombra; ma nella sera del 10 verso il tramonto del sole a 7^h, quantunque fosse già apparsa la macchia bianca, coll' ingrandimento 120, e molto meglio con quello di 250 si vedeva il piccolo cratere col fondo totalmente oscuro e colla corona più lucida nella parte occidentale; ed in qualche momento d' aria tranquillissima anche il contorno della macchia bianca sembrava quasi formare la corona di un largo cratere a piccola profondità, mentre nella parte orientale si presentava meglio definito e con traccia di ombra.

Più tardi verso $8^h\frac{1}{2}$ riosservai il Linneo col grande Equatoriale dell'Osservatorio del Collegio Romano, e col distinto astronomo P. Ferrari, e con altri pratici di osservazioni celesti vedemmo il piccolo cratere ben definito come i piccoli crateri vicini, coll' orlo più lucido e più rilevato ad occidente e col fondo totalmente oscuro. Anche il contorno della macchia bianca ci apparve ben definito con traccia di ombra dalla parte orientale, ma non presentava più l' aspetto di corona di grande cratere, come al refrattore dell' Oss. del Campidoglio, e ciò probabilmente in causa della minore tranquillità atmosferica. Anche nella

sera seguente, tanto al refrattore del Campidoglio, quanto a quello del Collegio Romano, il cratere riusciva ben distinto e col fondo totalmente oscuro.

In ambo le sere si rimarcò che la minima agitazione atmosferica bastava a rendere confuso, ed anche a fare sparire il cratere Linneo, mentre i piccoli crateri vicini rimanevano abbastanza distinti. Venne osservato in seguito per alcune sere, ma si trovò sempre sotto l'apparenza di una macchia bianca, col solito punto lucido, ma senza traccia manifesta di cratere.

Verso l' ultimo quarto della lunazione mi proposi di osservare il Linneo all' epoca della sua immersione nell' ombra. Nella mattina del 24 maggio prima dell'alzata del sole lo trovai sotto la solita forma di macchia bianca, col solito punto lucido, ma senza potere rilevare alcun dettaglio per la forte agitazione dell' immagine lunare; e soltanto nei momenti di calma sembrava trasparire sulla macchia bianca qualche tratto oscuro. Le nubi e la nebbia rendevano l' osservazione assai difficile ed incerta.

Nella mattina del 25 maggio ad 1^h ant. al posto del Linneo si trovava un tratto, o macchietta lucida ben decisa, mentre era già scomparsa la macchia bianca, essendo poi il suolo circostante debolmente rischiarato dal sole vicino a tramontare.

Più tardi a $2^h\frac{1}{2}$, quando la luna era sufficientemente elevata, la macchietta lucida si presentava allungata nella direzione normale ai raggi solari, e spiccava dal fondo grigio, che a guisa di gola, o gran solco si internava fra due altipiani od arginature, che si stendevano tortuosamente verso il Sulpizio Gallo. Allora si vedeva distintamente l'ombra da essa projettata, la quale successivamente allungandosi verso le 3^h ant. colla sua estremità si confondeva col bordo dell'ombra generale, e da essa rilevavasi la forma conica della prominenza o cratere da cui era projettata.

Non rilevavasi però la forma decisa di cratere, quantunque di tratto in tratto nei momenti di tranquillità se ne avesse un qualche indizio.

Alle 4^h ant. la macchietta lucida era vicinissima al contorno dell' ombra generale, e nel suolo sottoposto, in corrispondenza al contorno della macchia grande già scomparsa, si rimarcavano dei tratti e punti lucidi, che indicavano sensibili rilievi e dislivelli.

I diversi gradi di rischiarimento nel suolo circostante il Linneo mostravano manifestamente, che esso trovasi in una specie di gola, o cavità sensibilmente depressa.

È però da avvertire che l' immagine lunare non era abbastanza tranquilla per rilevare più minuti dettagli.

Dal complesso di queste osservazioni sembrami si possa ragionevolmente dedurre in riguardo allo stato attuale del Linneo:

1.° Che la gran macchia bianca è costituita da un altipiano, probabilmente ad orlo un poco elevato a guisa di largo cratere.

2.° Che vicino al bordo occidentale di questo altipiano esiste un piccolo cratere del diametro interno di circa 2″ e di non molta profondità.

3.° Che il bordo e il fondo di questo piccolo cratere sono molto più elevati nella parte occidentale che nell'orientale, onde succede che il cratere può vedersi distintamente soltanto nelle piccole elevazioni del sole, e più facilmente dopo l'alzata di questo che prima del suo tramonto dall'orizzonte del cratere stesso.

4.° Che lo splendore e l' irradiazione del fondo, o della macchia bianca su cui si projetta il cratere, contribuiscono grandemente a renderne indecisa la forma, cosicchè basta la più piccola agitazione atmosferica per renderlo confuso, e farlo anche totalmente sparire: e con ciò si spiegherebbe come nella stessa sera ed alle stesse ore, mentre era il cratere distintissimo ai nostri strumenti in Roma, cosicchè non era possibile non vederlo, esso riescisse del tutto invisibile a Flammarion a Parigi, a Chacornac a Lione; a meno che non si voglia ripetere ciò da imperfezione degli strumenti da loro usati.

Queste sono le condizioni nelle quali trovasi attualmente il cratere, e che chiunque potrà verificare, osservandolo con un buon refrattore nelle circostanze nelle quali venne da me osservato.

In quanto alle condizioni nelle quali trovavasi antecedentemente il cratere, quantunque sia difficile a precisarle per mancanza di dati sufficienti, sembrami però si possa arguire con molta probabilità che esse non fossero dissimili dalle attuali.

Infatti è positivo che Schröter ne' suoi Selenotopographische Fragmente Tav. IX, rappresenta questo oggetto tal quale noi lo troviamo al giorno d'oggi, e cioè come una macchia bianca, un pò più piccola del cratere Sulpizio Gallo, con traccia di piccolo cratere interno, e non già come alcuni hanno asserito come una grande macchia nera.

Nella carta lunare di Beer e Maedler, esso è indicato come un cratere alquanto più grande dell'attuale, ma ciò può essere effetto di inesattezza di rappresentazione; tanto più che trattasi di un piccolo oggetto rappresentato con un

segno convenzionale, piuttosto che con un vero disegno. Tali differenze credo che si riscontrerebbero in molti altri oggetti rappresentati in questa carta, se ne facessimo un accurato confronto col vero. Ed anzi ritengo che se questo criterio fosse sufficiente a constatare un cambiamento nella superficie lunare ben poche sarebbero le parti di questa superficie, nelle quali non dovessero ammettersi cambiamenti.

Che se gli stessi Beer e Maedler scelsero quest'oggetto come punto fisso di 1.° ordine nelle loro misure, ciò non prova punto che il Linneo dovesse essere un bel cratere, come tale sempre distintamente visibile, ma semplicemente un oggetto ben marcato e distintamente visibile nelle varie fasi lunari; e come tale il Linneo anche nello stato in cui ora lo vediamo, ed anche come semplice macchia bianca, non lascia per questo riguardo nulla a desiderare.

Il non essere poi indicato in alcune carte e globi lunari questo cratere, anzichè la sua mancanza prova piuttosto la difficoltà di vederlo, e quindi la probabilità che esso sia sfuggito alle osservazioni ed agli strumenti coi quali venne studiata la superficie lunare.

Che le fotografie di Rutherfort e di De la Rue diano soltanto la macchia bianca e non il cratere è ben naturale, qualora si consideri, che le fotografie lunari difficilmente possono rilevare questi minuti dettagli, e che le fotografie furono prese in momenti in cui difficilmente il cratere poteva riescire ben marcato e distinto.

Sembrami quindi si debba conchiudere che nel Linneo, o non ha avuto luogo alcun cambiamento sensibile, o che almeno gli argomenti addotti in prova di questo cambiamento siano del tutto vaghi ed inconcludenti.

COMUNICAZIONI

Il sig. cav. prof. Vincenzo Diorio, presentò con disegno, una nota sopra un verme solitario, emesso da una signora, dopo una lunghissima e multiforme malattia. In questa circostanza il professore medesimo riassunse in poche parole, quel molto che i moderni hanno scoperto, intorno allo sviluppo ed alle metamorfosi dei vermi *cestoidei*; ed accennò a quello che resta di fare ancora su questo interessante argomento. Indicava egli come principale bisogno, la raccolta di copiose ed esatte osservazioni mediche, che servono ad illustrare, e confermare gli studi ed esprimenti dei recenti, intorno al modo di emigrazione, di sviluppo, e di trasformazioni successive, specialmente di quei vermi rubanari; che non furono fin qui soggetto di particolari riscontri, o di esperienze dirette: come a modo di esempio può dirsi, dei Botriocefali (*Bothriocephalus* Bremser) ai quali le tenie inermi servono di passaggio. A queste ultime dice riportarsi l'esemplare, che costituisce il soggetto, della sua comunicazione.

Fu presentata, dal prof. cav. Giuseppe Ponzi, una copia della nota del sig. H. Dufresne, in idioma francese, la quale ha per titolo « Nouvelle dorure et argenture par amalgamation sans danger pour les ouvriers », pubblicata nel 2 aprile 1867.

Il prof. Volpicelli presentò da parte dell'autore, sig. avvocato Ermenegildo march. de' Cinque Quintili, segretario generale della commissione degli ospedali di Roma, il Resoconto statistico sugli ospedali medesimi, per l'anno 1865. Questo lavoro merita ogni encomio, tanto per le materie che vi si trovano sviluppate, quanto per la chiarezza e profondità di cognizioni, colle quali furono compilate, come ancora per la nitidezza della edizione. Quindi l'opera che si presenta in dono all'accademia, sarà utilissima, e farà onore anche alla illustre commissione che ne autorizzò la stampa, e giova sperare, che sia continuata per l'avvenire.

Il sig. prof. cav. Giuseppe Ponzi, comunicò i temi, che aveva egli, come relatore della commissione pel nuovo programma relativo al premio Carpi, ri-

cevuto dagli accademici, affinchè per votazione se ne scegliesse uno pel programma da publicare.

Ognuno dei soci ordinari aveva già conosciuto , molti giorni prima , i temi riferiti; quindi per votazione si decise passarli tutti a bossolo, per iscegliere quello, che avrebbe riportato un maggior numero di voti. Laonde venutosi allo squittino, per voti bianchi e neri, fu a pluralità di voti scelto il seguente :

Tema – Paragonate fra loro le maree dei principali porti di tutte le coste italiane, assegnarne e spiegarne le differenze.

Quindi, essendo stato monsignor Nardi l'autore del tema stesso, l'accademia lo invitò a far parte anch' egli della commissione, per compilare il programma relativo al premio Carpi.

CORRISPONDENZE

Il prof. A. Villa , nostro corrispondente , ringrazia per le pubblicazioni dei Lincei da esso ricevute.

Il sig. prof. G. Bianconi ringrazia l'accademia, per la nomina da esso ricevuta di corrispondente italiano linceo.

COMITATO SEGRETO

Il secondo esercizio decennale del segretario dell' accademia , terminava colla presente sessione , perchè incominciò nel 7 di giugno 1857 ; dicasi altrettanto dell'esercizio decennale del vice-segretario, nominato in questo medesimo giorno (V. Atti, vol. X, p. 455, e 456). Per tanto il comitato accademico, uniformandosi agli statuti, propose che il prof. Volpicelli, fosse confermato pel terzo decennio nella carica di segretario, e che il sig. prof. cav. G. Ponzi lo fosse pel secondo decennio nella carica di vice-segretario.

Dopo ciò furono dall' Emo. Altieri, che presiedeva, invitati tanto il segretario, quanto il vice-segretario, a ritirarsi dalla sala delle tornate, onde fosse

libera la discussione sulla proposta indicata. Venutosi per tanto allo squittino, mediante voti bianchi e neri, essendo 19 i votanti, perchè il segretario ed il vice-segretario si ritirarono, risultò la seguente votazione

	Voti	
	Bianchi	Neri
Per la conferma del segretario. . . .	14	5,
Per la conferma del vice-segretario. . .	19	0.

Laonde il prof. Volpicelli fu confermato ad assoluta pluralità di voti, nella carica di segretario, pel terzo decennio ; ed il prof. cav. G. Ponzi, fu confermato ad unanimità, nella carica di vice-segretario, pel secondo decennio; dovendo l'una e l'altra conferma, ricevere l'approvazione sovrana.

Il prof. Volpicelli rientrato nella sala delle tornate, si espresse come segue: L'accademia volle oggi accordarmi l'onore della conferma pel decennio terzo, nella carica di suo segretario. Questo favore, da me oltre modo gradito, deve ripetersi unicamente dalla gentilezza, e bontà somma dei miei chiarissimi colleghi ; ed è perciò che io ne sento una gratitudine non peritura, verso ciascuno di quei *presenti*, che vollero così favorirmi. L'accademia sia certa, che lo zelo da me sviluppato nell'esercizio di questa carica, non cesserà mai, finchè durerò nell'esercitarla.

Debbo poi particolarmente ringraziare l'Emo. nostro protettore, sig. cardinale Altieri, per l'amabilità colla quale volle riguardarmi sempre, come anche per l'onore che volle compartirmi, col presiedere all'attuale accademica tornata.

Il comitato aveva già proposto nella precedente sessione, per la scelta di uno fra i soci ordinari lincei, la terna seguente:

Sig. ingegnere cav. A. prof. Betocchi,
Sig. conte abate F. Castracane degli Antelminelli,
Sig. ingegnere cav. F. prof. Giorgi.

Per tanto si procedette a questa scelta : i votanti erano 20, per le prime due votazioni, essendosi astenuto l'Emo. protettore, ed erano 19 per la terza, essendo partito monsignor Nardi ; perciò dallo squittino segreto, si ebbe il seguente risultamento.

	Voti	
	Bianchi	Neri
Sig. prof. cav. A. Betocchi	13	7,
Sig. conte abate Castracane degli Antelminelli.	14	6,
Sig. prof. cav. F. Giorgi.	10	9.

E poichè tutti ottennero l'assoluta maggioranza di voti, così furono essi dall'accademia dichiarati suoi soci del numero, dei trenta ordinari, salva l'approvazione sovrana.

I lincei presenti, avendo riconosciuto in questa loro tornata, ultima per l' attuale anno accademico , che faceva d' uopo di molti provvedimenti , per condurre a termine quanto riguarda la eredità del defunto comm. Nicola Cavalieri S. Bertolo, già benemerito nostro presidente; diedero agli amministratori dell'accademia, facoltà le più estese, per comporre gl' interessi della medesima, relativi alla eredità indicata.

L' accademia riunitasi legalmente a un' ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

F. monsignor Nardi. — G. cav. Ponzi. — E. contessa Fiorini. — S. Cadet. — P. Volpicelli. — P. Sanguinetti. — L. comm. Poletti. — M. duca Massimo. — B. monsig. can. Tortolini. — L. Jacobini. — O. Astolfi. — V. cav. Diorio. — M. cav. Azzarelli. — P. A. Guglielmotti. — L. cav. Respighi. — E. Rolli. — C. com. Sereni. — R. D. Chelini. — B. cav. Viale. — B. principe Boncopagni.

Pubblicato nel 26 di marzo del 1868.

P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Resoconto Statistico per l'anno 1865 *degli Ospedali di Roma, dipendenti dalla Commissione, istituita dalla Santità di Nostro Signore* Papa *Pio IX felicemente regnante.* Un Volume in 5° grande. Roma, 1866.

Rendiconto dell' ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE DI NAPOLI — Anno VI; fasc. 4° del 1867.

Memorie dell' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL' ISTITUTO DI BOLOGNA. Serie II.ª Tomo VI — fasc. 20.

Memorie del REALE ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE — Classe di scienze matematiche e naturali — Vol. X... Iª delle serie III; fesc. 3.°

Idem — *Classe di Lettere e scienze morali e politiche* — fasc. 4.°

Rendiconti dell' ISTITUTO SUDDETTO — Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. III — fasc. IV—IX del 1866.

Idem — *Classe di lettere e scienze morali e politiche* — Vol. III. fasc. IV—IX del 1866.

Solenni adunanze dell' R. ISTITUTO SUDDETTO — Adunanza del 7 Agosto 1866.

Atti della fondazione scientifica Cagnola negli anni 1863—65— Vol. IV. Parte II e III. Milano, 1866.

Intorno alla Vita del Conte Giammaria Mazzucchelli, ed alla collezione de'suoi manoscritti, ora posseduti dalla Biblioteca Vaticana — Notizie raccolte da ENRICO NARDUCCI. Roma, un fasc. in 8. 1867.

Degli scritti di Marco Polo, e dell' Uccello Rue da lui menzionato. Memoria del prof. cav. G. GIUSEPPE BIANCONI ; un fasc. in 4° — Bologna, 1862.

Cenni storici sugli studi paleontologici e geologici in Bologna, e catalogo ragionato della collezione geognostica dell' Apennino bolognese; del MEDESIMO. Milano, 1862; un fasc. in 8.°

Del calore prodotto per l' attrito fra fluidi e solidi, in rapporto colle sorgenti e cogli aeroliti. — Esperimenti e ricerche del 1840, *con aggiunte; del* MEDESIMO. Bologna, 1862 ; un fasc. in 8.°

Les Singes. . . . *le Scimmie e l' Uomo. Considerazioni naturali sulle loro pretese affinità; del* MEDESIMO. Versaglia, 1865 ; un fasc. in 8.°

Sur un période . . . . *Sopra un periodo del Mare escene; del* MEDESIMO. Parigi, 1866; un fasc. in 8.°

	Voti Bianchi	Neri
Sig. prof. cav. A. Betocchi	13	7,
Sig. conte abate Castracane degli Antelminelli.	14	6,
Sig. prof. cav. F. Giorgi.	10	9.

E poichè tutti ottennero l'assoluta maggioranza di voti, così furono essi dall'accademia dichiarati suoi soci del numero, dei trenta ordinari, salva l'approvazione sovrana.

I lincei presenti, avendo riconosciuto in questa loro tornata, ultima per l' attuale anno accademico, che faceva d' uopo di molti provvedimenti, per condurre a termine quanto riguarda la eredità del defunto comm. Nicola Cavalieri S. Bertolo, già benemerito nostro presidente; diedero agli amministratori dell'accademia, facoltà le più estese, per comporre gl' interessi della medesima, relativi alla eredità indicata.

L' accademia riunitasi legalmente a un' ora pomeridiana, si sciolse dopo due ore di seduta.

Soci ordinari presenti a questa sessione.

F. monsignor Nardi. — G. cav. Ponzi. — E. contessa Fiorini. — S. Cadet. — P. Volpicelli. — P. Sanguinetti. — L. comm. Poletti. — M. duca Massimo. — B. monsig. can. Tortolini. — L. Jacobini. — O. Astolfi. — V. cav. Diorio. — M. cav. Azzarelli. — P. A. Guglielmotti. — L. cav. Respighi. — E. Rolli. — C. com. Sereni. — R. D. Chelini. — B. cav. Viale. — B. principe Boncopagni.

Pubblicato nel 26 di marzo del 1868.

P. V.

OPERE VENUTE IN DONO

Resoconto Statistico per l'anno 1865 *degli Ospedali di Roma, dipendenti dalla Commissione, istituita dalla Santità di Nostro Signore* Papa *Pio IX felicemente regnante.* Un Volume in 5° grande. Roma, 1866.

Rendiconto dell' ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE DI NAPOLI — Anno VI; fasc. 4° del 1867.

Memorie dell' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DELL' ISTITUTO DI BOLOGNA. Serie II.ª Tomo VI — fasc. 20.

Memorie del REALE ISTITUTO LOMRARDO DI SCIENZE E LETTERE — Classe di scienze matematiche e naturali — Vol. X... Iª delle serie III; fesc. 3.°

Idem — *Classe di Lettere e scienze morali e politiche* — fasc. 4.°

Rendiconti dell' ISTITUTO SUDDETTO — Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. III — fasc. IV—IX del 1866.

Idem — *Classe di lettere e scienze morali e politiche* — Vol. III. fasc. IV–IX del 1866.

Solenni adunanze dell' R. ISTITUTO SUDDETTO — Adunanza del 7 Agosto 1866.

Atti della fondazione scientifica Cagnola negli anni 1863—65— Vol. IV. Parte II e III. Milano, 1866.

Intorno alla Vita del Conte Giammaria Mazzucchelli, ed alla collezione de'suoi manoscritti, ora posseduti dalla Biblioteca Vaticana — Notizie raccolte da ENRICO NARDUCCI. Roma, un fasc. in 8. 1867.

Degli scritti di Marco Polo, e dell' Uccello Rue da lui menzionato. Memoria del prof. cav. G. GIUSEPPE BIANCONI; un fasc. in 4° — Bologna, 1862.

Cenni storici sugli studi paleontologici e geologici in Bologna, e catalogo ragionato della collezione geognostica dell' Apennino bolognese; del MEDESIMO. Milano, 1862; un fasc. in 8.°

Del calore prodotto per l' attrito fra fluidi e solidi, in rapporto colle sorgenti e cogli aeroliti. — Esperimenti e ricerche del 1840, *con aggiunte; del* MEDESIMO. Bologna, 1862; un fasc. in 8.°

Les Singes. . . . *le Scimmie e l' Uomo. Considerazioni naturali sulle loro pretese affinità; del* MEDESIMO. Versaglia, 1865; un fasc. in 8.°

Sur un période . . . . *Sopra un periodo del Mare escene; del* MEDESIMO. Parigi, 1866; un fasc. in 8.°

Contribuzione della Fauna dei Molluschi dalmati, per SPIRIDIONE BRUSINA. Vienna, 1866; un fasc. in 8.°

Sull' insegnamento dell' economia politica o sociale in Inghilterra; di BALDASSARE POLI. Milano, 1861; un fasc. in 8.°

Giornale delle Scienze naturali ed economiche publicato per cura del Consiglio di perfezionamento annesso al R. Istituto tecnico di Palermo. Vol. II — Anno 1866 — fasc. II, III, e IV.

Memoires .... *Memorie della* SOCIETA' IMPERIALE DELLE SCIENZE NATURALI DI CHERBOURG. Tomo XI—Tomo I e II 1866.

Abhandlungen .... *Atti della R.* ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI BERLINO del 1865. Un vol. in 4° gr.

Monatsbericht.... *Contiresi mensuali dell'* ACCADEMIA SUDDETTA — Gennaio e febbraio 1867.

Verhandlungen .... *Atti della imperiale* SOCIETA' ZEOOLOGICO-BOTANICA DI VIENNA. Vol. 16° 1866.

Libros .... *Libri del sapere in astronomia, del Re D. Alfonso X di Castiglia.*. Tomo IV. Madrid, 1866 — in foglio graude.

Bullettino Meteorologico dell' OSSERVATORIO DEL COLLEGIO ROMANO (in corrente).

Comptes .... *Conti resi dell'* ACCADEMIA DELLE SCIENZE *dell' I.* ISTITUTO DI FRANCIA (in corrente).

Nachträge .... *Appendice della flora della bassa Austria; del Dr. A.* NEIBREICH. Vienna, 1866.

Martin Hylacomylus Waltzemüller ses ouvrages et ses collaborateurs. Voyage d' exploration et de découvertes à travers quelques épitres dedicatoires, préfaces et opuscules en prose et en vers du commencement du XVI siècle: Notes Causeries et Digressions bibliographiques et autres, par un GÉOGRAPHE BIBLIOPHILE. — *Paris*, 1867; un vol. in 8.°

Nouvelle dorure et argenture par amalmagation, sans donger pour les ouvriers, par M. H. DUFRESME. Opuscolo di tre pagine, Parigi 1867.

Sveriges geologiska.... *Ricerche geologiche della Svezia, eseguite a spese del Governo svedese, sotto la direzione del sig. A.* ERDMANN. — 2° fascicolo — Tavole 19, 20, e 2.

INDICE DELLE MATERIE
DEL XX VOLUME
(1866-67)

MEMORIE E COMUNICAZIONI

COMUNICAZIONI

COMMISSIONI

CORRISPONDENZE

COMITATO SEGRETO

IMPRIMATUR
Fr. Raph. Arch. Salini Ord. Pr. S. P. A. M. Socius.
IMPRIMATUR
Petrus De Villanova Castellacci Archiep. Petra
Vicesgerens.

		ERRORI	CORREZIONI
Pag. 41	lin. 2	delle	della
46	10	(salendo) sommerzione	sommersione
59	2	(sal.) Denskchrist	Denkschrift
77	4	Febbraro	Febbraio
138	5	(sal.) cuusa	causa
181	10	33	35
id.	2	(sal.) dal	del
199	17	ammisse	ammise
220	14	dalla unica	dalle due
230	5	(sal.) $\frac{\alpha}{\alpha - \text{tang} \frac{1}{2} \alpha}$	$\frac{\alpha^2}{\alpha - \text{tang} \frac{1}{2} \alpha}$
255	20	elcttroscopi	elettroscopi
id.	24	aveva	aveva
270	2	(sal.) pag. 13	pag 113
307	7	dell'	dall'
331	7	(sal.) 296, c	296, e